

数 学

注意事项

考生在答题前请认真阅读本注意事项：

1. 本试卷共 6 页，满分为 150 分，考试时间为 120 分钟。考试结束后，请将本试卷和答题卡一并交回。
2. 答题前，请务必将自己的姓名、考试证号用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔填写在试卷及答题卡上指定的位置。
3. 答案必须按要求填涂、书写在答题卡上，在试卷、草稿纸上答题一律无效。

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. 如果零上 2°C 记作 $+2^{\circ}\text{C}$ ，那么零下 3°C 记作（ ）

- A. -3°C B. 3°C C. -5°C D. 5°C

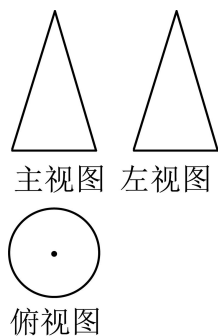
2. 2024 年 5 月，财政部下达 1582 亿元资金，支持地方进一步巩固和完善城乡统一、重在农村的义务教育经费保障机制。将“1582 亿”用科学记数法表示为（ ）

- A. 158.2×10^9 B. 15.82×10^{10} C. 1.582×10^{11} D. 1.582×10^{12}

3. 计算 $\sqrt{27} \times \sqrt{\frac{1}{3}}$ 的结果是（ ）

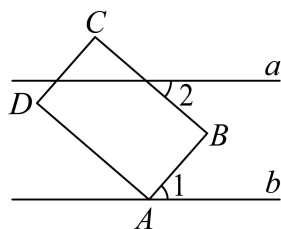
- A. 9 B. 3 C. $3\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}$

4. 如图是一个几何体的三视图，该几何体是（ ）



- A. 球 B. 棱柱 C. 圆柱 D. 圆锥

5. 如图，直线 $a \parallel b$ ，矩形 $ABCD$ 的顶点 A 在直线 b 上，若 $\angle 2 = 41^{\circ}$ ，则 $\angle 1$ 的度数为（ ）



- A. 41° B. 51° C. 49° D. 59°

6. 红星村种的水稻 2021 年平均每公顷产 7200kg，2023 年平均每公顷产 8450kg. 求水稻每公顷产量的年平均增长率. 设水稻每公顷产量的年平均增长率为 x . 列方程为 ()

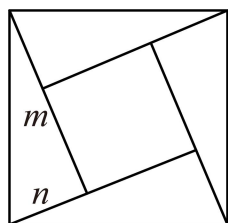
A. $7200(1+x)^2 = 8450$ B. $7200(1+2x) = 8450$

C. $8450(1-x)^2 = 7200$ D. $8450(1-2x) = 7200$

7. 将抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 向右平移 3 个单位后得到新抛物线的顶点坐标为 ()

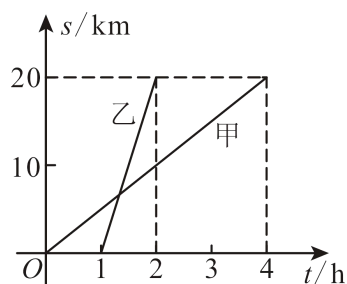
- A. $(-4, -1)$ B. $(-4, 2)$ C. $(2, 1)$ D. $(2, -2)$

8. “赵爽弦图”巧妙利用面积关系证明了勾股定理. 如图所示的“赵爽弦图”是由四个全等直角三角形和中间的小正方形拼成的一个大正方形. 设直角三角形的两条直角边长分别为 m , n ($m > n$). 若小正方形面积为 5, $(m+n)^2 = 21$, 则大正方形面积为 ()



- A. 12 B. 13 C. 14 D. 15

9. 甲、乙两人沿相同路线由 A 地到 B 地匀速前进, 两地之间的路程为 20km. 两人前进路程 s (单位: km) 与甲的前进时间 t (单位: h) 之间的对应关系如图所示. 根据图象信息, 下列说法正确的是 ()



- A. 甲比乙晚出发 1h B. 乙全程共用 2h
C. 乙比甲早到 B 地 3h D. 甲的速度是 5km/h

10. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = \angle C = \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 45^\circ$), $AH \perp BC$, 垂足为 H , D 是线段 HC 上的动点 (不与点 H , C 重合), 将线段 DH 绕点 D 顺时针旋转 2α 得到线段 DE . 两位同学经过深入研究, 小明发现: 当点 E 落在边 AC 上时, 点 D 为 HC 的中点; 小丽发现: 连接 AE , 当 AE 的长最小时, $AH^2 = AB \cdot AE$. 请对两位同学的发现作出评判 ()

- A. 小明正确, 小丽错误 B. 小明错误, 小丽正确

C. 小明、小丽都正确

D. 小明、小丽都错误

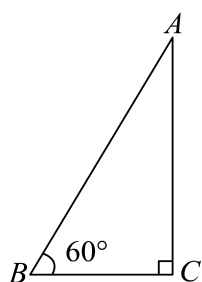
二、填空题 (本大题共 8 小题, 第 11~12 题每小题 3 分, 第 13~18 题每小题 4 分, 共 30 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

11. 分解因式: $ax - ay =$ _____.

