

南京市 2023 年初中学业水平考试

数学

注意事项:

1. 本试卷共 6 页. 全卷满分 120 分. 考试时间为 120 分钟. 考生答题全部答在答题卡上, 答在本试卷上无效.
2. 请认真核对监考教师在答题卡上所粘贴条形码的姓名、考试证号是否与本人相符合, 再将自己的姓名、考试证号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔填写在答题卡及本试卷上.
3. 答选择题必须用 2B 铅笔将答题卡上对应的答案标号涂黑. 如需改动, 请用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案. 答非选择题必须用 0.5 毫米黑色墨水签字笔写在答题卡上的指定位置, 在其他位置答题一律无效.
4. 作图必须用 2B 铅笔作答, 并请加黑加粗, 描写清楚.

一、选择题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分. 在每小题所给出的四个选项中, 恰有一项是符合题目要求的, 请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上)

1. 全国深入践行习近平生态文明思想, 科学开展大规模国土绿化行动, 厚植美丽中国亮丽底色, 去年完成造林约 3830000 公顷. 用科学记数法表示 3830000 是 ()

- A. 3.83×10^6 B. 0.383×10^6 C. 3.83×10^7 D. 0.383×10^7

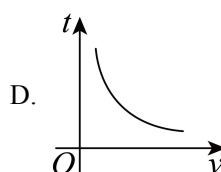
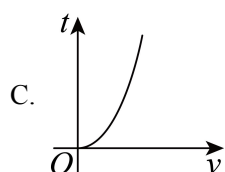
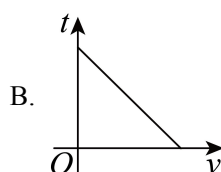
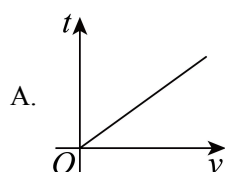
2. 整数 a 满足 $\sqrt{19} < a < \sqrt{29}$, 则 a 的值为 ()

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

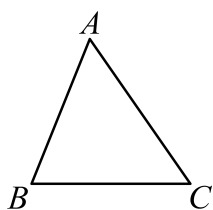
3. 若一个等腰三角形的腰长为 3, 则它的周长可能是 ()

- A. 5 B. 10 C. 15 D. 20

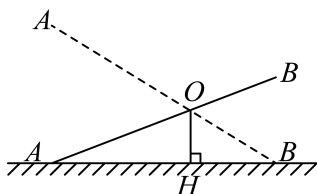
4. 甲、乙两地相距 100km, 汽车从甲地匀速行驶到乙地, 则汽车行驶的时间 t (单位: h) 与行驶速度 v (单位: km/h) 之间的函数图像是 ()



5. 我国南宋数学家秦九韶的著作《数书九章》中有一道问题：“问沙田一段，有三斜，其小斜一十三里，中斜一十四里，大斜一十五里．里法三百步，欲知为田几何？”问题大意：如图，在 ABC 中， $AB = 13$ 里， $BC = 14$ 里， $AC = 15$ 里，则 ABC 的面积是（ ）



- A. 80 平方里 B. 82 平方里 C. 84 平方里 D. 86 平方里
6. 如图，不等臂跷跷板 AB 的一端 A 碰到地面时，另一端 B 到地面的高度为 60cm，当 AB 的一端 B 碰到地面时，另一端 A 到地面的高度为 90cm，则跷跷板 AB 的支撑点 O 到地面的高度 OH 是（ ）



- A. 36cm B. 40cm C. 42cm D. 45cm

二、填空题 (本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分. 请把答案填写在答题卡相应位置上)

7. 计算： $|-2| = \underline{\quad}$ ； $\sqrt{(-2)^2} = \underline{\quad}$

8. 若式子 $\frac{1}{x-2}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 $\underline{\quad}$.

