

数学

答题注意事项

1. 本试卷共 6 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟.
2. 答案全部写在答题卡上，写在本试卷上无效.
3. 答选择题必须用 2B 铅笔将答题卡上对应的答案标号涂黑. 如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其它答案. 答非选择题必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔，在答题卡上对应题号的答题区域书写答案. 注意不要答错位置，也不要超界.
4. 作图必须用 2B 铅笔作答，并请加黑加粗，描写清楚.

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分. 在每小题所给出的四个选项中，有且只有一项是符合题目要求的，请将正确选项的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. 2023 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{2023}$ B. -2023 C. 2023 D. $-\frac{1}{2023}$

2. 以下列每组数为长度（单位：cm）的三根小木棒，其中能搭成三角形的是 ()

- A. 2, 2, 4 B. 1, 2, 3 C. 3, 4, 5 D. 3, 4, 8

3. 下列运算正确的是 ()

- A. $2a - a = 1$ B. $a^3 \cdot a^2 = a^5$ C. $(ab)^2 = ab^2$ D. $(a^2)^4 = a^6$

4. 已知一组数据 96, 89, 92, 95, 98, 则这组数据的中位数是 ()

- A. 89 B. 94 C. 95 D. 98

5. 若等腰三角形有一个内角为 110° ，则这个等腰三角形的底角是 ()

- A. 70° B. 45° C. 35° D. 50°

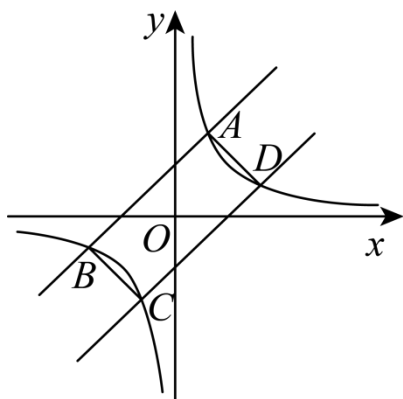
6. 《孙子算经》中有个问题：若三人共车，余两车空；若两人共车，剩九人步，问人与车各几何？设有 x 辆车，则根据题意可列出方程为 ()

- A. $3(x+2) = 2x-9$ B. $3(x+2) = 2x+9$ C. $3(x-2) = 2x-9$ D. $3(x-2) = 2x+9$

7. 在同一平面内，已知 $\odot O$ 的半径为 2，圆心 O 到直线 l 的距离为 3，点 P 为圆上的一个动点，则点 P 到直线 l 的最大距离是 ()

- A. 2 B. 5 C. 6 D. 8

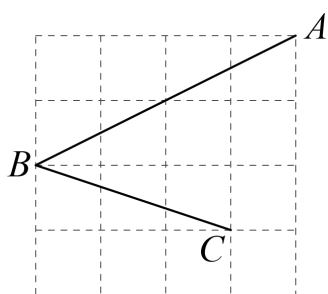
8. 如图，直线 $y = x + 1$ 、 $y = x - 1$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 分别相交于点 A 、 B 、 C 、 D . 若四边形 $ABCD$ 的面积为 4，则 k 的值是 ()



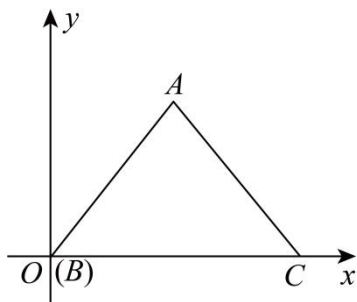
- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{4}{5}$ D. 1

二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. 计算: $\sqrt{4} =$ _____.
10. 港珠澳大桥被誉为“新世界七大奇迹”之一, 全长 55000 米. 将数字 55000 用科学记数法表示是_____.
11. 分解因式: $x^2 - 2x =$ _____.
12. 不等式 $x - 2 \leq 1$ 的最大整数解是_____.
13. 七边形的内角和是_____.
14. 在平面直角坐标系中, 点 $P(2,3)$ 关于 x 轴对称的点的坐标是_____.
15. 若圆锥的底面半径是 2, 侧面展开图是一个圆心角为 120° 的扇形, 则该圆锥的母线长是_____.
16. 如图, 在网格中, 每个小正方形的边长均为 1, 每个小正方形的顶点称为格点. 点 A 、 B 、 C 三点都在格点上, 则 $\sin \angle ABC =$ _____.



