

2025 年无锡市初中学业水平考试数学试卷

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题所给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑.)

1. 计算 $-2+3$ 的结果为 ()

- A. -5 B. -1 C. 1 D. 5

2. 2025 年春节期间, 无锡市 65 家备案博物馆接待游客总数约 819000 人次. 数据 819000 用科学记数法表示为 ()

- A. 8.19×10^5 B. 81.9×10^4 C. 0.819×10^5 D. 0.819×10^6

3. 下列运算正确的是 ()

A. $a^2 + a^4 = a^6$ B. $a^2 \cdot a^4 = a^6$

C. $(a^2)^4 = a^6$ D. $a^4 \div a = a^4$

4. 一组数据: 13, 14, 14, 16, 18, 这组数据的平均数和众数分别是 ()

- A. 15, 14 B. 14, 15 C. 14, 14 D. 15, 15

5. 在 $\triangle ABC$ 中, D 、 E 分别是 AB 、 AC 的中点. 若 $DE = 4$, 则 BC 的长为 ()

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

6. 已知圆弧所在圆的半径为 6, 该弧所对的圆心角为 90° , 则这条弧的长为 ()

- A. 2π B. 3π C. 4π D. 6π

7. 分解因式 $a^3 - 4a$ 的结果是 ()

A. $a(a^2 + 4)$ B. $a(a - 4)$

C. $a(a + 2)(a - 2)$ D. $a(a^2 - 1)$

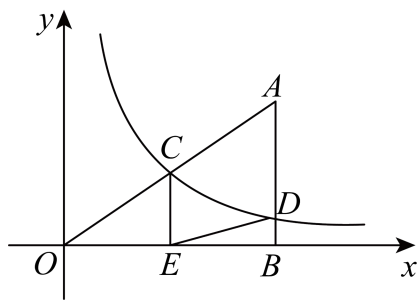
8. 小亮与小红周末去十里明珠堤的环湖绿道上骑行, 小亮的速度是小红速度的 1.2 倍, 两人各自骑行了 6km, 小亮骑行时间比小红少用了 4min. 设小红的骑行速度为 x km/h, 则可列方程为 ()

A. $\frac{6}{1.2x} + \frac{4}{60} = \frac{6}{x}$ B. $\frac{6}{1.2x} + 4 = \frac{6}{x}$

C. $\frac{6}{1.2x} - \frac{4}{60} = \frac{6}{x}$ D. $\frac{6}{1.2x} - 4 = \frac{6}{x}$

9. 如图, 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, $\text{Rt}\triangle OBA$ 的直角边 OB 在 x 轴上, AO 、 AB 分别与反比

例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$ 的图象相交于点 C 、 D ，且 C 为 AO 的中点，过点 C 作 x 轴的垂线，垂足为 E ，连接 DE 。若 BDE 的面积为 $\frac{5}{4}$ ，则 k 的值为 ()



- A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{5}{2}$ C. 5 D. 10

10. 若函数 y_1 的图象上存在点 P ，函数 y_2 的图象上存在点 Q ，且 P 、 Q 关于 y 轴对称，则称函数 y_1 和 y_2 具有“对偶关系”，此时点 P 或点 Q 的纵坐标称为“对偶值”。下列结论：

- ①函数 $y_1 = 2x + 3$ 与函数 $y_2 = -x + 1$ 不具有“对偶关系”；
 ②函数 $y_1 = 2x + 3$ 与函数 $y_2 = -x + 1$ 的“对偶值”为 -1 ；
 ③若 1 是函数 $y_1 = kx + 3$ 与函数 $y_2 = \frac{1}{x}$ 的“对偶值”，则 $k = 2$ ；
 ④若函数 $y_1 = -2x + b (-2 \leq x \leq -1)$ 与函数 $y_2 = \frac{1}{x} (x > 0)$ 具有“对偶关系”，则 $3 \leq b \leq \frac{9}{2}$ 。

其中正确的是 ()

- A. ①④ B. ②③ C. ①③④ D. ②③④

二、填空题 (本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分。不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应的位置上。)

11. $|-3| = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 函数 $y = \frac{1}{x-4}$ 中的自变量 x 的取值范围 $\underline{\hspace{2cm}}$.

