

数学试题

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. 6 的相反数是（ ）

- A. $\frac{1}{6}$ B. $-\frac{1}{6}$ C. 6 D. -6

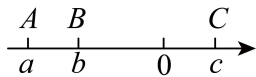
2. 下列银行标志的图形中是轴对称图形的是（ ）



3. 2026 年“五一”假期期间，我市接待游客突破 608 万人次，同比增长 20.51%．数据“608 万”用科学记数法可表示为（ ）

- A. 608×10^4 B. 6.08×10^5 C. 6.08×10^6 D. 0.608×10^7

4. 如图，数轴上的点 A , B , C 分别对应实数 a , b , c . 下列结论正确的是（ ）

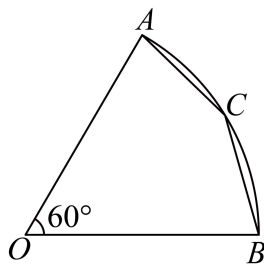


- A. $|a| < |c|$ B. $|b| > |c|$ C. $|a| < |b|$ D. $|c| > |a+b|$

5. 已知 $p = \sqrt{9} + \sqrt{5}$ ，以下对 p 的值估算正确的是（ ）

- A. $3 < p < 4$ B. $4 < p < 5$ C. $5 < p < 6$ D. $6 < p < 7$

6. 如图，扇形 OAB ，点 C 在 $\widehat{AB}$ 上．若 $\angle AOB = 60^\circ$ ，则 $\angle ACB$ 的度数是（ ）



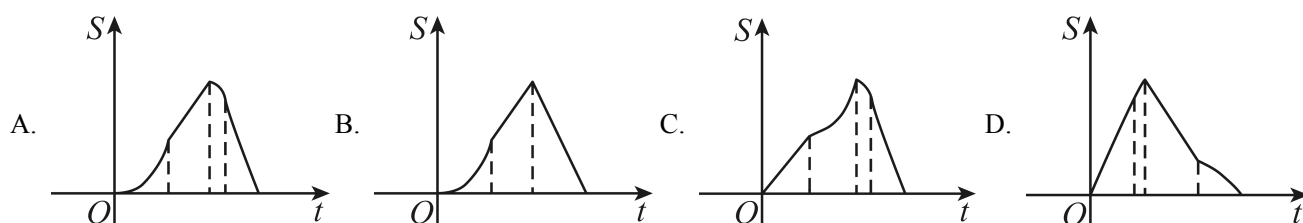
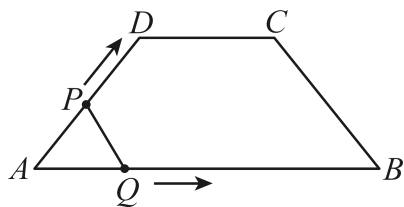
- A. 150° B. 140° C. 130° D. 120°

7. 下列命题为真命题的是（ ）

- ①若 $a^2 = b^2$ ，则 $a = b$ ；②相等的角是对顶角；③末尾数字是 5 的整数，能被 5 整除；
④四边相等且对角线相等的四边形是正方形；⑤三个角分别对应相等的两个三角形全等．

- A. ①②⑤ B. ③④ C. ④⑤ D. ①③

8. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AB \parallel CD$ ， $AB = 10$ ， $DC = 4$ ， $AD = BC = 5$ ．点 P 从点 A 出发，以每秒 1 个单位长度的速度沿 $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B$ 的路径向终点 B 运动，同时点 Q 从点 A 出发，以同样速度沿边 AB 向终点 B 运动．设 $\triangle APQ$ 的面积为 S ，运动时间为 t (s)，则 S 关于 t 的函数图象大致为 ()



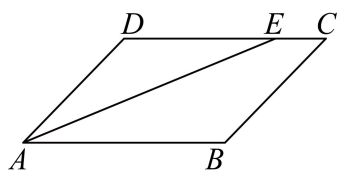
二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．不需要写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. 不等式 $x - 1 < 0$ 的解集是_____.

10. 分解因式: $a^2 - 4 =$ _____.

11. 要从甲、乙、丙三人中选一人参加校诗词大会比赛，经过 10 次测试，他们的平均成绩都是 89.5 分，方差分别是 $S_{\text{甲}}^2 = 1.6$ ， $S_{\text{乙}}^2 = 2.5$ ， $S_{\text{丙}}^2 = 3.58$ ，你认为派_____ (填“甲”或“乙”或“丙”) 去参赛更合适.

