

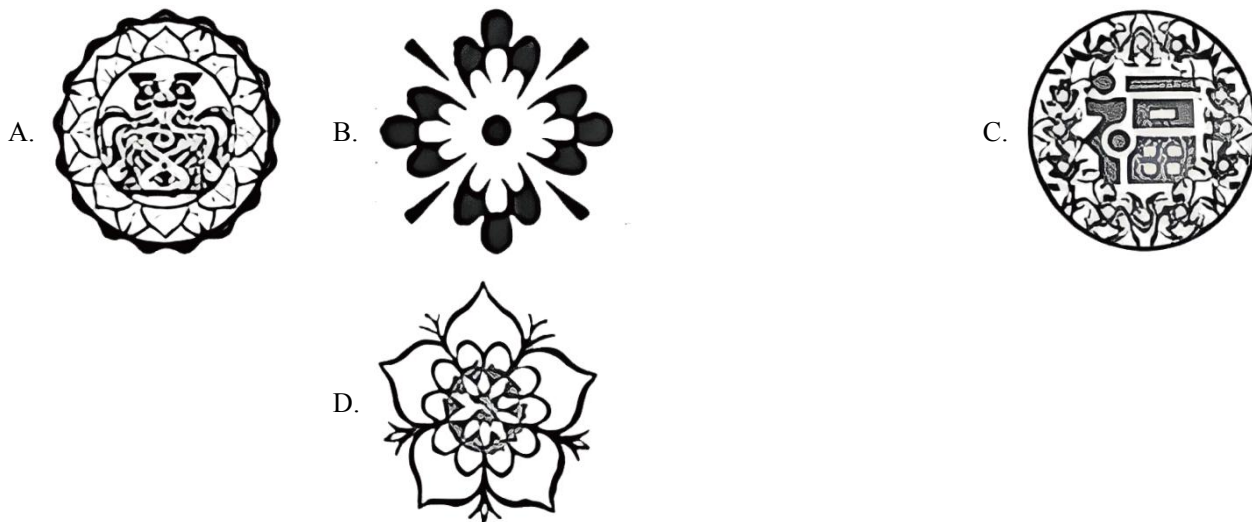
## 江西省 2023 年初中学业水平考试数学试题卷

一、单项选择题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）在每小题列出的四个备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其代码填涂在答题卡相应位置。错选、多选或未选均不得分。

1. 下列各数中，正整数是（ ）

- A. 3                                  B. 2.1                                  C. 0                                  D. -2

2. 下列图形中，是中心对称图形的是（ ）



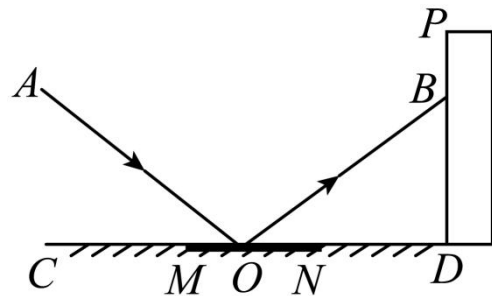
3. 若  $\sqrt{a-4}$  有意义，则  $a$  的值可以是（ ）

- A. -1                                  B. 0                                  C. 2                                  D. 6

4. 计算  $(2m^2)^3$  的结果为（ ）

- A.  $8m^6$                                   B.  $6m^6$                                   C.  $2m^6$                                   D.  $2m^5$

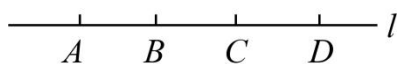
5. 如图，平面镜  $MN$  放置在水平地面  $CD$  上，墙面  $PD \perp CD$  于点  $D$ ，一束光线  $AO$  照射到镜面  $MN$  上，反射光线为  $OB$ ，点  $B$  在  $PD$  上，若  $\angle AOC = 35^\circ$ ，则  $\angle OBD$  的度数为（ ）



- A.  $35^\circ$                                   B.  $45^\circ$                                   C.  $55^\circ$                                   D.  $65^\circ$

6. 如图，点  $A$ ， $B$ ， $C$ ， $D$  均在直线  $l$  上，点  $P$  在直线  $l$  外，则经过其中任意三个点，最多可画出圆的个数为（ ）

P.



- A. 3 个                      B. 4 个                      C. 5 个                      D. 6 个

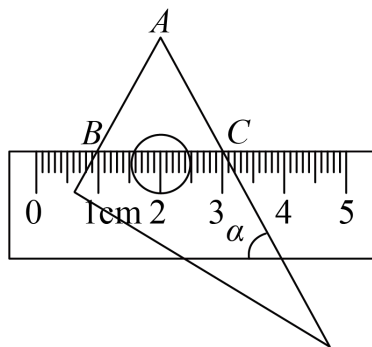
## 二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

7. 单项式  $-5ab$  的系数为\_\_\_\_\_.