17. 若实数 m 满足 $(m - 2023)^2 + (2024 - m)^2 = 2025$, 则 $(m - 2023)(2024 - m) =$ _____.
18. 如图, $\triangle ABC$ 是正三角形, 点 A 在第一象限, 点 $B(0,0)$ 、 $C(1,0)$. 将线段 CA 绕点 C 按顺时针方向旋转 120° 至 CP_1 ; 将线段 BP_1 绕点 B 按顺时针方向旋转 120° 至 BP_2 ; 将线段 AP_2 绕点 A 按顺时针方向旋转 120° 至 AP_3 ; 将线段 CP_3 绕点 C 按顺时针方向旋转 120° 至 CP_4 ;以此类推, 则点 P_{99} 的坐标是_____.

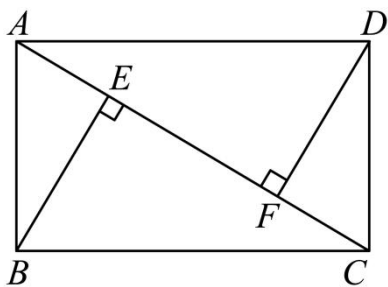


三、解答题（本大题共 10 小题，共 96 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）

19. 计算： $|\sqrt{3}-1| + (\pi-3)^0 - \tan 60^\circ$.

20. 先化简，再求值： $\left(1 - \frac{1}{m+1}\right) \cdot \frac{m^2-1}{m}$ ，其中 $m = \sqrt{2} + 1$.

21. 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $BE \perp AC$ ， $DF \perp AC$ ，垂足分别为 E 、 F ．求证： $AF = CE$.

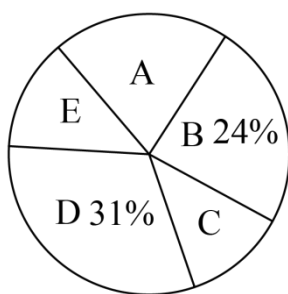


22. 为了解某校九年级学生周末活动情况，随机抽取了部分学生进行调查，并绘制了如图所示的两幅不完整的统计表和统计图．

学生参加周末活动人数统计表

活动名称	人数
A. 课外阅读	40
B. 社会实践	48
C. 家务劳动	m
D. 户外运动	n
E. 其它活动	26

学生参加周末活动人数扇形统计图



请结合图表中提供的信息，解答下列问题：

(1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 扇形统计图中 A 对应的圆心角是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度;

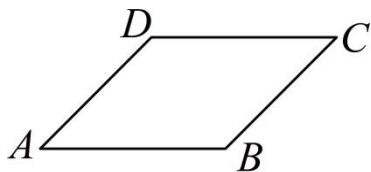
(3) 若该校九年级有 800 名学生，请估算该校九年级周末参加家务劳动的人数.

23. 某校计划举行校园歌手大赛. 九 (1) 班准备从 A 、 B 、 C 三名男生和 D 、 E 两名女生中随机选出参赛选手.

(1) 若只选 1 名选手参加比赛，则女生 D 入选的概率是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 若选 2 名选手参加比赛，求恰有 1 名男生和 1 名女生的概率 (用画树状图或列表法求解).

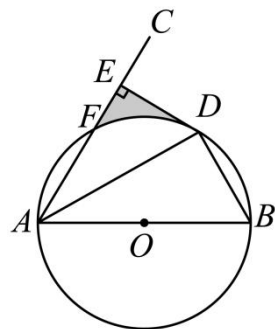
24. 如图，在 $ABCD$ 中， $AB = 5$ ， $AD = 3\sqrt{2}$ ， $\angle A = 45^\circ$.



(1) 求出对角线 BD 的长;

(2) 尺规作图：将四边形 $ABCD$ 沿着经过 A 点的某条直线翻折，使点 B 落在 CD 边上的点 E 处，请作出折痕. (不写作法，保留作图痕迹)

25. (1) 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AC 与 $\odot O$ 交于点 F ，弦 AD 平分 $\angle BAC$ ，点 E 在 AC 上，连接 DE 、 DB ， $\underline{\hspace{2cm}}$. 求证： $\underline{\hspace{2cm}}$.



从① DE 与 $\odot O$ 相切；② $DE \perp AC$ 中选择一个作为已知条件，余下的一个作为结论，将题目补充完整 (填写序号)，并完成证明过程.

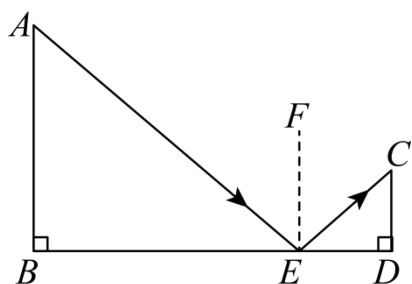
(2) 在 (1) 的前提下, 若 $AB = 6$, $\angle BAD = 30^\circ$, 求阴影部分的面积.

