

2023 年江苏省常州市中考数学真题

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的）

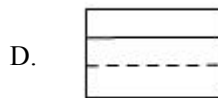
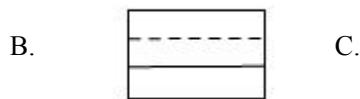
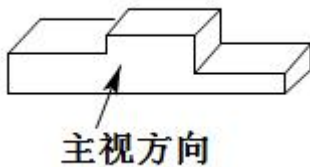
1. 计算 $a^8 \div a^2$ 的结果是 ()

- A. a^4 B. a^6 C. a^{10} D. a^{16}

2. 若代数式 $\frac{x}{x^2-1}$ 的值是 0，则实数 x 的值是 ()

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

3. 某运动会颁奖台如图所示，它的主视图是()



4. 下列实数中，其相反数比本身大的是 ()

- A. -2023 B. 0 C. $\frac{1}{2023}$ D. 2023

5. 2022 年 10 月 31 日，搭载空间站梦天实验舱的长征五号 B 遥四运载火箭，在我国文昌航天发射场发射成功．长征五号 B 运载火箭可提供 1078t 起飞推力．已知 1t 起飞推力约等于 10000N，则长征五号 B 运载火箭可提供的起飞推力约为 ()

- A. $1.078 \times 10^5 \text{ N}$ B. $1.078 \times 10^6 \text{ N}$ C. $1.078 \times 10^7 \text{ N}$ D. $1.078 \times 10^8 \text{ N}$

6. 在平面直角坐标系中，若点 P 的坐标为 $(2,1)$ ，则点 P 关于 y 轴对称的点的坐标为 ()

- A. $(-2,-1)$ B. $(2,-1)$ C. $(-2,1)$ D. $(2,1)$

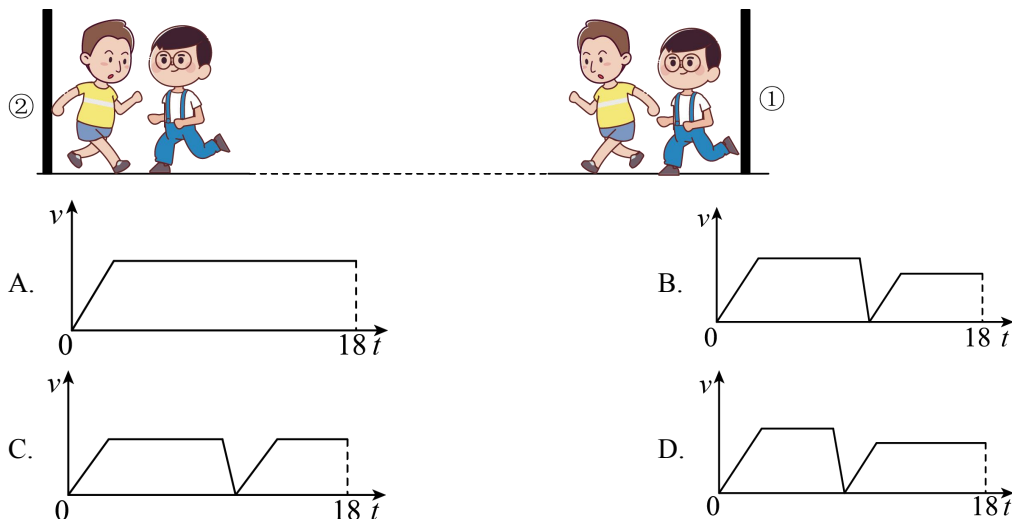
7. 小明按照以下步骤画线段 AB 的三等分点：

画法	图形
1. 以 A 为端点画一条射线; 2. 用圆规在射线上依次截取 3 条等长线段 AC 、 CD 、 DE , 连接 BE ; 3. 过点 C 、 D 分别画 BE 的平行线, 交线段 AB 于点 M 、 N , M 、 N 就是线段 AB 的三等分点.	

