

数学试题

一、选择题（本大题共有 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. -5 的绝对值是（ ）

- A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. $\sqrt{5}$

2. 2020 年 12 月 17 日，“嫦娥五号”返回器携带月球样品顺利返回地球，我国科学家通过研究证明了月球在 1960000000 年前仍存在岩浆活动．数据 1960000000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 196×10^7 B. 19.6×10^8 C. 1.96×10^9 D. 0.196×10^{10}

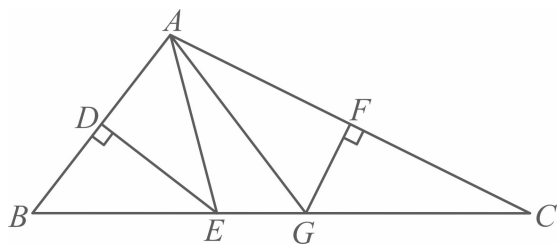
3. 若 $\sqrt{x+1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是（ ）

- A. $x \leq 1$ B. $x \geq 1$ C. $x \leq -1$ D. $x \geq -1$

4. 下列长度（单位：cm）的 3 根小木棒能搭成三角形的是（ ）

- A. 1, 2, 3 B. 2, 3, 4 C. 3, 5, 8 D. 4, 5, 10

5. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC = 7$ ， AB 的垂直平分线分别交 AB 、 BC 于点 D 、 E ， AC 的垂直平分线分别交 AC 、 BC 于点 F 、 G ，则 $\triangle AEG$ 的周长为（ ）

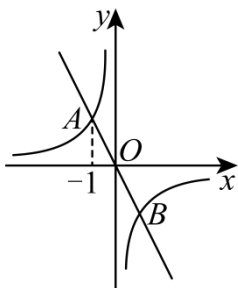


- A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

6. 《九章算术》中有一个问题：“今有凫起南海，七日至北海；雁起北海，九日至南海．今凫雁俱起，问何日相逢？”（凫：野鸭．所提问题即“野鸭与大雁从南海和北海同时起飞，经过多少天能够相遇？”）如果设经过 x 天能够相遇，根据题意，得（ ）

- A. $\frac{1}{7}x + \frac{1}{9}x = 1$ B. $\frac{1}{7}x - \frac{1}{9}x = 1$ C. $7x + 9x = 1$ D. $9x - 7x = 1$

7. 如图，正比例函数 $y_1 = k_1x$ ($k_1 < 0$) 的图像与反比例函数 $y_2 = \frac{k_2}{x}$ ($k_2 < 0$) 的图像交于 A 、 B 两点，点 A 的横坐标为 -1 ．当 $y_1 < y_2$ 时， x 的取值范围是（ ）



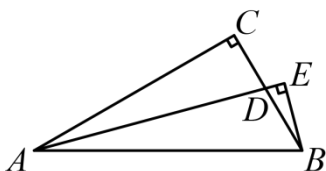
A. $x < -1$ 或 $x > 1$

B. $x < -1$ 或 $0 < x < 1$

C. $-1 < x < 0$ 或 $x > 1$

D. $-1 < x < 0$ 或 $0 < x < 1$

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle CAB = 30^\circ$, AD 平分 $\angle CAB$, $BE \perp AD$, E 为垂足, 则 $\frac{AD}{BE}$ 的值为 ()



A. $2\sqrt{3}$

B. $\frac{7\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{5}{2}\sqrt{3}$

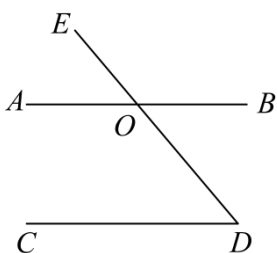
D. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需要写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

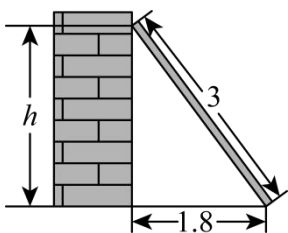
9. 计算: $5a - 3a =$ _____.

