

常州市二〇二四年初中学业水平考试

数学试题

注意事项:

1. 本试卷共 6 页. 全卷满分 120 分. 考试时间为 120 分钟. 考生应将答案全部填写在答题卡相应的位置上, 写在本试卷上无效. 考试结束后, 请将本试卷和答题卡一并交回. 考试时不允许使用计算器.

2. 答题前, 考生务必将自己的姓名、考试号填写在试卷上, 并填写好答题卡上的考生信息.

3. 作图必须用 2B 铅笔作答, 并请加黑加粗, 描写清楚.

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分. 在每小题所给出的四个选项中, 只有一项是正确的)

1. -2024 的绝对值是 ()

A. $-\frac{1}{2024}$

B. $\frac{1}{2024}$

C. 2024

D. -2024

2. 若二次根式 $\sqrt{x-2}$ 有意义, 则 x 可取的值是 ()

A. -1

B. 0

C. 1

D. 2

3. 计算 $2a^2 - a^2$ 的结果是 ()

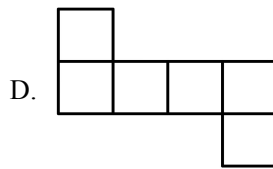
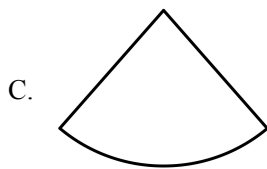
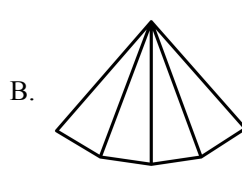
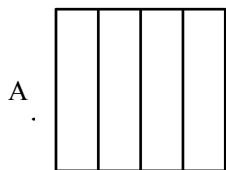
A. 2

B. a^2

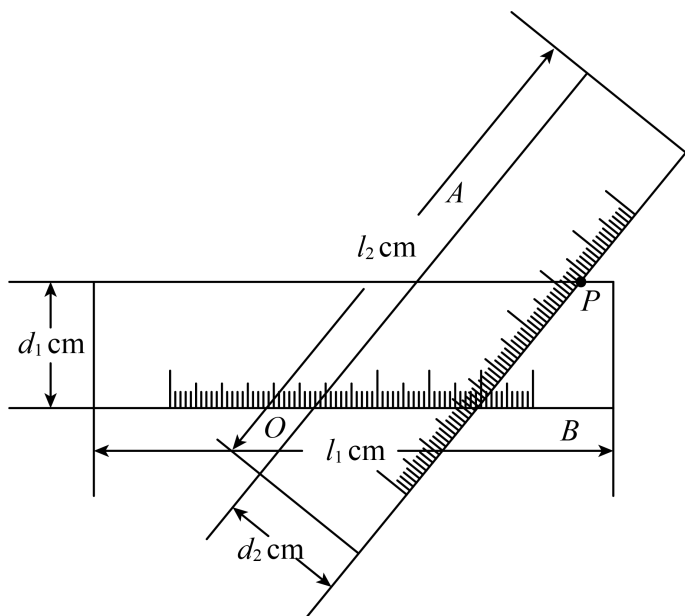
C. $3a^2$

D. $2a^4$

4. 下列图形中, 为四棱锥的侧面展开图的是 ()



5. 如图, 在纸上画有 $\angle AOB$, 将两把直尺按图示摆放, 直尺边缘的交点 P 在 $\angle AOB$ 的平分线上, 则 ()

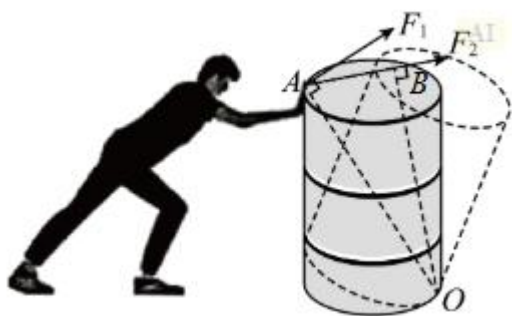


- A. d_1 与 d_2 一定相等
 B. d_1 与 d_2 一定不相等
 C. l_1 与 l_2 一定相等
 D. l_1 与 l_2 一定不相等

6. 2024 年 5 月 10 日，记者从中国科学院国家天文台获悉，“中国天眼”FAST 近期发现了 6 个距离地球约 50 亿光年的中性氢星系，这是人类迄今直接探测到的最远的一批中性氢星系。50 亿光年用科学记数法表示为（ ）