这一画图过程体现的数学依据是 ()

- A. 两直线平行, 同位角相等
- B. 两条平行线之间的距离处处相等
- C. 垂直于同一条直线的两条直线平行
- D. 两条直线被一组平行线所截, 所得的对应线段成比例

8. 折返跑是一种跑步的形式. 如图, 在一定距离的两个标志物①、②之间, 从①开始, 沿直线跑至②处, 用手碰到②后立即转身沿直线跑至①处, 用手碰到①后继续转身跑至②处, 循环进行, 全程无需绕过标志物. 小华练习了一次 $2 \times 50\text{m}$ 的折返跑, 用时 18s 在整个过程中, 他的速度大小 v (m/s) 随时间 t (s) 变化的图像可能是 ()



二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. 9 的算术平方根是_____.

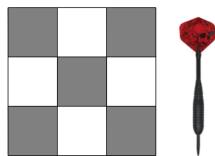
10. 分解因式: $x^2y - 4y =$ _____.

11. 计算: $(\sqrt{3} - 1)^0 + 2^{-1} =$ _____.

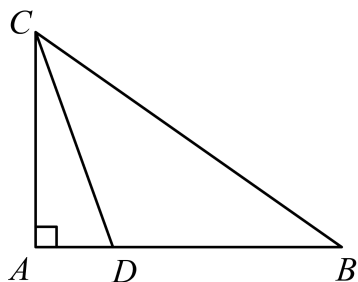
12. 若矩形的面积是 10, 相邻两边的长分别为 x 、 y , 则 y 与 x 的函数表达式为_____.

13. 若圆柱的底面半径和高均为 a ，则它的体积是_____ (用含 a 的代数式表示).

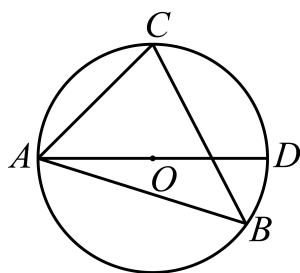
14. 如图，飞镖游戏板中每一块小正方形的面积相等. 任意投掷飞镖 1 次且击中游戏板，则击中阴影部分的概率是_____.



15. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle A = 90^\circ$ ，点 D 在边 AB 上，连接 CD . 若 $BD = CD$ ， $\frac{AD}{BD} = \frac{1}{3}$ ，则 $\tan B =$ _____.



16. 如图， AD 是 $\odot O$ 的直径， $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形. 若 $\angle DAC = \angle ABC$ ， $AC = 4$ ，则 $\odot O$ 的直径 $AD =$ _____.



17. 如图，小红家购置了一台圆形自动扫地机，放置在屋子角落 (书柜、衣柜与地面均无缝隙). 在没有障碍物阻挡的前提下，扫地机能自动从底座脱离后打扫全屋地面. 若这台扫地机能从角落自由进出，则图中的 x 至少为_____ (精确到个位，参考数据: $\sqrt{21} \approx 4.58$).



图 1

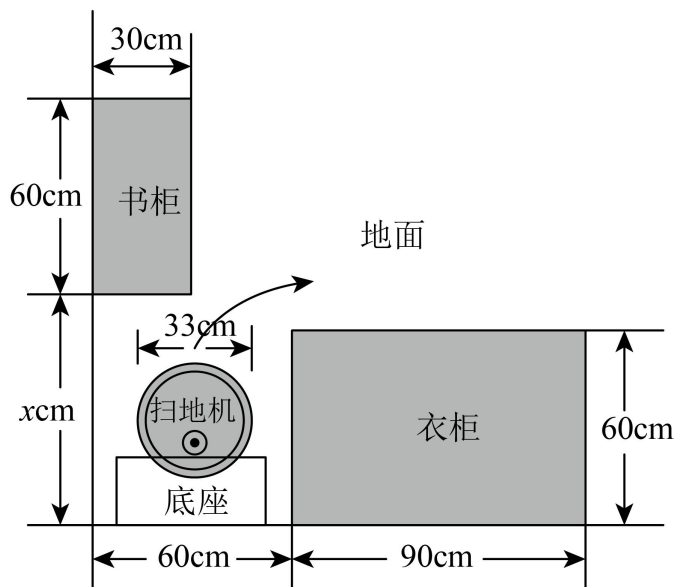
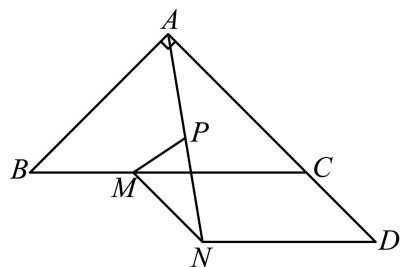


