

泰州市二〇二三年初中学业水平考试

数学试题

(考试时间: 120 分钟 满分: 150 分)

请注意:

1. 本试卷分选择题和非选择题两个部分.
2. 所有试题的答案均填写在答题卡上, 答案写在试卷上无效
3. 作图必须用 **2B** 铅笔, 并请加黑加粗.

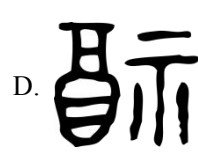
第一部分 选择题 (共 18 分)

一、选择题 (本大题共有 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分, 在每小题所给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. 计算 $\sqrt{(-2)^2}$ 等于 ()

- A. ± 2 B. 2 C. 4 D. $\sqrt{2}$

2. 书法是我国特有的优秀传统文化, 其中篆书具有象形特征, 充满美感. 下列“福”字的四种篆书图案中, 可以看作轴对称图形的是 ()



3. 若 $a \neq 0$, 下列计算正确的是 ()

- A. $(-a)^0 = 1$ B. $a^6 \div a^3 = a^2$ C. $a^{-1} = -a$ D. $a^6 - a^3 = a^3$

4. 在相同条件下的多次重复试验中, 一个随机事件发生的频率为 f , 该事件的概率为 P . 下列说法正确的是 ()

- A. 试验次数越多, f 越大
- B. f 与 P 都可能发生变化
- C. 试验次数越多, f 越接近于 P
- D. 当试验次数很大时, f 在 P 附近摆动, 并趋于稳定

5. 函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表所示, 则下列函数表达式中, 符合表中对应关系的可能是 ()

x	1	2	4
y	4	2	1

A. $y = ax + b (a < 0)$

B. $y = \frac{a}{x} (a < 0)$

C. $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$

D. $y = ax^2 + bx + c (a < 0)$

6. 菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle A = 60^\circ$, 将该菱形绕顶点 A 在平面内旋转 30° , 则旋转后的图形与原图形重叠部分的面积为 ()

A. $3 - \sqrt{3}$

B. $2 - \sqrt{3}$

C. $\sqrt{3} - 1$

D. $2\sqrt{3} - 2$

第二部分 非选择题 (共 132 分)

二、填空题 (本大题共有 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

7. 函数 $y = \frac{1}{x-2}$ 中, 自变量 x 的取值范围是_____.

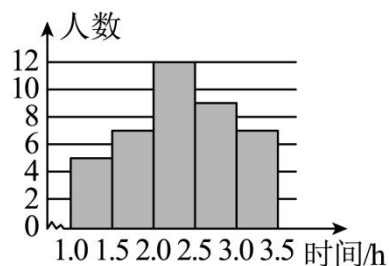
8. 溶度积是化学中沉淀的溶解平衡常数. 常温下 CaCO_3 的溶度积约为 0.0000000028, 将数据 0.0000000028 用科学记数法表示为_____.

9. 两个相似图形的周长比为 3:2, 则面积比为_____.

10. 若 $2a - b + 3 = 0$, 则 $2(2a + b) - 4b$ 的值为_____.

11. 半径为 5cm 的圆内接正五边形一边所对劣弧的长为_____ cm.

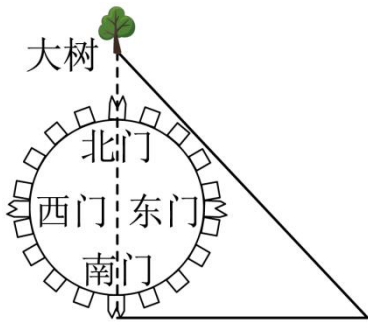
12. 七 (1) 班 40 名同学上周家务劳动时间的频数分布直方图如图所示, 设这组数据的中位数为 mh , 则 m _____ 2.6 (填 “>” “=” “<”)



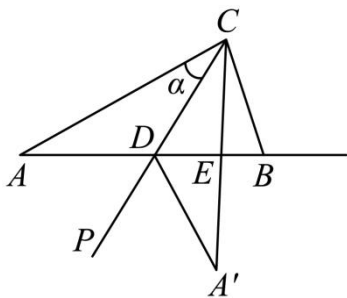
13. 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - 1 = 0$ 的两根之和为_____.