12. 如图，在 $\square ABCD$ 中， $AB = 3$ ， $AD = 2$ ， $\angle BAD$ 的平分线交 CD 于点 E ，则 $CE =$ _____.



13. 取一张矩形纸片 $ABCD$ (图 1)，按如图 2 所示方式折叠，使点 A 落在 CD 上，折痕为 DE ，再按如图 3 所示方式折叠，点 C 与点 E 恰好重合，则 $\frac{AB}{BC} =$ _____.

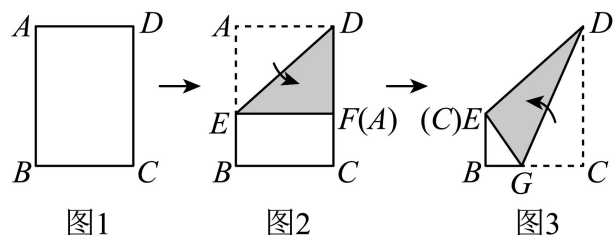


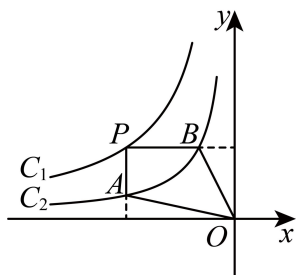
图1

图2

图3

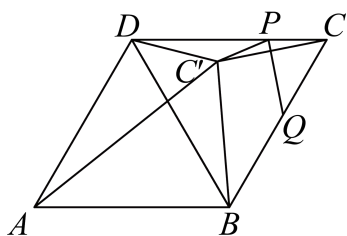
14. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，两个反比例函数 $y = -\frac{6}{x}$ 和 $y = -\frac{2}{x}$ 在第二象限内的图象依次为 C_1 ，

C_2 . 已知点 P 在 C_1 上, 点 A, B 在 C_2 上, 且 $PA \perp x$ 轴, $PB \perp y$ 轴, 则四边形 $OAPB$ 的面积为_____.



15. 若 a, b, c 是三个不为零的实数, 且 $a^2 = bc$, 则 $\frac{c^2 - a^2}{b^2}$ 的最小值为_____.

16. 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $\angle BCD = 60^\circ$, $CD = 6$, 点 P 在边 CD 上, 且 $PC = 2$, Q 为边 BC 上的动点, 点 C 关于 PQ 的对称点为 C' . 若 $\triangle C'AD$ 、 $\triangle C'BD$ 的面积分别记为 $S_{\triangle C'AD}$ 、 $S_{\triangle C'BD}$, 则 $S_{\triangle C'AD} - S_{\triangle C'BD}$ 的最大值为_____.



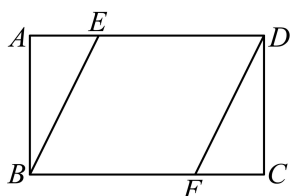
三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 102 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 计算 $\left(\sqrt[3]{2}\right)^3 + (2026 + \pi)^0 - \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$.

18. 解方程 $x(x-1) = 8x-8$.

19. 先化简 $\frac{a-2}{a} \div \frac{a^2-4a+4}{a^2+a}$, 再从 3, -1, 2 中选取一个合适的数代入求值.

20. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 AD, BC 上, 且 $BE = DF$. 求证: 四边形 $BFDE$ 是平行四边形.



21. 6 月 5 日是世界环境日, 今年我国六五环境日的主题为“全面绿色转型, 共建美丽中国”. 为了解某市的空气质量, 环保部门采用简单随机抽样的方法抽查了该市一年内 30 天的空气质量, 并对空气质量指数 (W) 进行了统计分析.

【收集数据】

43 95 59 48 62 67 50 40 110 60 63 44 45 60 92
60 112 38 37 60 115 47 35 66 41 68 40 60 98 60

【整理数据】

规定： $W \leq 50$ 时，空气质量为优； $50 < W \leq 100$ 时，空气质量为良； $100 < W \leq 150$ 时，空气质量为轻微污染.

空气质量	频数 (天数)	频率
优	12	0.4
良	a	0.5
轻微污染	3	b
合计	30	1.0

【分析数据】

此组数据的平均数是 62.5，众数是 c ，中位数是 60.

【解决问题】

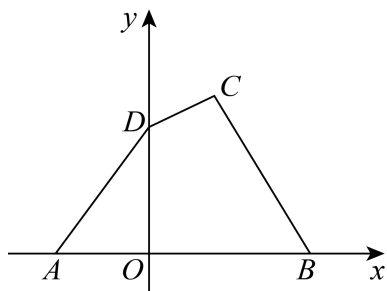
- (1) 填空： $a = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{1cm}}$ ， $c = \underline{\hspace{1cm}}$ ；
- (2) 请估计该城市这一年（365 天）中有多少天空气质量达到优；
- (3) 根据上述统计分析情况，写一条你的想法.