10. 分解因式: $x^2 - 9 =$ _____.

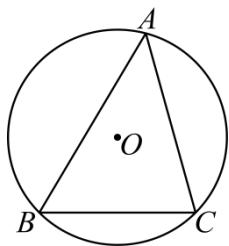
11. 如图, $AB \parallel CD$, 直线 AB 与射线 DE 相交于点 O . 若 $\angle D = 50^\circ$, 则 $\angle BOE =$ _____°.



12. 如图, 长为 3m 的梯子靠在墙上, 梯子的底端离墙脚线的距离为 1.8m, 则梯子顶端的高度 h 为_____m.

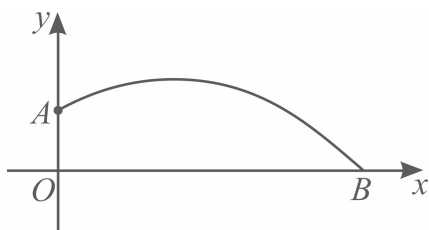


13. 如图, ABC 是 $\odot O$ 的内接三角形, $\angle BAC = 45^\circ$. 若 $\odot O$ 的半径为 2, 则劣弧 $\widehat{BC}$ 的长为_____.

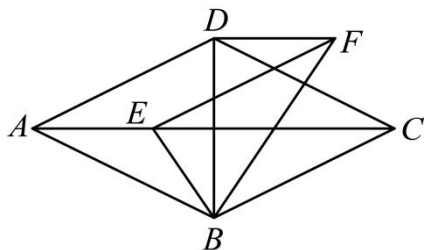


14. 某气球内充满了一定质量的气体, 在温度不变的条件下, 气球内气体的压强 p (Pa) 是气球体积 V (m^3) 的反比例函数. 当 $V = 1.2 \text{m}^3$ 时, $p = 20000 \text{Pa}$. 则当 $V = 1.5 \text{m}^3$ 时, $p =$ _____ Pa.

15. 如图, 小亮同学掷铅球时, 铅球沿抛物线 $y = a(x-3)^2 + 2.5$ 运行, 其中 x 是铅球离初始位置的水平距离, y 是铅球离地面的高度. 若铅球抛出时离地面的高度 OA 为 1.6m, 则铅球掷出的水平距离 OB 为 _____ m.



16. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AC = 4$, $BD = 2$, E 为线段 AC 上的动点, 四边形 $DAEF$ 为平行四边形, 则 $BE + BF$ 的最小值为_____.



三、解答题 (本大题共 11 小题, 共 102 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤, 作图过程需保留作图痕迹)

17. 计算 $(-2) \times (-5) - \sqrt{9} - \left(\frac{1}{2}\right)^0$.

18. 解方程 $\frac{2}{x+1} = \frac{3}{x}$.

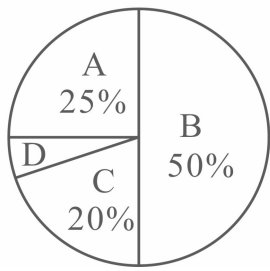
19. 解不等式组 $\begin{cases} 3x-2 < x+2 \\ 5x+5 > 2x-7 \end{cases}$

20. 一只不透明的袋子中装有 1 个红球和 3 个白球, 这些球除颜色外都相同.

- (1) 搅匀后从中任意摸出 1 个球，则摸到红球的概率是_____；
- (2) 搅匀后从中任意摸出 1 个球，记录颜色后放回、搅匀，再从中任意摸出 1 个球. 用画树状图或列表的方法，求 2 次都摸到白球的概率.

21. 为了解八年级学生的体重情况，某校随机抽取了八年级部分学生进行测量，收集并整理数据后，绘制了如下尚不完整的统计图表.