- A. 50×10^8 光年
 B. 5×10^8 光年
 C. 5×10^9 光年
 D. 5×10^{10} 光年

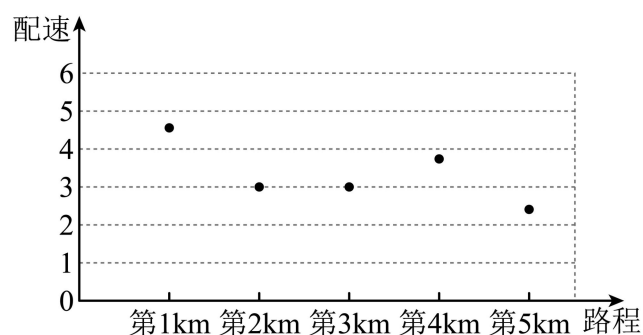
7. 如图，推动水桶，以点 O 为支点，使其向右倾斜。若在点 A 处分别施加推力 F_1 、 F_2 ，则 F_1 的力臂 OA 大于 F_2 的力臂 OB 。这一判断过程体现的数学依据是（ ）



- A. 垂线段最短
 B. 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直
 C. 两点确定一条直线
 D. 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行

8. 在马拉松、公路自行车等耐力运动的训练或比赛中，为合理分配体能，运动员通常会记录每行进 1km 所

用的时间，即“配速”（单位： min/km ）. 小华参加5km的骑行比赛，他骑行的“配速”如图所示，则下列说法中错误的是（ ）



- A. 第1km所用的时间最长
- B. 第5km的平均速度最大
- C. 第2km和第3km的平均速度相同
- D. 前2km的平均速度大于最后2km的平均速度

二、填空题 (本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分. 不需写出解答过程，请将答案直接填写在答题卡相应位置上)

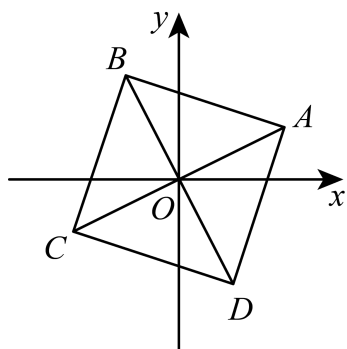
9. 16的算术平方根是_____.

10. 分解因式： $x^2 - 4xy + 4y^2 =$ _____.

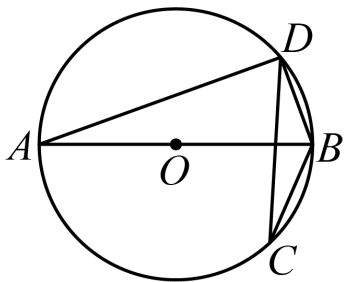
11. 计算： $\frac{1}{x+1} + \frac{x}{x+1} =$ _____.

12. 若等腰三角形的周长是 10，则底边长 y 与腰长 x 的函数表达式为_____.

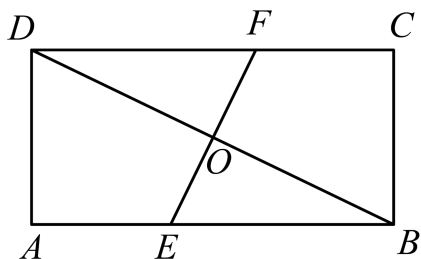
13. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于原点 O . 若点 A 的坐标是 $(2,1)$ ，则点 C 的坐标是_____.