26. 某商场销售 A, B 两种商品, 每件进价均为 20 元. 调查发现, 如果售出 A 种 20 件, B 种 10 件, 销售总额为 840 元; 如果售出 A 种 10 件, B 种 15 件, 销售总额为 660 元.

(1) 求 A, B 两种商品的销售单价.

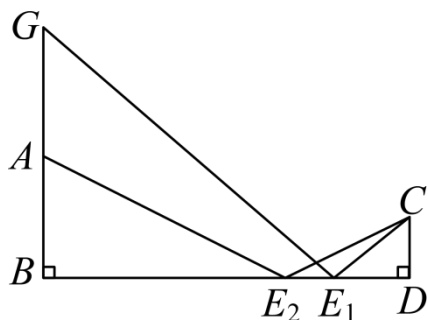
(2) 经市场调研, A 种商品按原售价销售, 可售出 40 件, 原售价每降价 1 元, 销售量可增加 10 件; B 种商品的售价不变, A 种商品售价不低于 B 种商品售价. 设 A 种商品降价 m 元, 如果 A, B 两种商品销售量相同, 求 m 取何值时, 商场销售 A, B 两种商品可获得总利润最大? 最大利润是多少?

27. 【问题背景】由光的反射定律知: 反射角等于入射角 (如图, 即 $\angle CEF = \angle AEF$). 小军测量某建筑物高度的方法如下: 在地面点 E 处平放一面镜子, 经调整自己位置后, 在点 D 处恰好通过镜子看到建筑物 AB 的顶端 A . 经测得, 小军的眼睛离地面的距离 $CD = 1.7\text{m}$, $BE = 20\text{m}$, $DE = 2\text{m}$, 求建筑物 AB 的高度.



【活动探究】

观察小军的操作后, 小明提出了一个测量广告牌高度的做法 (如图): 他让小军站在点 D 处不动, 将镜子移动至 E_1 处, 小军恰好通过镜子看到广告牌顶端 G , 测出 $DE_1 = 2\text{m}$; 再将镜子移动至 E_2 处, 恰好通过镜子看到广告牌的底端 A , 测出 $DE_2 = 3.4\text{m}$. 经测得, 小军的眼睛离地面距离 $CD = 1.7\text{m}$, $BD = 10\text{m}$, 求这个广告牌 AG 的高度.

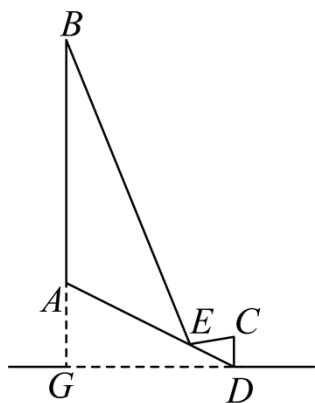


【应用拓展】

小军和小明讨论后, 发现用此方法也可测量出斜坡上信号塔 AB 的高度. 他们给出了如下测量步骤 (如图):

①让小军站在斜坡的底端 D 处不动 (小军眼睛离地面距离 $CD = 1.7\text{m}$), 小明通过移动镜子 (镜子平放在坡面上) 位置至 E 处, 让小军恰好能看到塔顶 B ; ②测出 $DE = 2.8\text{m}$; ③测出坡长 $AD = 17\text{m}$; ④测出坡

比为 $8:15$ (即 $\tan \angle ADG = \frac{8}{15}$). 通过他们给出的方案, 请你算出信号塔 AB 的高度 (结果保留整数).



28. 规定: 若函数 y_1 的图像与函数 y_2 的图像有三个不同的公共点, 则称这两个函数互为“兄弟函数”, 其公共点称为“兄弟点”.

(1) 下列三个函数① $y = x + 1$; ② $y = -\frac{3}{x}$; ③ $y = -x^2 + 1$, 其中与二次函数 $y = 2x^2 - 4x - 3$ 互为“兄弟函数”的是_____ (填写序号);

(2) 若函数 $y_1 = ax^2 - 5x + 2$ ($a \neq 0$) 与 $y_2 = -\frac{1}{x}$ 互为“兄弟函数”, $x = 1$ 是其中一个“兄弟点”的横坐标.

①求实数 a 的值;

②直接写出另外两个“兄弟点”的横坐标是_____、_____;

(3) 若函数 $y_1 = |x - m|$ (m 为常数) 与 $y_2 = -\frac{2}{x}$ 互为“兄弟函数”, 三个“兄弟点”的横坐标分别为 x_1 、 x_2 、 x_3 , 且 $x_1 < x_2 < x_3$, 求 $(x_2 + x_3 - 2x_1)^2$ 的取值范围.