体重情况扇形统计图

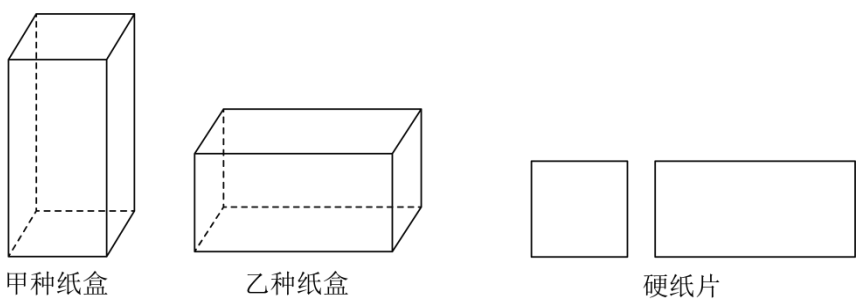


体重情况统计表

组别	体重 x (kg)	频数 (人数)
A 类	$x < 49.5$	10
B 类	$49.5 \leq x < 59.5$	a
C 类	$59.5 \leq x < 69.5$	8
D 类	$x \geq 69.5$	b

根据以上信息，解答下列问题:

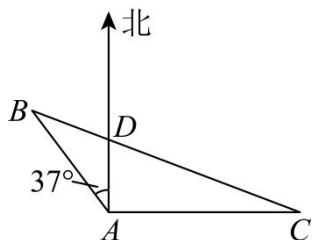
- (1) $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 在扇形统计图中，C 类所对应的圆心角度数是_____°;
- (3) 若该校八年级共有 1200 名学生，估计体重在 59.5kg 及以上的学生有多少人?
22. 如图，制作甲、乙两种无盖的长方体纸盒，需用正方形和长方形两种硬纸片，且长方形的宽与正方形的边长相等.



- (1) 现用 200 张正方形硬纸片和 400 张长方形硬纸片，恰好能制作甲、乙两种纸盒各多少个?

(2) 如果需要制作 100 个长方体纸盒, 要求乙种纸盒数量不低于甲种纸盒数量的一半, 那么至少需要多少张正方形硬纸片?

23. 如图, 港口 B 位于岛 A 的北偏西 37° 方向, 灯塔 C 在岛 A 的正东方向, $AC = 6\text{km}$, 一艘海轮 D 在岛 A 的正北方向, 且 B 、 D 、 C 三点在一条直线上, $DC = \frac{5}{2}BD$.



(1) 求岛 A 与港口 B 之间的距离;

(2) 求 $\tan C$.

(参考数据: $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$)

24. 已知二次函数 $y = x^2 + 2(a+1)x + 3a^2 - 2a + 3$, a 为常数.

(1) 若该二次函数的图像与直线 $y = 2a^2$ 有两个交点, 求 a 的取值范围;

(2) 若该二次函数的图像与 x 轴有交点, 求 a 的值;

(3) 求证: 该二次函数的图像不经过原点.

25. 一块直角三角形木板, 它的一条直角边 BC 长 2m , 面积为 1.5m^2 .

(1) 甲、乙两人分别按图 1、图 2 用它设计一个正方形桌面, 请说明哪个正方形面积较大;

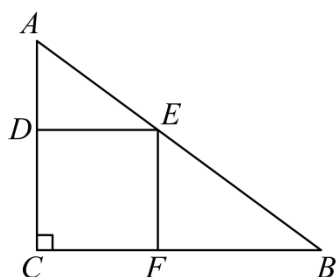


图1

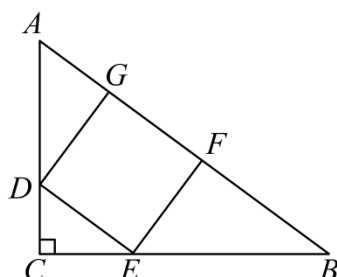


图2

(2) 丙、丁两人分别按图 3、图 4 用它设计一个长方形桌面. 请分别求出图 3、图 4 中长方形的面积 $y(\text{m}^2)$

与 DE 的长 $x(\text{m})$ 之间的函数表达式, 并分别求出面积的最大值.