14. 二次函数 $y = x^2 + 3x + n$ 的图像与 x 轴有一个交点在 y 轴右侧, 则 n 的值可以是_____ (填一个值即可)

15. 小明对《数书九章》中的“遥度圆城”问题进行了改编: 如图, 一座圆形城堡有正东、正南、正西和正北四个门, 出南门向东走一段路程后刚好看到北门外的一颗大树, 向树的方向走 9 里到达城堡边, 再往前走 6 里到达树下. 则该城堡的外围直径为_____里.



16. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 30^\circ$, 射线 CP 从射线 CA 开始绕点 C 逆时针旋转 α 角 ($0^\circ < \alpha < 75^\circ$), 与射线 AB 相交于点 D , 将 $\triangle ACD$ 沿射线 CP 翻折至 $\triangle A'CD$ 处, 射线 CA' 与射线 AB 相交于点 E . 若 $\triangle A'DE$ 是等腰三角形, 则 $\angle \alpha$ 的度数为_____.



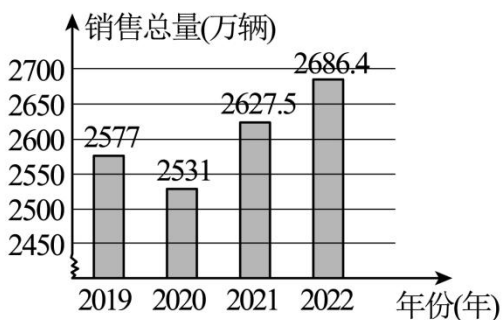
三、解答题 (本大题共有 10 题, 共 102 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. (1) 计算: $(x+3y)^2 - (x+3y)(x-3y)$;

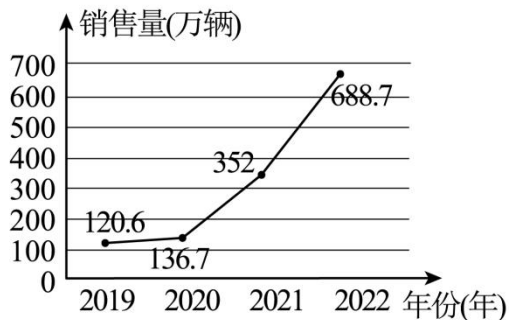
(2) 解方程: $\frac{x}{2x-1} = 2 - \frac{3}{1-2x}$.

18. 如图是我国 2019~2022 年汽车销售情况统计图.

2019年~2022年我国各类汽车销售总量
条形统计图



2019年~2022年我国新能源汽车销售量
折线统计图



根据图中信息, 解答下列问题:

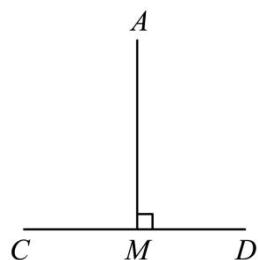
- (1) 2022 年我国新能源汽车销售量约占该年各类汽车销售总量的_____ % (精确到 1%);
这 4 年中, 我国新能源汽车销售量在各类汽车销售总量占比最高的年份是_____年;
(2) 小明说: 新能源汽车 2022 年的销售量超过前 3 年的总和, 所以 2022 年新能源汽车销售量的增长率比

2021 年高. 你同意他的说法吗? 请结合统计图说明你的理由.

19. 某校组织学生去敬老院表演节目, 表演形式有舞蹈、情景剧和唱歌 3 种类型. 小明、小丽 2 人积极报名参加, 从 3 种类型中随机挑选一种类型. 求小明、小丽选择不同类型的概率.

20. 如图, CD 是五边形 $ABCDE$ 的一边, 若 AM 垂直平分 CD , 垂足为 M , 且_____, _____, 则_____.

给出下列信息: ① AM 平分 $\angle BAE$; ② $AB = AE$; ③ $BC = DE$. 请从中选择适当信息, 将对应的序号填到横线上方, 使之构成真命题, 补全图形, 并加以证明.



21. 阅读下方方框内的内容, 并完成相应的任务.

小丽学习了方程、不等式、函数后提出如下问题: 如何求不等式 $x^2 - x - 6 < 0$ 的解集?