22. 我市以西游文化、山海风情和地域特产为主题，全新打造了十大文旅 IP 形象. 小明将关于地域特产的 4 个 IP 形象（A 云雾茶、B 豆丹、C 沙光鱼、D 东海水晶），制作成 4 个玩具盲盒，每个盲盒中只有 1 个 IP 形象玩具.



- (1) 若从这 4 个盲盒中随机抽取 1 个，盲盒中玩具是“A 云雾茶”的事件是 （填序号）；
①必然事件 ②随机事件 ③不可能事件
- (2) 若从这 4 个盲盒中随机抽取 2 个，请用画树状图或列表的方法，求盲盒中玩具是“B 豆丹”和“D 东海水晶”的概率.

23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，四边形 $ABCD$ 的顶点分别为 $A(-6,0)$ ， $B(10,0)$ ， $C(4,10)$ ， $D(0,8)$ 。请用无刻度直尺和圆规完成作图并作答。（不写作法，保留作图痕迹，标明字母）



- (1) 在 CD 边上作一点 P ，使 $PA = PB$ ，此时点 P 的坐标为_____；
 - (2) 在 BC 边上作一点 Q ，使 $\triangle QAD$ 和 $\triangle QOB$ 的面积相等。
24. 某数学兴趣小组研究《九章算术》里的这一问题：今有善田一亩，价三百；恶田七亩，价五百。今并买 100 亩，价一万。其大意为：今有好田 1 亩价值 300 钱；坏田 7 亩价值 500 钱。今买好田、坏田共 100 亩，价值 10000 钱。
- (1) 求好田、坏田各买了多少亩？
 - (2) 现用部分田地种植某谷物，其中好田比坏田少 50 亩，好田的总产量为 3000 kg，坏田的总产量为 6000 kg，但好田平均亩产量是坏田平均亩产量的 3 倍，求好田的平均亩产量？
25. 【生活观察】

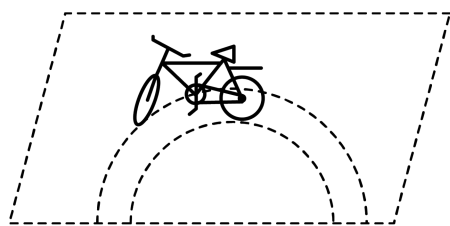


图1

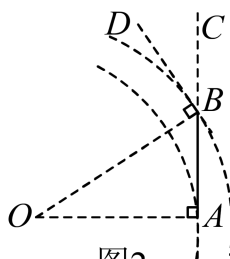


图2

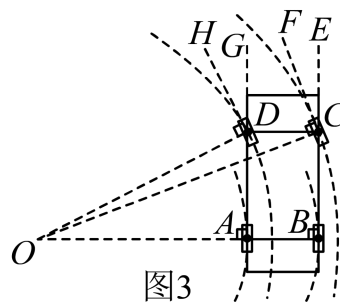


图3

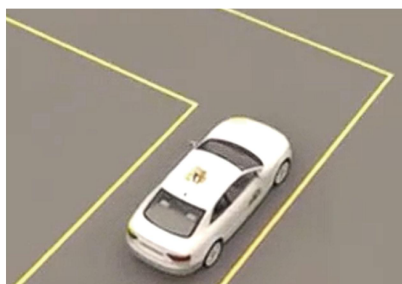


图4

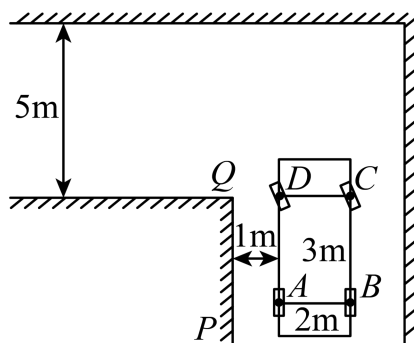


图5

(1) 小越将自行车前后轮保持一定角度推行转圈. 如图 1, 他发现前后轮行驶路径可近似抽象为两个同心圆, 车轮行驶方向与其行驶路径相切, 某时刻的俯视图如图 2 所示. 若前后轮的轴心距 (前后轮所在圆的圆心的距离) $AB = 1.5\text{m}$, 前轮转向角 θ 即 $\angle CBD = 30^\circ$, 则旋转半径 $OB = \underline{\hspace{2cm}}\text{m}$.