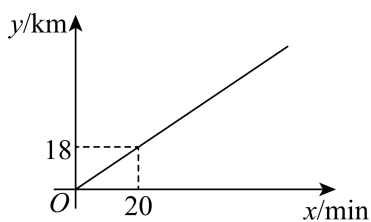
9. 计算 $\sqrt{12} \times \sqrt{6} - \sqrt{18}$ 的结果是 $\underline{\quad}$.

10. 分解因式 $3a^2 - 6a + 3$ 的结果是 $\underline{\quad}$.

11. 计算 $2^3 \times 4^4 \times \left(\frac{1}{8}\right)^5$ 的结果是 $\underline{\quad}$.

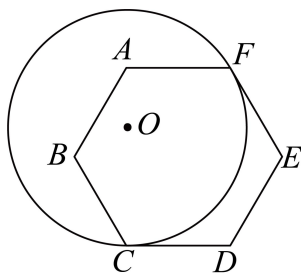
12. 某校九年级有 8 个班级，人数分别为 37, a , 32, 36, 37, 32, 38, 34. 若这组数据的众数为 32，则这组数据的中位数为 $\underline{\quad}$.

13. 甲车从 A 地出发匀速行驶，它行驶的路程 y (单位：km) 与行驶的时间 x (单位：min) 之间的函数关系如图所示. 甲车出发 20min 后，乙车从 A 地出发沿同一路线匀速行驶. 若乙车经过 20min ~ 30min 追上甲车，则乙车的速度 v (单位：km/min) 的取值范围是 $\underline{\quad}$.

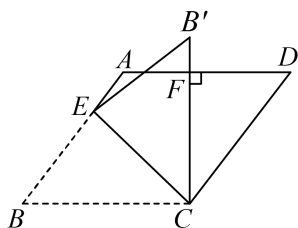


14. 在平面直角坐标系中，点 O 为原点，点 A 在第一象限，且 $OA=3$ ．若反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图像经过点 A ，则 k 的取值范围是_____．

15. 如图， $\odot O$ 与正六边形 $ABCDEF$ 的边 CD ， EF 分别相切于点 C ， F ．若 $AB=2$ ，则 $\odot O$ 的半径长为_____．



16. 如图，在菱形纸片 $ABCD$ 中，点 E 在边 AB 上，将纸片沿 CE 折叠，点 B 落在 B' 处， $CB' \perp AD$ ，垂足为 F ．若 $CF=4\text{cm}$ ， $FB'=1\text{cm}$ ，则 $BE=$ _____ cm

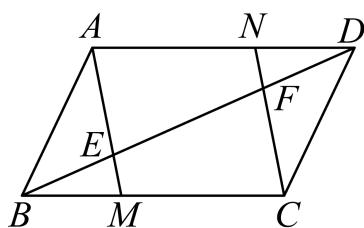


三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. 计算 $\left(1 - \frac{9}{x^2}\right) \div \frac{x-3}{x}$ ．

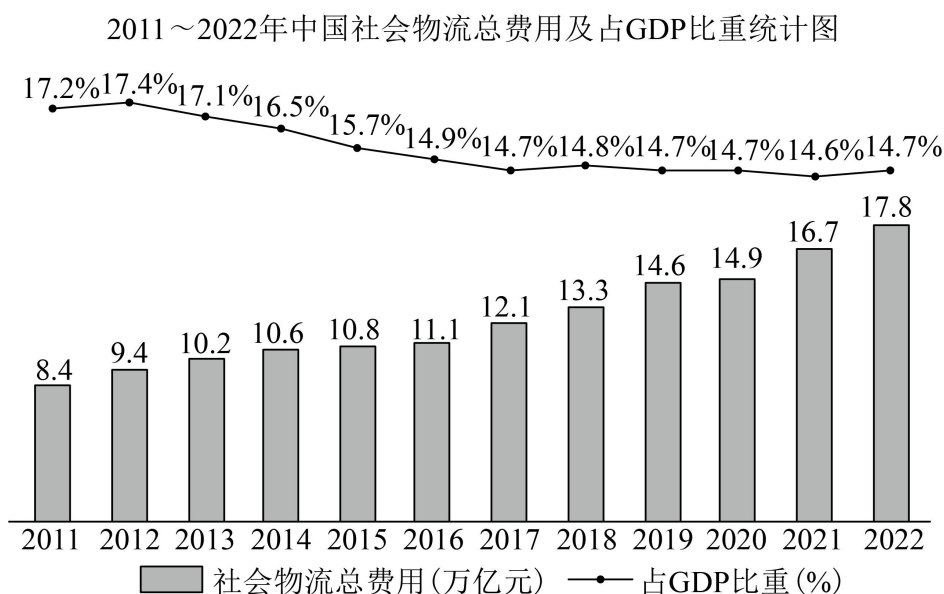
18. 解不等式组 $\begin{cases} 2x-1 < 0 \\ \frac{x-1}{4} < \frac{x}{3} \end{cases}$ ，并写出它的整数解．