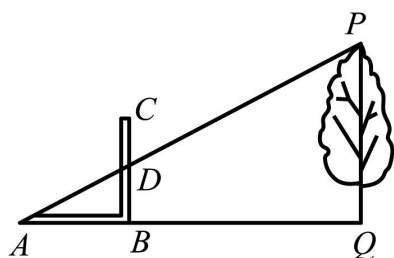
8. 我国海洋经济复苏态势强劲. 在建和新开工海上风电项目建设规模约 1800 万千瓦, 比上一年同期翻一番, 将 18000000 用科学记数法表示应为\_\_\_\_\_.

9. 计算:  $(a+1)^2 - a^2 =$ \_\_\_\_\_.

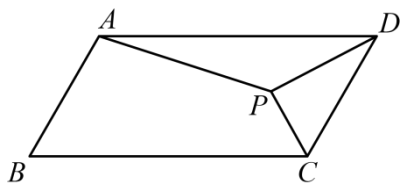
10. 将含  $30^\circ$  角的直角三角板和直尺按如图所示的方式放置, 已  $\angle \alpha = 60^\circ$ , 点  $B$ ,  $C$  表示的刻度分别为 1cm, 3cm, 则线段  $AB$  的长为\_\_\_\_\_cm.



11. 《周髀算经》中记载了“偃矩以望高”的方法. “矩”在古代指两条边呈直角的曲尺（即图中的  $ABC$ ）. “偃矩以望高”的意思是把“矩”仰立放, 可测量物体的高度如图, 点  $A$ ,  $B$ ,  $Q$  在同一水平线上,  $\angle ABC$  和  $\angle AQP$  均为直角,  $AP$  与  $BC$  相交于点  $D$ . 测得  $AB = 40\text{cm}$ ,  $BD = 20\text{cm}$ ,  $AQ = 12\text{m}$ , 则树高  $PQ =$ \_\_\_\_\_m.



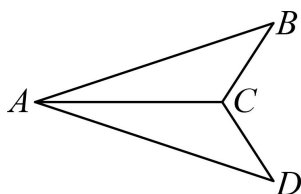
12. 如图, 在  $ABCD$  中,  $\angle B = 60^\circ$ ,  $BC = 2AB$ , 将  $AB$  绕点  $A$  逆时针旋转角  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 360^\circ$ ) 得到  $AP$ , 连接  $PC$ ,  $PD$ . 当  $\triangle PCD$  为直角三角形时, 旋转角  $\alpha$  的度数为\_\_\_\_\_.



### 三、解答题（本大题共 5 小题，每小题 6 分，共 30 分）

13. (1) 计算:  $\sqrt[3]{8} + \tan 45^\circ - 3^0$

(2) 如图,  $AB = AD$ ,  $AC$  平分  $\angle BAD$ . 求证:  $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ .



14. 如图是  $4 \times 4$  的正方形网格, 请仅用无刻度的直尺按要求完成以下作图 (保留作图痕迹).

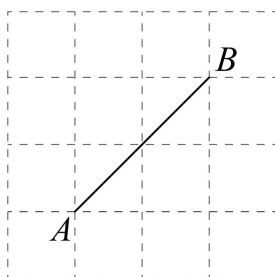


图1

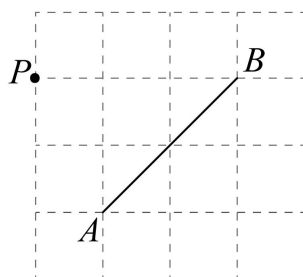


图2

(1) 在图 1 中作锐角  $\triangle ABC$ , 使点  $C$  在格点上;

(2) 在图 2 中的线段  $AB$  上作点  $Q$ , 使  $PQ$  最短.

15. 化简  $\left(\frac{x}{x+1} + \frac{x}{x-1}\right) \cdot \frac{x^2-1}{x}$ . 下面是甲、乙两同学的部分运算过程:

|                                                                                              |                                                                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <br>甲同学   | 解: 原式<br>$= \left[ \frac{x(x-1)}{(x+1)(x-1)} + \frac{x(x+1)}{(x+1)(x-1)} \right] \cdot \frac{x^2-1}{x}$<br>..... |
| 解: 原式 $= \frac{x}{x+1} \cdot \frac{x^2-1}{x} + \frac{x}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x}$<br>..... | <br>乙同学                       |

(1) 甲同学解法的依据是\_\_\_\_\_, 乙同学解法的依据是\_\_\_\_\_ ; (填序号)

①等式的基本性质；②分式的基本性质；③乘法分配律；④乘法交换律.

