

数学

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．在每小题所给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. 6 的倒数是（ ）

- A. $-\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{6}$ C. -6 D. 6

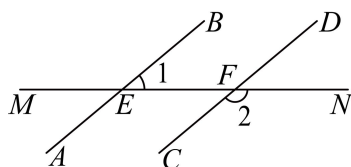
2. 下列运算正确的是（ ）

- A. $a^2 + a^3 = 2a^5$ B. $a^4 \cdot a^2 = a^6$ C. $a^3 \div a = a^3$ D. $(ab^2)^3 = a^3b^5$

3. 地球与月球的平均距离大约为 384000km，数据 384000 用科学记数法表示为（ ）

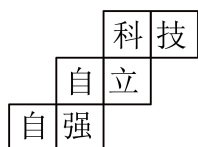
- A. 3.84×10^4 B. 3.84×10^5 C. 3.84×10^6 D. 38.4×10^5

4. 如图，直线 $AB \parallel CD$ ，直线 MN 分别与直线 AB 、 CD 交于点 E 、 F ，且 $\angle 1 = 40^\circ$ ，则 $\angle 2$ 等于（ ）



- A. 120° B. 130° C. 140° D. 150°

5. 全国两会，习近平总书记在参加江苏代表团审议时指出，我们能不能如期全面建成社会主义现代化强国，关键看科技自立自强．将“科技、自立、自强”六个字分别写在某正方体的表面上，如图是它的一种表面展开图，在原正方体中，与“强”字所在面相对面上的汉字是（ ）



- A. 自 B. 立 C. 科 D. 技

6. 我国古代问题：以绳测井，若将绳三折测之，绳多四尺；若将绳四折测之，绳多一尺．绳长、井深各几何？这段话的意思是：用绳子量井深，把绳三折来量，井外余绳四尺；把绳四折来量，井外余绳一尺．绳长、井深各几尺？若设绳长为 x 尺，则可列方程为（ ）

- A. $\frac{1}{3}x - 4 = \frac{1}{4}x - 1$ B. $\frac{1}{3}x + 4 = \frac{1}{4}x - 1$
C. $\frac{1}{3}x - 4 = \frac{1}{4}x + 1$ D. $\frac{1}{3}x + 4 = \frac{1}{4}x + 1$

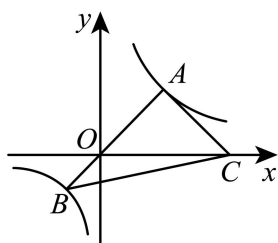
7. 规定：对于任意实数 a 、 b 、 c ，有 $[a, b] \star c = ac + b$ ，其中等式右面是通常的乘法和加法运算，如

$[2, 3] \star 1 = 2 \times 1 + 3 = 5$ ．若关于 x 的方程 $[x, x+1] \star (mx) = 0$ 有两个不相等的实数根，则 m 的取值范

围为 ()

- A. $m < \frac{1}{4}$ B. $m > \frac{1}{4}$ C. $m > \frac{1}{4}$ 且 $m \neq 0$ D. $m < \frac{1}{4}$ 且 $m \neq 0$

8. 如图, 点 A 在双曲线 $y_1 = \frac{k}{x} (x > 0)$ 上, 连接 AO 并延长, 交双曲线 $y_2 = \frac{k}{4x} (x < 0)$ 于点 B , 点 C 为 x 轴上一点, 且 $AO = AC$, 连接 BC , 若 $\triangle ABC$ 的面积是 6, 则 k 的值为 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. 要使 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

10. 因式分解: $x^2 + 4x =$ _____.

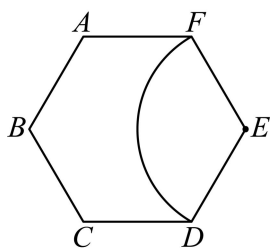
11. 命题“两直线平行, 同位角相等”的逆命题是_____.

12. 点 $P(x^2 + 1, -3)$ 在第_____象限.