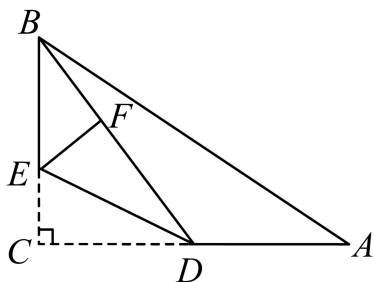
14. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， CD 是 $\odot O$ 的弦，连接 AD 、 BC 、 BD . 若 $\angle BCD = 20^\circ$ ，则 $\angle ABD =$ _____°.



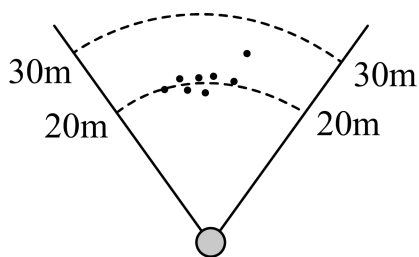
15. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 对角线 BD 的垂直平分线分别交边 AB 、 CD 于点 E 、 F . 若 $AD = 8$, $BE = 10$, 则 $\tan \angle ABD =$ _____.



16. 如图, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 6$, $BC = 4$, D 是边 AC 的中点, E 是边 BC 上一点, 连接 BD 、 DE . 将 $\triangle CDE$ 沿 DE 翻折, 点 C 落在 BD 上的点 F 处, 则 $CE =$ _____.



17. 小丽进行投掷标枪训练, 总共投掷 10 次, 前 9 次标枪的落点如图所示, 记录成绩 (单位: m), 此时这组成绩的平均数是 20m, 方差是 $s_1^2 \text{m}^2$. 若第 10 次投掷标枪的落点恰好在 20m 线上, 且投掷结束后这组成绩的方差是 $s_2^2 \text{m}^2$, 则 s_1^2 _____ s_2^2 (填 “ $>$ ”、“ $=$ ” 或 “ $<$ ”).



18. “绿波”, 是车辆到达前方各路口时, 均遇上绿灯, 提高通行效率. 小亮爸爸行驶在最高限速 80 km/h 的路段上, 某时刻的导航界面如图所示, 前方第一个路口显示绿灯倒计时 32s, 第二个路口显示红灯倒计时 44s, 此时车辆分别距离两个路口 480m 和 880m. 已知第一个路口红、绿灯设定时间分别是 30s、50s, 第二个路口红、绿灯设定时间分别是 45s、60s. 若不考虑其他因素, 小亮爸爸以不低于 40 km/h 的车速全程匀速 “绿波” 通过这两个路口 (在红、绿灯切换瞬间也可通过), 则车速 v (km/h) 的取值范围是 _____.



三、解答题（本大题共 10 小题，共 84 分．请在答题卡指定区域内作答，如无特殊说明，解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

19. 解方程组和不等式组：

$$(1) \begin{cases} x - y = 0 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x - 6 < 0 \\ \frac{x-1}{2} < x \end{cases}$$

20. 先化简，再求值： $(x+1)^2 - x(x+1)$ ，其中 $x = \sqrt{3} - 1$ ．

21. 某企业生产了 2000 个充电宝，为了解这批充电宝的使用寿命（完全充放电次数），从中随机抽取了 20 个进行检测，数据整理如下：

完全充放电次数 t	$300 \leq t < 400$	$400 \leq t < 500$	$500 \leq t < 600$	$t \geq 600$
充电宝数量/个	2	3	10	5