图 2

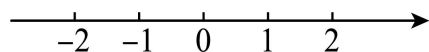
18. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = 4$ ， D 是 AC 延长线上的一点， $CD = 2$ ． M 是边 BC 上的一点（点 M 与点 B 、 C 不重合），以 CD 、 CM 为邻边作 $\square CMND$ ．连接 AN 并取 AN 的中点 P ，连接 PM ，则 PM 的取值范围是_____．



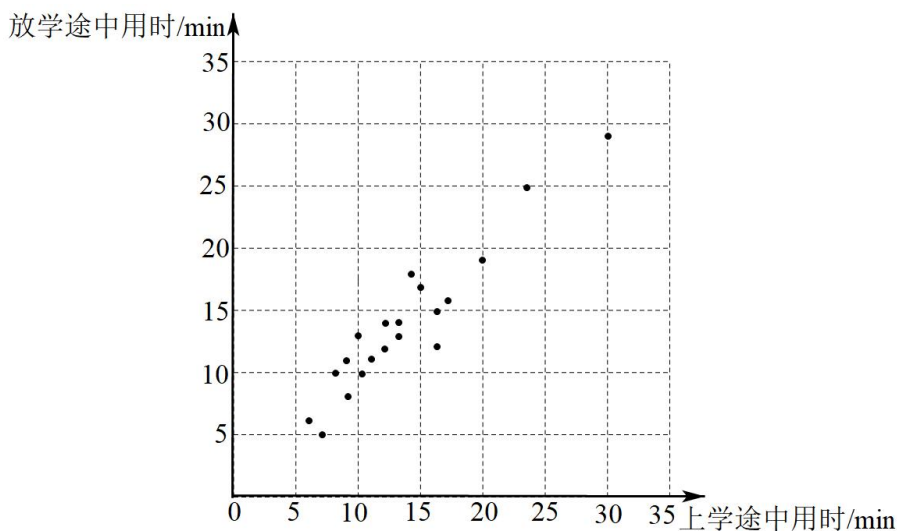
三、解答题（本大题共 10 小题，共 84 分．请在答题卡指定区域内作答，如无特殊说明，解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程）

19. 先化简，再求值： $(x+1)^2 - 2(x+1)$ ，其中 $x = \sqrt{2}$ ．

20. 解不等式组 $\begin{cases} 4x - 8 \leq 0, \\ \frac{1+x}{3} < x+1 \end{cases}$ ，把解集在数轴上表示出来，并写出整数解．



21. 为合理安排进、离校时间，学校调查小组对某一天八年级学生上学、放学途中的用时情况进行了调查．本次调查在八年级随机抽取了 20 名学生，建立以上学途中用时为横坐标、放学途中用时为纵坐标的平面直角坐标系，并根据调查结果画出相应的点，如图所示：



(1) 根据图中信息，下列说法中正确的是_____ (写出所有正确说法的序号)：

- ①这 20 名学生上学途中用时都没有超过 30min；
- ②这 20 名学生上学途中用时在 20min 以内的人数超过一半；
- ③这 20 名学生放学途中用时最短为 5min；
- ④这 20 名学生放学途中用时的中位数为 15min.