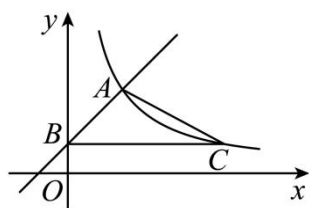
(2) 请选择一种解法，写出完整的解答过程.

16. 为了弘扬雷锋精神，某校组织“学雷锋，争做新时代好少年”的宣传活动，根据活动要求，每班需要2名宣传员，某班班主任决定从甲、乙、丙、丁4名同学中随机选取2名同学作为宣传员.

(1) “甲、乙同学都被选为宣传员”是\_\_\_\_\_事件：(填“必然”、“不可能”或“随机”)

(2) 请用画树状图法或列表法，求甲、丁同学都被选为宣传员的概率.

17. 如图，已知直线  $y = x + b$  与反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象交于点  $A(2, 3)$ ，与  $y$  轴交于点  $B$ ，过点  $B$  作  $x$  轴的平行线交反比例函数  $y = \frac{k}{x} (x > 0)$  的图象于点  $C$ .



(1) 求直线  $AB$  和反比例函数图象的表达式；

(2) 求  $\triangle ABC$  的面积.

#### 四、解答题 (本大题共3小题，每小题8分，共24分)

18. 今年植树节，某班同学共同种植一批树苗，如果每人种3棵，则剩余20棵；如果每人种4棵，则还缺25棵.

(1) 求该班的学生人数；

(2) 这批树苗只有甲、乙两种，其中甲树苗每棵30元，乙树苗每棵40元. 购买这批树苗的总费用没有超过5400元，请问至少购买了甲树苗多少棵？

19. 如图1是某红色文化主题公园内的雕塑，将其抽象成加如图2所示的示意图，已知点  $B, A, D, E$  均在同一直线上， $AB = AC = AD$ ，测得  $\angle B = 55^\circ$ ， $BC = 1.8\text{m}$ ， $DE = 2\text{m}$ . (结果保小数点后一位)



图1

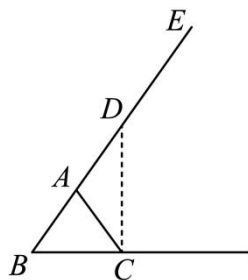


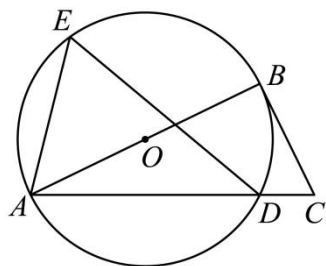
图2

(1) 连接  $CD$ ，求证：  $DC \perp BC$ ；

(2) 求雕塑的高 (即点  $E$  到直线  $BC$  的距离).

(参考数据：  $\sin 55^\circ \approx 0.82$ ,  $\cos 55^\circ \approx 0.57$ ,  $\tan 55^\circ \approx 1.43$ )

20. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB = 4$ ,  $\angle C = 64^\circ$ , 以  $AB$  为直径的  $\odot O$  与  $AC$  相交于点  $D$ ,  $E$  为  $\widehat{ABD}$  上一点, 且  $\angle ADE = 40^\circ$ .



(1) 求  $\widehat{BE}$  的长;

(2) 若  $\angle EAD = 76^\circ$ , 求证:  $CB$  为  $\odot O$  的切线.

### 五、解答题 (本大题共 2 小题, 每小题 9 分, 共 18 分)

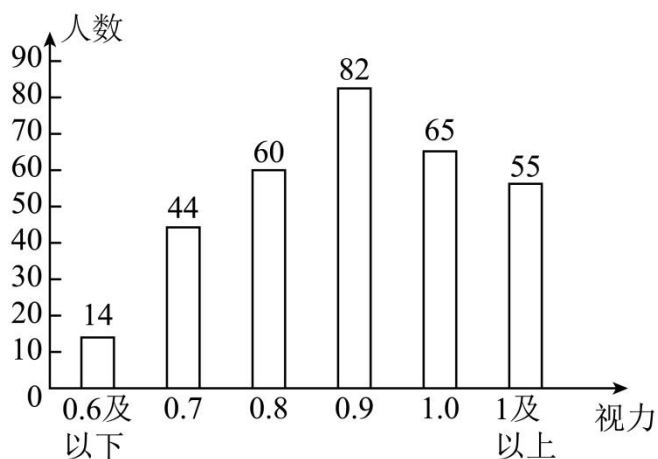
21. 为了解中学生的视力情况, 某区卫健部门决定随机抽取本区部分初、高中学生进行调查, 并对他们的视力数据进行整理, 得到如下统计表和统计图.