(1) 本次检测采用的是抽样调查，试说明没有采用普查的理由；

(2) 根据上述信息，下列说法中正确的是_____（写出所有正确说法的序号）；

①这 20 个充电宝的完全充放电次数都不低于 300 次；

②这 20 个充电宝的完全充放电次数 t 的中位数满足 $500 \leq t < 600$ ；

③这 20 个充电宝的完全充放电次数 t 的平均数满足 $300 \leq t < 400$ ．

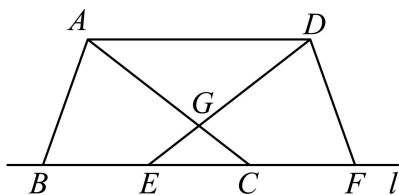
(3) 估计这批充电宝中完全充放电次数在 600 次及以上的数量．

22. 在 3 张相同的小纸条上分别写有“石头”、“剪子”、“布”．将这 3 张小纸条做成 3 支签，放在不透明的盒子中搅匀．

(1) 从盒子中任意抽出 1 支签，抽到“石头”的概率是_____；

(2) 甲、乙两人通过抽签分胜负，规定：“石头”胜“剪子”，“剪子”胜“布”，“布”胜“石头”．甲先从盒子中任意抽出 1 支签（不放回），乙再从余下的 2 支签中任意抽出 1 支签，求甲取胜的概率．

23. 如图, B 、 E 、 C 、 F 是直线 l 上的四点, AC 、 DE 相交于点 G , $AB = DF$, $AC = DE$, $BC = EF$.

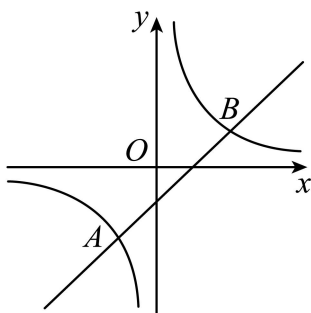


(1) 求证: $\triangle GEC$ 是等腰三角形;

(2) 连接 AD , 则 AD 与 l 的位置关系是_____.

24. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图像相交于点

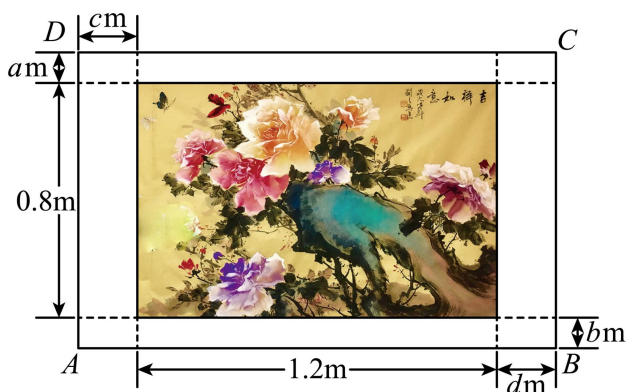
$A(-1, n)$ 、 $B(2, 1)$.



(1) 求一次函数、反比例函数的表达式;

(2) 连接 OA 、 OB , 求 $\triangle OAB$ 的面积.

25. 书画装裱, 是指为书画配上衬纸、卷轴以便张贴、欣赏和收藏, 是我国具有民族传统的一门特殊艺术. 如图, 一幅书画在装裱前的大小是 $1.2\text{m} \times 0.8\text{m}$, 装裱后, 上、下、左、右边衬的宽度分别是 $a\text{m}$ 、 $b\text{m}$ 、 $c\text{m}$ 、 $d\text{m}$. 若装裱后 AB 与 AD 的比是 $16:10$, 且 $a = b$, $c = d$, $c = 2a$, 求四周边衬的宽度.



26. 对于平面内有公共点的两个图形, 若将其中一个图形沿着某个方向移动一定的距离 d 后与另一个图形重合, 则称这两个图形存在“平移关联”, 其中一个图形叫做另一个图形的“平移关联图形”.

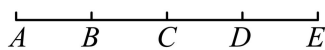


图1

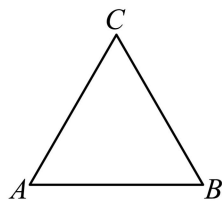


图2

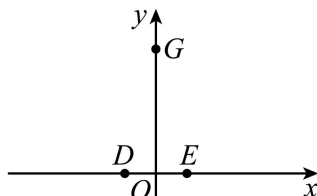


图3

(1) 如图1, B 、 C 、 D 是线段 AE 的四等分点. 若 $AE = 4$, 则在图中, 线段 AC 的“平移关联图形”是 _____, $d =$ _____ (写出符合条件的一种情况即可);