12. 已知圆锥的底面半径为 2cm, 母线长为 6cm, 则该圆锥的侧面积为 _____ cm^2 .

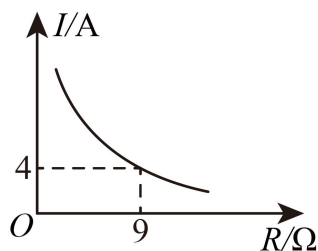
13. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x + k = 0$ 有两个不相等的实数根. 请写出一个满足题意的 k 的值: _____.

14. 社团活动课上, 九年级学习小组测量学校旗杆的高度. 如图, 他们在 B 处测得旗杆顶部 A 的仰角为 60° , $BC = 6\text{m}$, 则旗杆 AC 的高度为 _____ m.

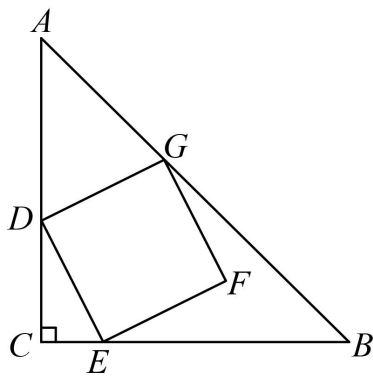


15. 若菱形的周长为 20cm, 且有一个内角为 45° , 则该菱形的高为 _____ cm.

16. 已知蓄电池的电压为定值, 使用蓄电池时, 电流 I (单位: A) 与电阻 R (单位: Ω) 是反比例函数关系, 它的图象如图所示, 如果以此器电池为电源的用电器的限制电流 I 不能超过 10A, 那么用电器可变电阻 R 应控制的范围是 _____.



17. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC = 5$. 正方形 $DEFG$ 的边长为 $\sqrt{5}$, 它的顶点 D, E, G 分别在 ABC 的边上, 则 BG 的长为 _____.



18. 平面直角坐标系 xOy 中, 已知 $A(3,0)$, $B(0,3)$. 直线 $y=kx+b$ (k, b 为常数, 且 $k>0$) 经过点 $(1,0)$, 并把 $\triangle AOB$ 分成两部分, 其中靠近原点部分的面积为 $\frac{15}{4}$, 则 k 的值为_____.

三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 90 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

19. (1) 计算: $2m\left(\frac{1}{2}m-1\right)-m(m+1)$;

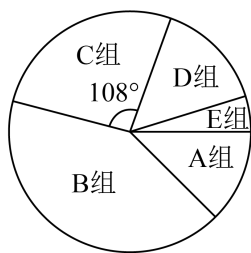
(2) 解方程 $\frac{x}{x+1}-1=\frac{2x}{3x+3}$.

20. 我国淡水资源相对缺乏, 节约用水应成为人们的共识. 为了解某小区家庭用水情况, 随机调查了该小区 50 个家庭去年的月均用水量 (单位: 吨), 绘制出如下未完成的统计图表.

50 个家庭去年月均用水量频数分布表

组别	家庭月均用水量 (单位: 吨)	频数
A	$2.0 \leq t < 3.4$	7
B	$3.4 \leq t < 4.8$	m
C	$4.8 \leq t < 6.2$	n
D	$6.2 \leq t < 7.6$	6
E	$7.6 \leq t < 9.0$	2
合计		50

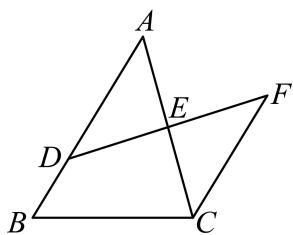
50个家庭去年月均用水量扇形图



根据上述信息，解答下列问题：

- (1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 这 50 个家庭去年月均用水量的中位数落在 $\underline{\hspace{2cm}}$ 组;
- (3) 若该小区有 1200 个家庭，估计去年月均用水量小于 4.8 吨的家庭数有多少个?