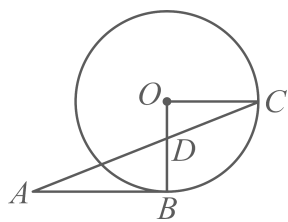
13. 请写出单项式 a^2b 的一个同类项: $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. 请写出命题“若 $a > b$ ，则 $a + 1 > b + 1$ ”的逆命题: $\underline{\hspace{2cm}}$.

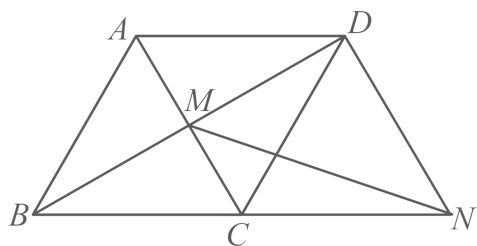
15. 正七边形的内角和为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.

16. 如图， AB 与 $\odot O$ 相切于点 B ，连接 BO ，过点 O 作 BO 的垂线 OC ，交 $\odot O$ 于点 C ，连接 AC ，交线

段 OB 于点 D . 若 $AB = 3, OC = 2$, 则 $\tan A$ 的值为_____.



17. 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle ABC = 60^\circ$, 对角线 AC 、 BD 相交于点 M . 过点 D 作 AC 的平行线交 BC 的延长线于点 N , 连接 MN . 则 MN 的长为_____.



18. 在平行四边形纸片 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, $AB = 4$, $BC = 8$. 现将该纸片折叠, 折痕与纸片 $ABCD$ 的两边交于点 E 、 F . 若 E 与 A 重合, F 在 BC 上, 且 $EF \perp BC$, 则被折痕分成的 $\triangle EBF$ 与四边形 $EFCD$ 的面积比为_____; 若折痕 EF 将纸片 $ABCD$ 分成两个四边形, 且被分成的两个四边形的面积的比为 $1:3$, 则折痕 EF 长的取值范围是_____.

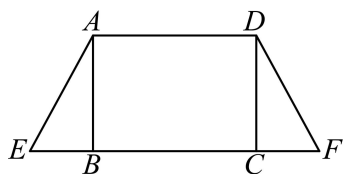
三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等.)

19. (1) 解方程: $x^2 - 2x - 2 = 0$;

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x < 6 \\ 3x - 1 \geq x + 1 \end{cases}$$

20. 先化简, 再求值: $\frac{1}{m-1} + \frac{m^2 - 2m}{m-1}$. 其中 $m = 3$.

21. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E 在 CB 延长线上, 点 F 在 BC 延长线上, 且 $BE = CF$, 连接 AE 、 DF .



求证:

(1) $\triangle ABE \cong \triangle DCF$;

(2) $\angle EAD = \angle FDA$.

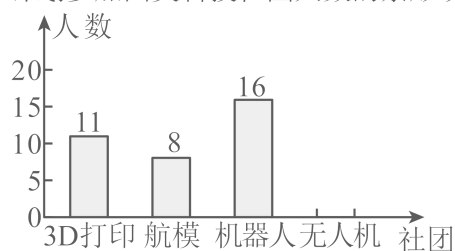
22. 一个不透明的袋子中装有标号分别为 1, 2, 3, 4 的 4 个球, 这些球除标号外都相同.