(2) 如图2, 等边三角形 ABC 的边长是2. 用直尺和圆规作出 $\triangle ABC$ 的一个“平移关联图形”, 且满足 $d = 2$ (保留作图痕迹, 不要求写作法);

(3) 如图3, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 D 、 E 、 G 的坐标分别是 $(-1, 0)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(0, 4)$, 以点 G 为圆心, r 为半径画圆. 若对 $\odot G$ 上的任意点 F , 连接 DE 、 EF 、 FD 所形成的图形都存在“平移关联图形”, 且满足 $d \geq 3$, 直接写出 r 的取值范围.

27. 将边长均为6cm的等边三角形纸片 ABC 、 DEF 叠放在一起, 使点 E 、 B 分别在边 AC 、 DF 上 (端点除外), 边 AB 、 EF 相交于点 G , 边 BC 、 DE 相交于点 H .

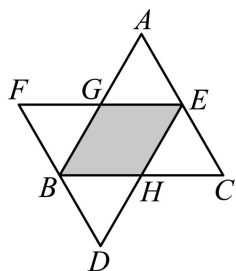


图1

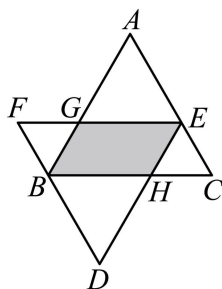


图2

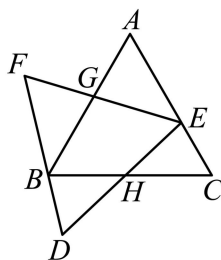


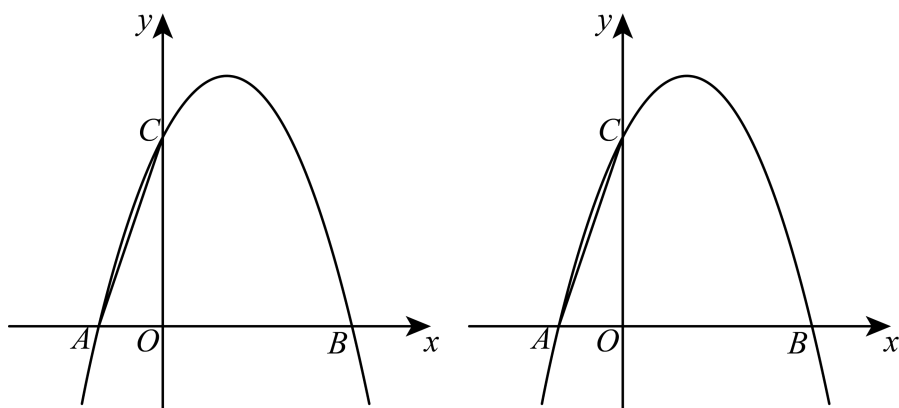
图3

(1) 如图1, 当 E 是边 AC 的中点时, 两张纸片重叠部分的形状是 _____;

(2) 如图2, 若 $EF \parallel BC$, 求两张纸片重叠部分的面积的最大值;

(3) 如图3, 当 $AE > EC$, $FB > BD$ 时, AE 与 FB 有怎样的数量关系? 试说明理由.

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = -x^2 + bx + 3$ 的图像与 x 轴相交于点 A 、 B , 与 y 轴相交于点 C .



备用图

(1) $OC =$ _____;

(2) 如图, 已知点 A 的坐标是 $(-1, 0)$.

①当 $1 \leq x \leq m$, 且 $m > 1$ 时, y 的最大值和最小值分别是 s 、 t , $s - t = 2$, 求 m 的值;

②连接 AC , P 是该二次函数的图像上位于 y 轴右侧的一点 (点 B 除外), 过点 P 作 $PD \perp x$ 轴, 垂足为 D . 作 $\angle DPQ = \angle ACO$, 射线 PQ 交 y 轴于点 Q , 连接 DQ 、 PC . 若 $DQ = PC$, 求点 P 的横坐标.