【类比探究】

(2) 小越进一步研究发现, 一般家用汽车在转弯行驶时为两轮转向, 即汽车的前轮各按一定的转向角行驶. 与自行车的转弯行驶类似, 四个车轮的行驶路径在理想状态下也可近似抽象为四个同心圆弧, 车轮行驶方向与其行驶路径相切 (轮胎的宽度忽略不计).

如图 3, 某款家用汽车宽 AB 约为 2m , 轴心距 BC 约为 3m . 转弯时, 若右前轮的转向角 θ 即 $\angle ECF = 20.6^\circ$, 求此时左前轮的转向角 $\angle GDH$ 的度数.

(参考数据: $\tan 20.6^\circ \approx \frac{3}{8}$, $\tan 26.6^\circ \approx \frac{1}{2}$, $\sin 20.6^\circ \approx \frac{9}{25}$, $\tan 33.6^\circ \approx \frac{2}{3}$, $\tan 18.5^\circ \approx \frac{1}{3}$)

【综合实践】

(3) 如图 4, 汽车在直角处进行转弯. 若 (2) 中的这款汽车行驶至车前轮所在圆的圆心 C , D 与直角拐点 Q 共线位置时, 其俯视图如图 5 所示. 若路宽均为 5m , 车辆左侧与实线 PQ 的距离为 1m . 现右前轮欲以固定转向角 θ 转弯行驶, 若能规范通过此直角弯道 (四轮均不压实线), 请直接写出 $\sin \theta$ 的范围.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = (x - m)^2 - m$ (m 为常数) 与 x 轴交于点 A, B , 点 A 位于点 B 的左侧, 与 y 轴交于点 C . 若将抛物线向右平移 1 个单位, 或向左平移 3 个单位, 都经过点 $(3, 0)$.

(1) 直接写出抛物线和直线 BC 对应的函数表达式;

(2) 若平行于 x 轴的直线 l 与抛物线交于点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$, 与直线 BC 交于点 $Q(x_3, y_3)$, 且 $x_1 < x_3 < x_2$, 求 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ 的取值范围;

(3) 设抛物线的顶点为 D , 连接 AC , 在 x 轴上找一点 P , 使以点 P, B, D 为顶点的 $\triangle PBD$ 与 $\triangle ABC$ 相似, 求点 P 的坐标.

27. 【问题情境】

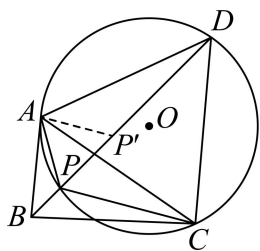


图1



图2

(1) 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 求作一点 P , 使 $PA + PB + PC$ 的值最小.

下面是小明对该问题的一种解决方法及简要说理.

如图 1，以 AC 为边向外作等边三角形 ACD ，再作 $\triangle ACD$ 的外接圆 $\odot O$ ，连接 BD ，与 $\odot O$ 交于点 P 。则点 P 即为求作的点。

在 PD 上取一点 P' ，使 $PP' = AP$ ，连接 AP' ，在 $\odot O$ 中，根据“同弧所对的圆周角相等”，得 $\angle APP' = \text{①} = 60^\circ$ ，故 $\triangle APP'$ 是等边三角形。所以 $AP = PP'$ 。

进而可证得 $\triangle ADP' \cong \triangle ACP$ 。所以 $CP = DP'$ 。

所以 $PB + PA + PC = BP + PP' + P'D = BD$ 。

由 ② (从“两点之间线段最短”和“垂线段最短”中选择填空) 可得，

BD 的长即为 $PA + PB + PC$ 的最小值。

【方法迁移】

(2) 如图 2，已知点 A, B 到直线 l 的距离 $AE = BF = 4$ ， $EF = 6$ 。在图中找一点 P ，使点 P 到点 A 、点 B 、直线 l 的距离之和最小，简要说明作法，并求出最小值。

【拓展应用】

(3) 如图 3，若村庄 A, B, C, D 的连线构成一个矩形，且 $AB = a$ ， $BC = b$ ($a < b < \sqrt{3}a$)。现要在矩形区域内铺设天然气管道，使四个村庄能够连接互通起来。请你设计管道路线总长最短的铺设方案 (不需要说明理由)，并直接写出路线总长 (用含 a, b 的代数式表示)。

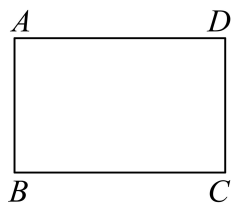


图3