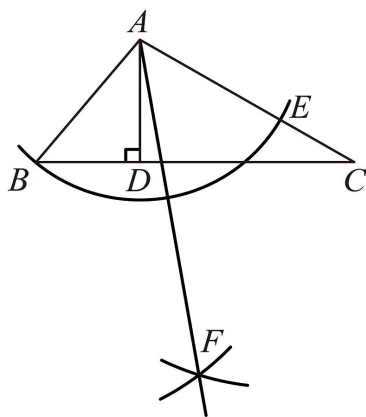
13. 一组数据 6, 8, 10, x 的平均数是 9, 则 x 的值为_____.

14. 已知圆锥的底面半径为 3, 母线长为 12, 则其侧面展开扇形的圆心角的度数为_____°.

15. 如图, 已知正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 2, 以点 E 为圆心, EF 长为半径作圆, 则该圆被正六边形截得的 $\widehat{DF}$ 的长为_____.

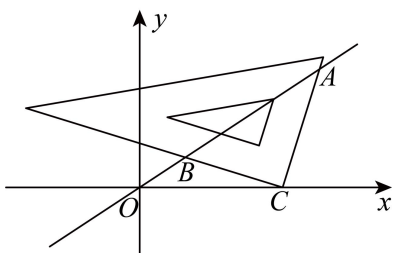


16. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, AD 是高, 以点 A 为圆心, AB 长为半径画弧, 交 AC 于点 E , 再分别以 B 、 E 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}BE$ 的长为半径画弧, 两弧在 $\angle BAC$ 的内部交于点 F , 作射线 AF , 则 $\angle DAF =$ _____.



17. 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} ax + y = b \\ cx - y = d \end{cases}$ 的解是 $\begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases}$, 则关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax + 2y = 2a + b \\ cx - 2y = 2c + d \end{cases}$ 的解是_____.

18. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 在直线 $y = \frac{3}{4}x$ 上, 且点 A 的横坐标为 4, 直角三角板的直角顶点 C 落在 x 轴上, 一条直角边经过点 A , 另一条直角边与直线 OA 交于点 B , 当点 C 在 x 轴上移动时, 线段 AB 的最小值为_____.



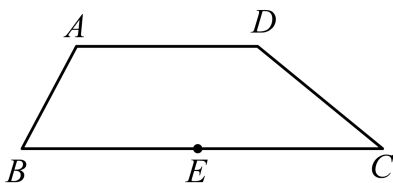
三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 96 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

19. 计算: $(\pi - 3)^0 - 2\sin 60^\circ + |-\sqrt{3}|$.

20. 先化简再求值: $\left(1 + \frac{2}{x+1}\right) \cdot \frac{x+1}{x^2-9}$, 其中 $x = \sqrt{3} + 3$.

21. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, 且 $AD = DC = \frac{1}{2}BC$, E 是 BC 的中点. 下面是甲、乙两名

同学得到的结论:



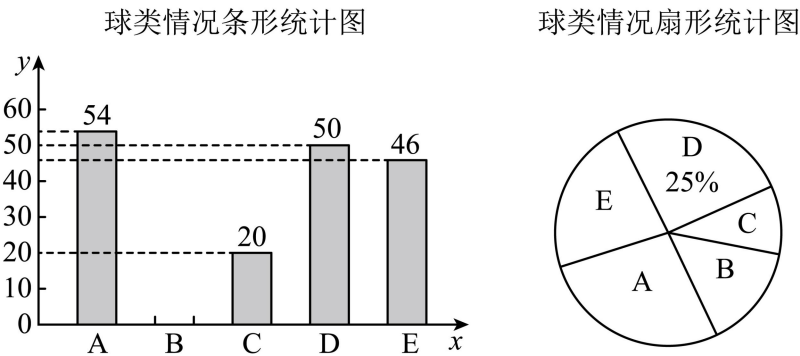
甲: 若连接 AE , 则四边形 $ADCE$ 是菱形;

乙：若连接 AC ，则 $\triangle ABC$ 是直角三角形.

请选择一名同学的结论给予证明.