整理描述

初中学生视力情况统计表

| 视力      | 人数  | 百分比  |
|---------|-----|------|
| 0.6 及以下 | 8   | 4%   |
| 0.7     | 16  | 8%   |
| 0.8     | 28  | 14%  |
| 0.9     | 34  | 17%  |
| 1.0     | $m$ | 34%  |
| 1.1 及以上 | 46  | $n$  |
| 合计      | 200 | 100% |

高中学生视力情况统计图



(1)  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 被调查的高中学生视力情况的样本容量为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ;

(3) 分析处理: ①小胡说: “初中学生的视力水平比高中学生的好的.” 请你对小胡的说法进行判断, 并选择一个能反映总体的统计量说明理由:

②约定: 视力未达到1.0为视力不良. 若该区有 26000 名初中学生, 估计该区有多少名初中学生视力不良? 并对视力保护提出一条合理化建议.

## 22. 课本再现

### 思考

我们知道, 菱形的对角线互相垂直. 反过来, 对角线互相垂直的平行四边形是菱形吗?

可以发现并证明菱形的一个判定定理:

对角线互相垂直的平行四边形是菱形.

(1) 定理证明: 为了证明该定理, 小明同学画出了图形 (如图 1), 并写出了“已知”和“求证”, 请你完成证明过程.

已知: 在  $ABCD$  中, 对角线  $BD \perp AC$ , 垂足为  $O$ .

求证:  $ABCD$  是菱形.

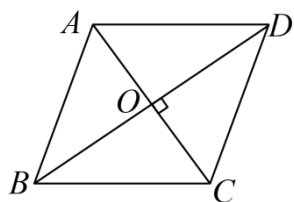


图1

(2) 知识应用: 如图 2, 在  $ABCD$  中, 对角线  $AC$  和  $BD$  相交于点  $O$ ,  $AD = 5$ ,  $AC = 8$ ,  $BD = 6$ .

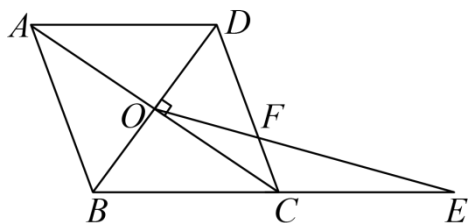


图2

①求证:  $ABCD$  是菱形;

②延长  $BC$  至点  $E$ , 连接  $OE$  交  $CD$  于点  $F$ , 若  $\angle E = \frac{1}{2}\angle ACD$ , 求  $\frac{OF}{EF}$  的值.

## 六、解答题 (本大题共 12 分)

### 23. 综合与实践

问题提出: 某兴趣小组开展综合实践活动: 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $D$  为  $AC$  上一点,  $CD = \sqrt{2}$ , 动点  $P$  以每秒 1 个单位的速度从  $C$  点出发, 在三角形边上沿  $C \rightarrow B \rightarrow A$  匀速运动, 到达点  $A$  时停止, 以  $DP$  为边作正方形  $DPEF$  设点  $P$  的运动时间为  $t$  s, 正方形  $DPEF$  的面积为  $S$ , 探究  $S$  与  $t$  的关系

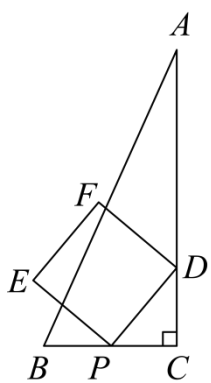


图1

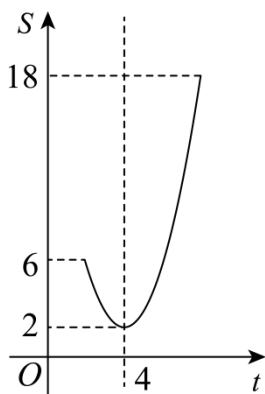


图2

(1) 初步感知: 如图 1, 当点  $P$  由点  $C$  运动到点  $B$  时,

①当  $t = 1$  时,  $S =$  \_\_\_\_\_.

② $S$  关于  $t$  的函数解析式为 \_\_\_\_\_.

(2) 当点  $P$  由点  $B$  运动到点  $A$  时, 经探究发现  $S$  是关于  $t$  的二次函数, 并绘制成如图 2 所示的图象请根据图象信息, 求  $S$  关于  $t$  的函数解析式及线段  $AB$  的长.

(3) 延伸探究: 若存在 3 个时刻  $t_1, t_2, t_3$  ( $t_1 < t_2 < t_3$ ) 对应的正方形  $DPEF$  的面积均相等.

①  $t_1 + t_2 =$  \_\_\_\_\_;

②当  $t_3 = 4t_1$  时, 求正方形  $DPEF$  的面积.