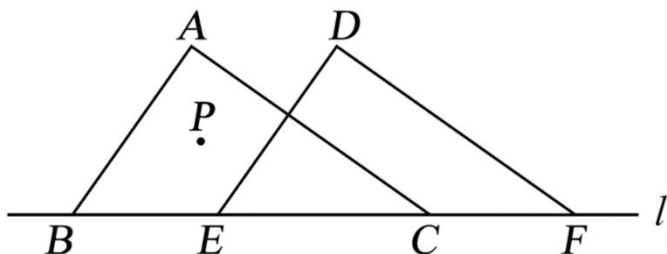
(2) 已知该校八年级共有 400 名学生，请估计八年级学生上学途中用时超过 25min 的人数；

(3) 调查小组发现，图中的点大致分布在一条直线附近. 请直接写出这条直线对应的函数表达式并说明实际意义.

22. 在 5 张相同的小纸条上，分别写有：① $\sqrt{2}$ ；② $\sqrt{8}$ ；③1；④乘法；⑤加法. 将这 5 张小纸条做成 5 支签，①、②、③放在不透明的盒子 A 中搅匀，④、⑤放在不透明的盒子 B 中搅匀.

- (1) 从盒子 A 中任意抽出 1 支签，抽到无理数的概率是_____；
- (2) 先从盒子 A 中任意抽出 2 支签，再从盒子 B 中任意抽出 1 支签，求抽到的 2 个实数进行相应的运算后结果是无理数的概率.

23. 如图，B、E、C、F 是直线 l 上的四点， $AB = DE$ ， $AC = DF$ ， $BE = CF$.

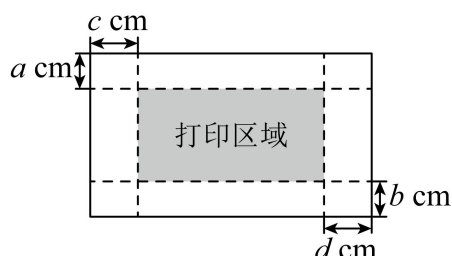


- (1) 求证： $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ ；
- (2) 点 P、Q 分别是 $\triangle ABC$ 、 $\triangle DEF$ 的内心.

①用直尺和圆规作出点 Q (保留作图痕迹, 不要求写作法);

②连接 PQ , 则 PQ 与 BE 的关系是_____.

24. 如图, 在打印图片之前, 为确定打印区域, 需设置纸张大小和页边距 (纸张的边线到打印区域的距离), 上、下、左、右页边距分别为 a cm、 b cm、 c cm、 d cm. 若纸张大小为 $16\text{cm} \times 10\text{cm}$, 考虑到整体的美观性, 要求各页边距相等并使打印区域的面积占纸张的 70% , 则需如何设置页边距?



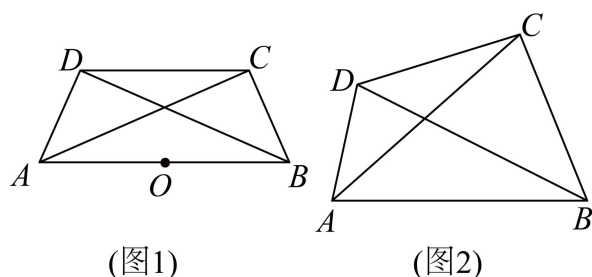
25. 在平面直角坐标系中, 一次函数 $y = kx + b$ 的图像与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ 的图像相交于点 $A(2, 4)$ 、

$B(4, n)$. C 是 y 轴上的一点, 连接 CA 、 CB .

(1) 求一次函数、反比例函数的表达式;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积是 6, 求点 C 的坐标.

26. 对于平面内的一个四边形, 若存在点 O , 使得该四边形的一条对角线绕点 O 旋转一定角度后能与另一条对角线重合, 则称该四边形为“可旋四边形”, 点 O 是该四边形的一个“旋点”. 例如, 在矩形 $MNPQ$ 中, 对角线 MP 、 NQ 相交于点 T , 则点 T 是矩形 $MNPQ$ 的一个“旋点”.