(1) 将球搅匀，从中任意摸出 1 个球，摸到标号为 2 的球的概率是_____；

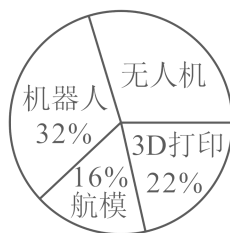
(2) 将球搅匀，从中任意摸出 1 个球，记录标号后不放入，再从袋子中任意摸出 1 个球，记录标号。求两次摸到的球标号均小于 3 的概率。（请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程）

23. 2025 年 1 月 14 日，教育部办公厅印发了《中小学科学教育工作指南》（以下简称《指南》），旨在推动中小学科学教育更加重视激发学生好奇心、想象力、探求欲，培育具备科学家潜质、愿意献身科学研究事业的青少年群体。某校为落实《指南》要求，准备在七年级开设“3D 打印”“航模”“机器人”“无人机”共四类科技社团（每名学生必选且仅选一个社团）。为了解学生参加各社团的意向，现随机抽取七年级部分学生进行问卷调查，并对问卷数据进行收集、整理、描述和分析，部分信息如下：

计划参加四类科技社团人数的条形统计图



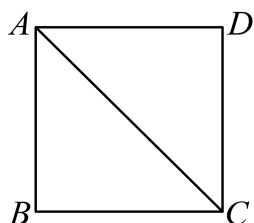
计划参加四类科技社团人数的扇形统计图



请根据以上信息，解答下列问题：

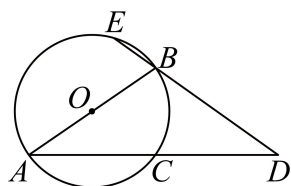
- 本次调查的样本容量为_____，并将条形统计图补充完整；（画图后请标注相应的数据）
- 若该校七年级共有 1000 名学生，请估计计划参加“机器人”社团的学生人数；
- 根据上述统计分析情况，请你为该校科技社团活动的顺利开展给出一条合理建议。

24. 如图， AC 为正方形 $ABCD$ 的对角线。



- 尺规作图：作 AD 的垂直平分线 l 交 AD 于点 E ，在 l 上确定点 F ，使得点 F 到 $\angle BAC$ 的两边距离相等；（不写作法，保留痕迹）
- 在（1）的条件下，求 $\angle DEF$ 的度数。（请直接写出 $\angle DEF$ 的度数）

25. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， D 是弦 AC 延长线上的一点，且 $CD = CA$ ， DB 的延长线交 $\odot O$ 于点 E 。



- 求证： $AB = BD$ ；

(2) 若 $AB = 3$, $\cos \angle ABE = \frac{1}{3}$, 求 AD 的长.

26. 某校数学研究性学习小组为测量物体的高度, 开展了如下综合与实践活动.

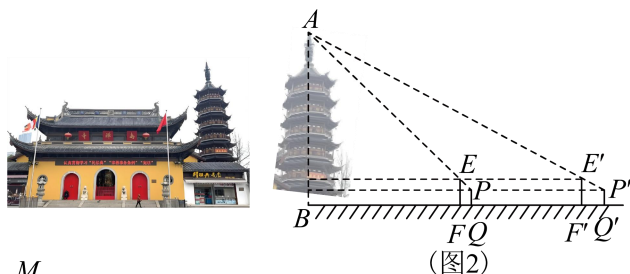
【活动主题】测量物体的高度

【测量工具】卷尺、标杆

【活动过程】

活动 1: 测量校内旗杆的高度

该小组在校内进行了旗杆高度的测量活动 (示意图 1). 在点 F 处竖立标杆 EF , 直立在点 Q 处的小军从点 P 处看到标杆顶 E 、旗杆顶 M 在同一条直线上. 已知旗杆底端 N 与 F 、 Q 在同一条直线上, $EF = 2.8\text{m}$, $PQ = 1.4\text{m}$, $QF = 2\text{m}$, $FN = 16\text{m}$.



(1) 求旗杆 MN 的高度.