22. 某校为丰富学生的课余生活，开展了多姿多彩的体育活动，开设了五种球类运动项目： A 篮球， B 足球， C 排球， D 羽毛球， E 乒乓球. 为了解学生最喜欢以上哪种球类运动项目，随机抽取部分学生进行调查（每位学生仅选一种），并绘制了统计图：

某同学不小心将图中部分数据丢失，请结合统计图，完成下列问题：



(1) 本次调查的样本容量是_____，扇形统计图中 C 对应圆心角的度数为_____°.

(2) 请补全条形统计图；

(3) 若该校共有 2000 名学生，请你估计该校最喜欢“ E 乒乓球”的学生人数.

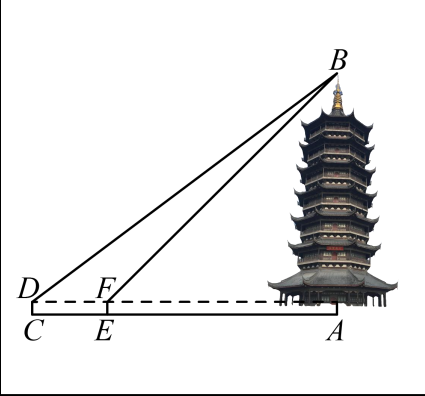
23. 某校组织七年级学生开展以“讲好红色故事，传承红色基因”为主题的研学活动，策划了四条研学线路供学生选择： A 彭雪枫纪念馆， B 淮海军政大礼堂， C 爱园烈士陵园， D 大王庄党性教育基地，每名学生只能任意选择一条线路.

(1) 小刚选择线路 A 的概率为_____；

(2) 请用画树状图或列表的方法，求小刚和小红选择同一线路的概率.

24. 双塔是古黄河宿迁景观带的标志性建筑之一，由九层的九龙塔和七层的七凤塔构成. 某校数学实践小组开展测量七凤塔高度的实践活动，该小组制定了测量方案，在实地测量后撰写活动报告，报告部分内容如下表：

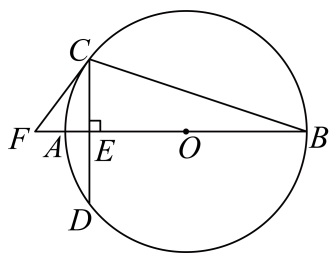
测量七凤塔高度			
测量工具	测角仪、皮尺等	活动形式	以小组为单位
测量示意图		测量步骤及结果	

	如图，步骤如下： ①在 C 处使用测角仪测得塔的顶部点 B 的仰角 $\angle BDG = 37^\circ$； ②沿着 CA 方向走到 E 处，用皮尺测得 $CE = 24$ 米； ③在 E 处使用测角仪测得塔的顶部点 B 的仰角 $\angle BFG = 45^\circ$.
...	

已知测角仪的高度为 1.2 米，点 C 、 E 、 A 在同一水平直线上. 根据以上信息，求塔 AB 的高度，

(参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)

25. 如图，在 $\odot O$ 中， AB 是直径， CD 是弦，且 $AB \perp CD$ ，垂足为 E ， $AB = 20$ ， $CD = 12$ ，在 BA 的延长线上取一点 F ，连接 CF ，使 $\angle FCD = 2\angle B$.



(1) 求证: CF 是 $\odot O$ 的切线;

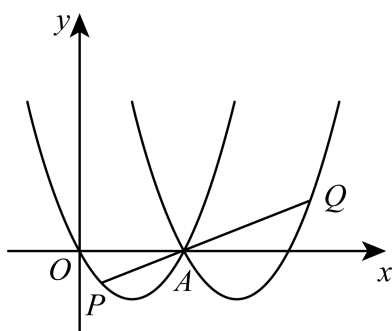
(2) 求 EF 的长.

26. 某商店购进 A 、 B 两种纪念品，已知纪念品 A 的单价比纪念品 B 的单价高 10 元. 用 600 元购进纪念品 A 的数量和用 400 元购进纪念品 B 的数量相同.

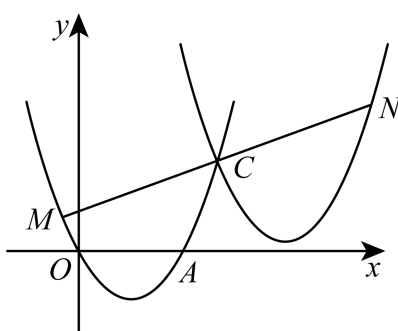
(1) 求纪念品 A 、 B 的单价分别是多少元?