通过思考, 小丽得到以下 3 种方法:

方法 1 方程 $x^2 - x - 6 = 0$ 的两根为 $x_1 = -2$, $x_2 = 3$, 可得函数 $y = x^2 - x - 6$ 的图像与 x 轴的两个交点横坐标为 -2 、 3 , 画出函数图像, 观察该图像在 x 轴下方的点, 其横坐标的范围是不等式 $x^2 - x - 6 < 0$ 的解集.

方法 2 不等式 $x^2 - x - 6 < 0$ 可变形为 $x^2 < x + 6$, 问题转化为研究函数 $y = x^2$ 与 $y = x + 6$ 的图像关系. 画出函数图像, 观察发现: 两图像的交点横坐标也是 -2 、 3 ; $y = x^2$ 的图像在 $y = x + 6$ 的图像下方的点, 其横坐标的范围是该不等式的解集.

方法 3 当 $x = 0$ 时, 不等式一定成立; 当 $x > 0$ 时, 不等式变为 $x - 1 < \frac{6}{x}$; 当 $x < 0$ 时, 不等式变为 $x - 1 > \frac{6}{x}$. 问题转化为研究函数 $y = x - 1$ 与 $y = \frac{6}{x}$ 的图像关系...

任务:

(1) 不等式 $x^2 - x - 6 < 0$ 的解集为_____;

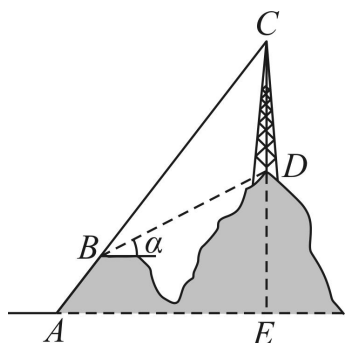
(2) 3 种方法都运用了_____的数学思想方法 (从下面选项中选 1 个序号即可);

A. 分类讨论 B. 转化思想 C. 特殊到一般 D. 数形结合

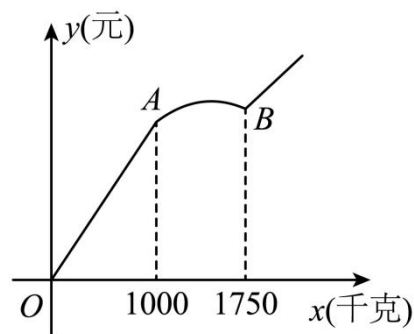
(3) 请你根据方法 3 的思路, 画出函数图像的简图, 并结合图像作出解答.

22. 如图, 堤坝 AB 长为 10m , 坡度 i 为 $1:0.75$, 底端 A 在地面上, 堤坝与对面的山之间有一深沟, 山顶

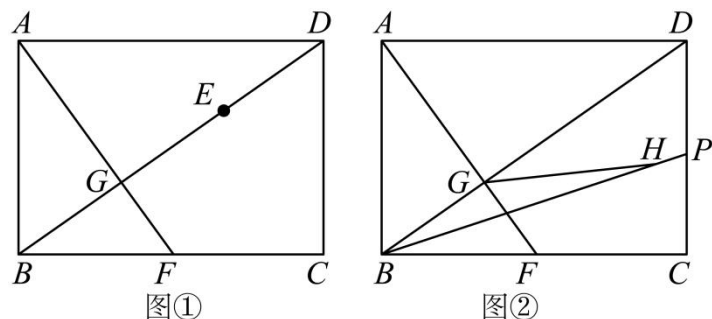
D 处立有高 20m 的铁塔 CD . 小明欲测量山高 DE , 他在 A 处看到铁塔顶端 C 刚好在视线 AB 上, 又在坝顶 B 处测得塔底 D 的仰角 α 为 $26^{\circ}35'$. 求堤坝高及山高 DE . ($\sin 26^{\circ}35' \approx 0.45$, $\cos 26^{\circ}35' \approx 0.89$, $\tan 26^{\circ}35' \approx 0.50$, 小明身高忽略不计, 结果精确到 1m)



23. 某公司的化工产品成本为 30 元/千克. 销售部门规定: 一次性销售 1000 千克以内时, 以 50 元/千克的价格销售; 一次性销售不低于 1000 千克时, 每增加 1 千克降价 0.01 元. 考虑到降价对利润的影响, 一次性销售不低于 1750 千克时, 均以某一固定价格销售. 一次性销售利润 y (元) 与一次性销售量 x (千克) 的函数关系如图所示.