活动 2: 测量南禅寺妙光塔的高度

南禅寺妙光塔, 简称“妙光塔”, 始建于北宋雍熙年间, 是无锡著名的文物保护单位之一. 该小组为全面了解本土历史文物, 决定走出校园去测量妙光塔的高度. 他们到达妙光塔后, 发现塔顶 A 和塔底中心 B 均无法到达. 经研究, 设计并实施了如下测量活动 (示意图 2). 在地面一条水平步道上的点 F 处竖立标杆 EF , 直立在点 Q 处的小军从点 P 处看到标杆顶 E 、塔顶 A 在同一条直线上. 小军沿 FQ 的方向走到点 Q' 处, 此时标杆 $E'F'$ 竖立于 F' 处, 从点 P' 处看到标杆顶 E' 、塔顶 A 在同一条直线上. 已知 AB 、 EF 、 PQ 、 $E'F'$ 和 $P'Q'$ 在同一平面内, 点 B 、 F 、 Q 、 F' 、 Q' 在同一条直线上, $EF = E'F' = 2.8\text{m}$, $PQ = P'Q' = 1.4\text{m}$, $FQ = 1.2\text{m}$, $F'Q' = 2.2\text{m}$, $QQ' = 30\text{m}$.

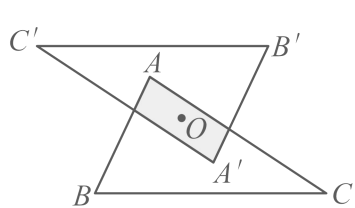
(2) 求妙光塔 AB 的高度.

27. 已知二次函数 $y = -\frac{1}{2}x^2 + mx + \frac{\sqrt{3}}{3}m$ ($m \neq 0$) 图象的顶点为 A, 与 y 轴交于点 B, 对称轴与 x 轴交于点 C.

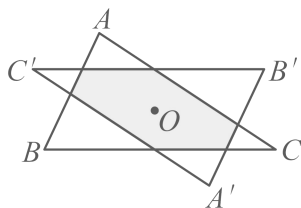
- (1) 若该函数图象经过点 $(0, \sqrt{3})$, 求点 A 的横坐标;
- (2) 若 $m < 3$, 点 $P(2, y_1)$ 和 $Q(4, y_2)$ 在该函数图象上, 证明: $y_1 > y_2$;
- (3) 若 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 求 m 的值.

28. 【数学发现】

某校数学兴趣小组进行了如下探究: 以 $\triangle ABC$ 内部任意一点 O 为中心, 画出与 $\triangle ABC$ 成中心对称的 $\triangle A'B'C'$. 当点 O 处于不同位置时, 从“形”的角度发现两个三角形的重叠部分只可能有两种情况: 如图 1 所示的平行四边形, 如图 2 所示的有三组对边分别平行的六边形 (称为“平行六边形”); 从“数”的角度发现两个三角形重叠部分的面积在不断变化.



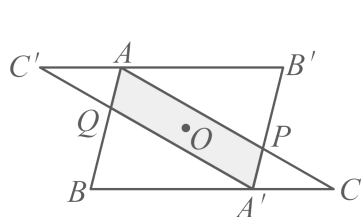
图(1)



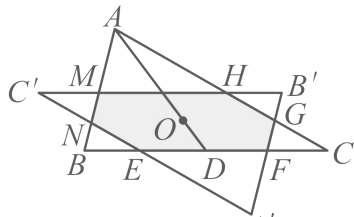
图(2)

【问题解决】

组员小明选择面积为 1 的 $\triangle ABC$, 以其内部任意一点 O 为中心, 画出与之成中心对称的 $\triangle A'B'C'$, 探究了下列问题, 请你帮他解答.



图(3)



图(4)

- (1) 如图 3, $BC = 2$, 当点 A 关于点 O 的对称点 A' 落在边 BC 上时, 两个三角形重叠部分为 $\square AQA'P$.
 - ① 若 $AA' \perp BC$, 求 AO 的长; (请直接写出答案)
 - ② 若 $\square AQA'P$ 的面积为 $\frac{1}{4}$, 求 $A'C$ 的长.
- (2) 如图 4, 点 D 为 BC 的中点, 点 O 在 AD 上, 若两个三角形的重叠部分为“平行六边形” EFGHMN, 求“平行六边形” EFGHMN 面积的最大值, 并指出此时点 O 的位置.