(2) 商店计划购买纪念品 A 、 B 共 400 件，且纪念品 A 的数量不少于纪念品 B 数量的 2 倍，若总费用不超过 11000 元，如何购买这两种纪念品使总费用最少?

27. 如图①，已知抛物线 $y_1 = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于两点 $O(0,0)$ 、 $A(2,0)$ ，将抛物线 y_1 向右平移两个单位长度，得到抛物线 y_2 ，点 P 是抛物线 y_1 在第四象限内一点，连接 PA 并延长，交抛物线 y_2 于点 Q .



图①



图②

- (1) 求抛物线 y_2 的表达式;
- (2) 设点 P 的横坐标为 x_P , 点 Q 的横坐标为 x_Q , 求 $x_Q - x_P$ 的值;
- (3) 如图②, 若抛物线 $y_3 = x^2 - 8x + t$ 与抛物线 $y_1 = x^2 + bx + c$ 交于点 C , 过点 C 作直线 MN , 分别交抛物线 y_1 和 y_3 于点 M, N (M, N 均不与点 C 重合), 设点 M 的横坐标为 m , 点 N 的横坐标为 n , 试判断 $|m - n|$ 是否为定值. 若是, 直接写出这个定值; 若不是, 请说明理由.

28. 在综合实践活动课上, 同学们以折叠正方形纸片展开数学探究活动

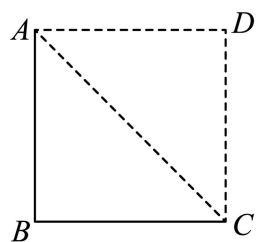
【操作判断】

操作一: 如图①, 对折正方形纸片 $ABCD$, 得到折痕 AC , 把纸片展平;

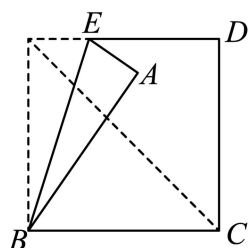
操作二: 如图②, 在边 AD 上选一点 E , 沿 BE 折叠, 使点 A 落在正方形内部, 得到折痕 BE ;

操作三: 如图③, 在边 CD 上选一点 F , 沿 BF 折叠, 使边 BC 与边 BA 重合, 得到折痕 BF 把正方形纸片展平, 得图④, 折痕 BE, BF 与 AC 的交点分别为 G, H .

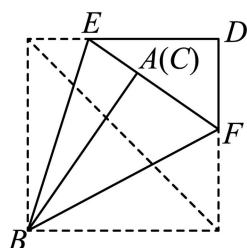
根据以上操作, 得 $\angle EBF = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



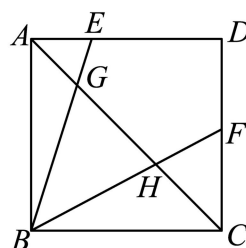
图①



图②



图③



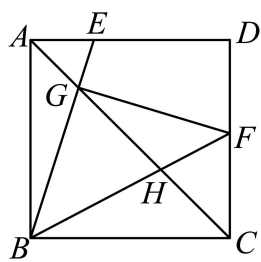
图④

【探究证明】

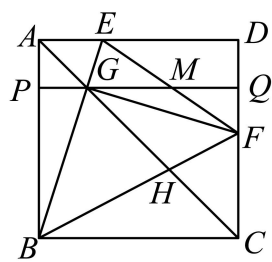
- (1) 如图⑤, 连接 GF , 试判断 $\triangle BFG$ 的形状并证明;
- (2) 如图⑥, 连接 EF , 过点 G 作 CD 的垂线, 分别交 AB, CD, EF 于点 P, Q, M . 求证: $EM = MF$.

【深入研究】

若 $\frac{AG}{AC} = \frac{1}{k}$, 请求出 $\frac{GH}{HC}$ 的值 (用含 k 的代数式表示).



图⑤



图⑥