- (1) 当一次性销售 800 千克时利润为多少元?
 - (2) 求一次性销售量在 1000~1750kg 之间时的最大利润;
 - (3) 当一次性销售多少千克时利润为 22100 元?
24. 如图, 矩形 $ABCD$ 是一张 A4 纸, 其中 $AD = \sqrt{2}AB$, 小天用该 A4 纸玩折纸游戏.



游戏 1 折出对角线 BD , 将点 B 翻折到 BD 上的点 E 处, 折痕 AF 交 BD 于点 G . 展开后得到图①, 发现点 F 恰为 BC 的中点.

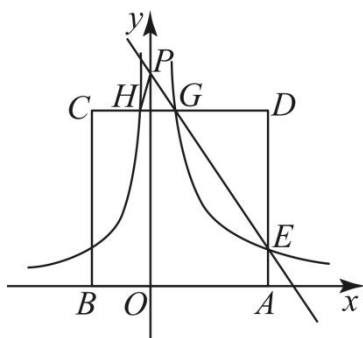
游戏 2 在游戏 1 的基础上, 将点 C 翻折到 BD 上, 折痕为 BP ; 展开后将点 B 沿过点 F 的直线翻折到 BP

上的点 H 处；再展开并连接 GH 后得到图②，发现 $\angle AGH$ 是一个特定的角.

(1) 请你证明游戏 1 中发现的结论；

(2) 请你猜想游戏 2 中 $\angle AGH$ 的度数，并说明理由.

25. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(m,0)$ ， $B(m-a,0)(a > m > 0)$ 的位置和函数 $y_1 = \frac{m}{x}(x > 0)$ 、 $y_2 = \frac{m-a}{x}(x < 0)$ 的图像如图所示. 以 AB 为边在 x 轴上方作正方形 $ABCD$ ， AD 边与函数 y_1 的图像相交于点 E ， CD 边与函数 y_1 、 y_2 的图像分别相交于点 G 、 H ，一次函数 y_3 的图像经过点 E 、 G ，与 y 轴相交于点 P ，连接 PH .

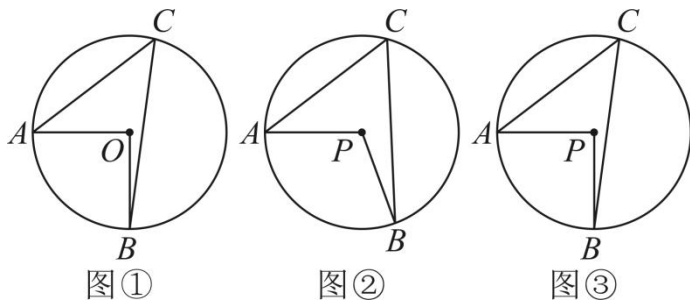


(1) $m = 2$ ， $a = 4$ ，求函数 y_3 的表达式及 $\triangle PGH$ 的面积；

(2) 当 a 、 m 在满足 $a > m > 0$ 的条件下任意变化时， $\triangle PGH$ 的面积是否变化？请说明理由；

(3) 试判断直线 PH 与 BC 边的交点是否在函数 y_2 的图像上？并说明理由.

26. 已知： A 、 B 为圆上两定点，点 C 在该圆上， $\angle C$ 为 $\widehat{AB}$ 所对的圆周角.



知识回顾

(1) 如图①， $\odot O$ 中， B 、 C 位于直线 AO 异侧， $\angle AOB + \angle C = 135^\circ$.

①求 $\angle C$ 的度数；

②若 $\odot O$ 的半径为 5， $AC = 8$ ，求 BC 的长；

逆向思考

(2) 如图②， P 为圆内一点，且 $\angle APB < 120^\circ$ ， $PA = PB$ ， $\angle APB = 2\angle C$. 求证： P 为该圆的圆心；

拓展应用

(3) 如图③，在 (2) 的条件下，若 $\angle APB = 90^\circ$ ，点 C 在 $\odot P$ 位于直线 AP 上方部分的圆弧上运动. 点 D

在 $\odot P$ 上, 满足 $CD = \sqrt{2}CB - CA$ 的所有点 D 中, 必有一个点的位置始终不变. 请证明.