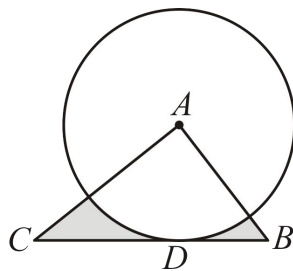
21. 如图，点 D 在 $\triangle ABC$ 的边 AB 上， DF 经过边 AC 的中点 E ，且 $EF = DE$ ．求证 $CF \parallel AB$ ．



22. 南通地铁 1 号线“世纪大道站”有标识为 1、2、3、4 的四个出入口．某周六上午，甲、乙两位学生志愿者随机选择该站一个出入口，开展志愿服务活动．

- (1) 甲在 2 号出入口开展志愿服务活动的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$;
- (2) 求甲、乙两人在同一出入口开展志愿服务活动的概率．

23. 如图， $\triangle ABC$ 中， $AB = 3$ ， $AC = 4$ ， $BC = 5$ ， $\odot A$ 与 BC 相切于点 D ．



- (1) 求图中阴影部分的面积;
 - (2) 设 $\odot A$ 上有一动点 P ，连接 CP ， BP ．当 CP 的长最大时，求 BP 的长．
24. 某快递企业为提高工作效率，拟购买 A 、 B 两种型号智能机器人进行快递分拣．

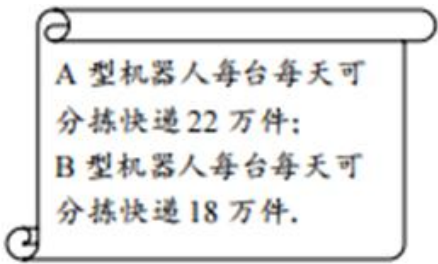
相关信息如下：

信息一

A 型机器人台数	B 型机器人台数	总费用 (单位: 万元)
------------	------------	--------------

1	3	260
3	2	360

信息二



- (1) 求 A 、 B 两种型号智能机器人的单价；
- (2) 现该企业准备用不超过 700 万元购买 A 、 B 两种型号智能机器人共 10 台，则该企业选择哪种购买方案，能使每天分拣快递的件数最多？

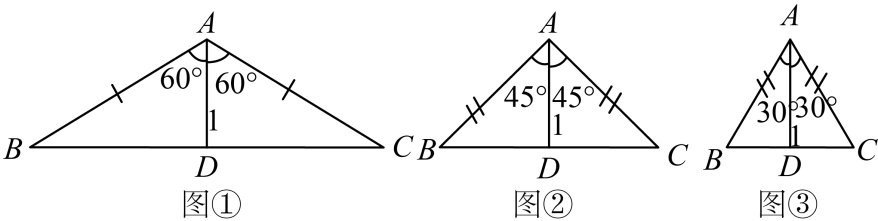
25. 已知函数 $y = (x - a)^2 + (x - b)^2$ (a, b 为常数). 设自变量 x 取 x_0 时, y 取得最小值.

- (1) 若 $a = -1, b = 3$, 求 x_0 的值;
- (2) 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $P(a, b)$ 在双曲线 $y = -\frac{2}{x}$ 上, 且 $x_0 = \frac{1}{2}$. 求点 P 到 y 轴的距离;
- (3) 当 $a^2 - 2a - 2b + 3 = 0$, 且 $1 \leq x_0 < 3$ 时, 分析并确定整数 a 的个数.

26. 综合与实践: 九年级某学习小组围绕“三角形的角平分线”开展主题学习活动.

【特例探究】

- (1) 如图①, ②, ③是三个等腰三角形 (相关条件见图中标注), 列表分析两腰之和与两腰之积.



等腰三角形两腰之和与两腰之积分析表

图序	角平分线 AD 的长	$\angle BAD$ 的度数	腰长	两腰之和	两腰之积
图①	1	60°	2	4	4

图 ②	1	45°	2	$2\sqrt{2}$	2
图 ③	1	30°	_____	_____	_____

请补全表格中数据，并完成以下猜想.

已知 $\triangle ABC$ 的角平分线 $AD=1$ ， $AB=AC$ ， $\angle BAD=\alpha$ ，用含 α 的等式写出两腰之和 $AB+AC$ 与两腰之积 $AB \cdot AC$ 之间的数量关系：_____.

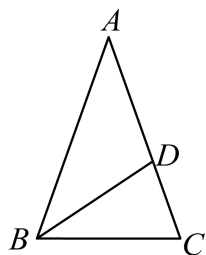
【变式思考】

(2) 已知 $\triangle ABC$ 的角平分线 $AD=1$ ， $\angle BAC=60^\circ$ ，用等式写出两边之和 $AB+AC$ 与两边之积 $AB \cdot AC$ 之间的数量关系，并证明.

【拓展运用】

(3) 如图④， $\triangle ABC$ 中， $AB=AC=1$ ，点 D 在边 AC 上， $BD=BC=AD$. 以点 C 为圆心， CD 长为半径作弧与线段 BD 相交于点 E ，过点 E 作任意直线与边 AB ， BC 分别交于 M ， N 两点. 请补全图形，并

分析 $\frac{1}{BM} + \frac{1}{BN}$ 的值是否变化?



图④