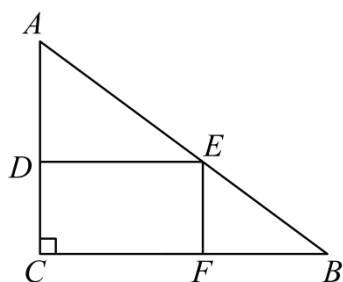


图3

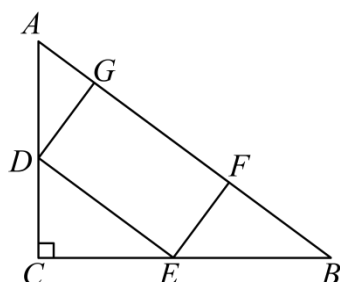


图4

26. 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的高, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆.

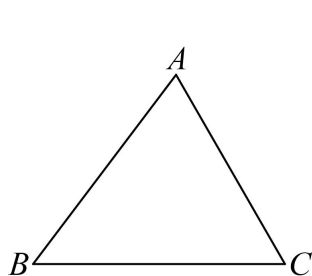


图 1

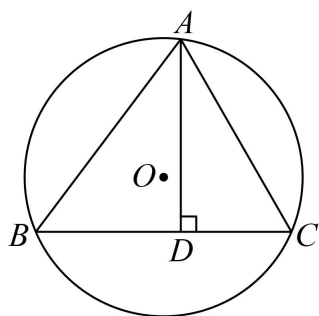


图 2

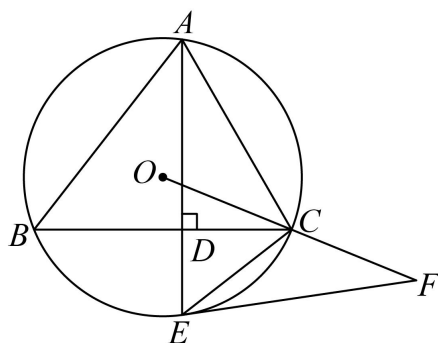


图 3

(1) 请你在图 1 中用无刻度的直尺和圆规, 作 $\triangle ABC$ 的外接圆 (保留作图痕迹, 不写作法);

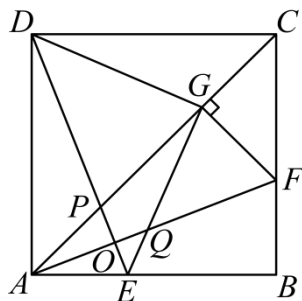
(2) 如图 2, 若 $\odot O$ 的半径为 R , 求证: $R = \frac{AC \cdot AB}{2AD}$;

(3) 如图 3, 延长 AD 交 $\odot O$ 于点 E , 过点 E 的切线交 OC 的延长线于点 F . 若 $BC = 7$, $AD = 3\sqrt{3}$, $\angle ACB = 60^\circ$, 求 CF 的长.

27. 综合与实践

【问题情境】

如图, 小昕同学在正方形纸板 $ABCD$ 的边 AB 、 BC 上分别取点 E 、 F , 且 $AE = BF$, AF 交 DE 于点 O . 连接 AC , 过点 F 作 $FG \perp AC$, 垂足为 G , 连接 GD 、 GE , DE 交 AC 于点 P , GE 交 AF 于点 Q .



【活动猜想】

(1) GD 与 GE 的数量关系是_____, 位置关系是_____;

【探索发现】

(2) 证明 (1) 中的结论;

【实践应用】

(3) 若 $AD=3$, $AE=1$, 求 QF 的长;

【综合探究】 (4) 若 $AD=3$, 则当 $AP=$ _____时, $\triangle DPG$ 的面积最小.