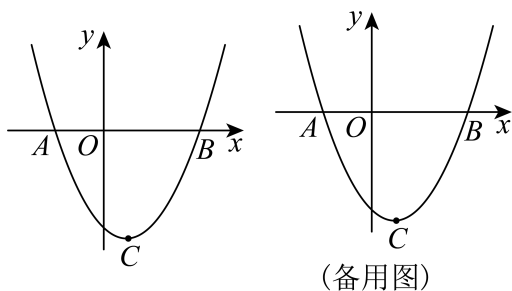


(1) 若菱形 $ABCD$ 为“可旋四边形”, 其面积是 4, 则菱形 $ABCD$ 的边长是_____;

(2) 如图 1, 四边形 $ABCD$ 为“可旋四边形”, 边 AB 的中点 O 是四边形 $ABCD$ 的一个“旋点”. 求 $\angle ACB$ 的度数;

(3) 如图 2, 在四边形 $ABCD$ 中, $AC = BD$, AD 与 BC 不平行. 四边形 $ABCD$ 是否为“可旋四边形”? 请说明理由.

27. 如图, 二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx - 4$ 的图像与 x 轴相交于点 $A(-2, 0)$ 、 B , 其顶点是 C .

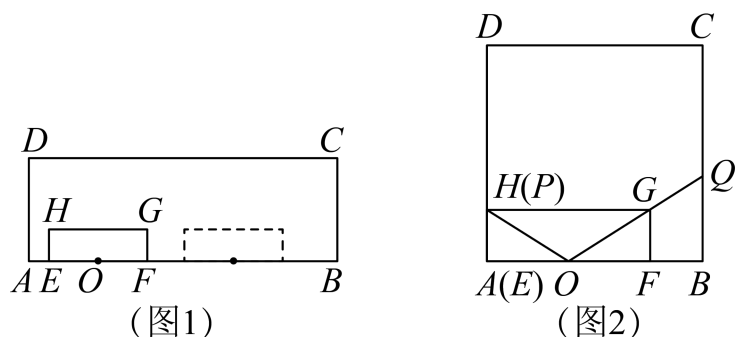


(1) $b = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) D 是第三象限抛物线上的一点, 连接 OD , $\tan \angle AOD = \frac{5}{2}$; 将原抛物线向左平移, 使得平移后的抛物线经过点 D , 过点 $(k, 0)$ 作 x 轴的垂线 l . 已知在 l 的左侧, 平移前后的两条抛物线都下降, 求 k 的取值范围;

(3) 将原抛物线平移, 平移后的抛物线与原抛物线的对称轴相交于点 Q , 且其顶点 P 落在原抛物线上, 连接 PC 、 QC 、 PQ . 已知 $\triangle PCQ$ 是直角三角形, 求点 P 的坐标.

28. 如图 1, 小丽借助几何软件进行数学探究: 第一步, 画出矩形 $ABCD$ 和矩形 $EFGH$, 点 E 、 F 在边 AB 上 ($EF < AB$), 且点 C 、 D 、 G 、 H 在直线 AB 的同侧; 第二步, 设置 $\frac{AB}{AD} = m, \frac{EF}{EH} = n$, 矩形 $EFGH$ 能在边 AB 上左右滑动; 第三步, 画出边 EF 的中点 O , 射线 OH 与射线 AD 相交于点 P (点 P 、 D 不重合), 射线 OG 与射线 BC 相交于点 Q (点 Q 、 C 不重合), 观测 DP 、 CQ 的长度.



(1) 如图 2, 小丽取 $AB = 4$, $EF = 3$, $m = 1$, $n = 3$, 滑动矩形 $EFGH$, 当点 E 、 A 重合时, $CQ = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 小丽滑动矩形 $EFGH$, 使得 O 恰为边 AB 的中点. 她发现对于任意的 $m \neq n$, $DP = CQ$ 总成立. 请说明理由;

(3) 经过数次操作, 小丽猜想, 设定 m 、 n 的某种数量关系后, 滑动矩形 $EFGH$, $DP = CQ$ 总成立. 小丽的猜想是否正确? 请说明理由.