19. 如图，在 $\square ABCD$ 中，点 M ， N 分别在边 BC ， AD 上，且 $AM \parallel CN$ ，对角线 BD 分别交 AM ， CN 于点 E ， F ．求证 $BE = DF$ ．



20. 社会运转和日常生活离不开物流行业的发展，阅读以下统计图并回答问题.

2011~2022 年中国社会物流总费用及占 GDP 比重统计图



(1) 下列结论中，所有正确结论的序号是_____.

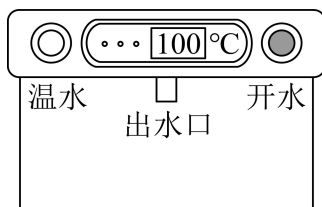
- ①2011~2022 年社会物流总费用占 GDP 比重总体呈先下降后稳定的趋势;
- ②2011~2016 年社会物流总费用的波动比 2017~2022 年社会物流总费用的波动大;
- ③2012~2022 年社会物流总费用逐年增加，其中增加的幅度最大的一年是 2021 年,

(2) 请结合上图提供的信息，从不同角度写出两个与我国 GDP 相关的结论.

21. 某旅游团从甲、乙、丙、丁 4 个景点中随机选取景点游览.

- (1) 选取 2 个景点，求恰好是甲、乙的概率:
- (2) 选取 3 个景点，则甲、乙在其中的概率为_____.

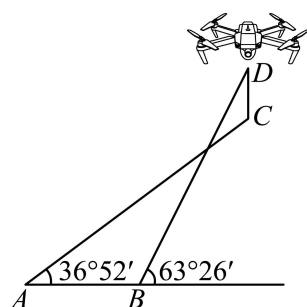
22. 如图，某校的饮水机有温水、开水两个按钮，温水和开水共用一个出水口. 温水的温度为 30°C ，流速为 20ml/s ；开水的温度为 100°C ，流速为 15ml/s . 某学生先接了一会儿温水，又接了一会儿开水，得到一杯 280ml 温度为 60°C 的水（不计热损失），求该学生分别接温水和开水的时间.



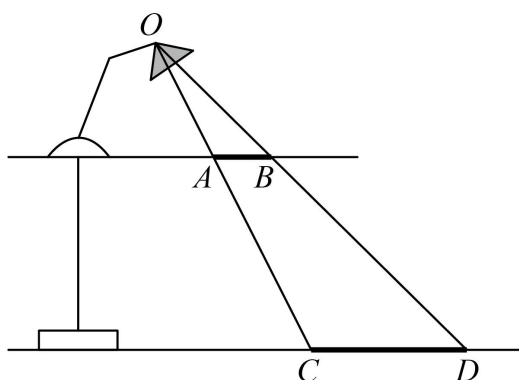
物理常识

开水和温水混合时会发生热传递，开水放出的热量等于温水吸收的热量，可以转化为开水的体积 $\times$ 开水降低的温度 = 温水的体积 $\times$ 温水升高的温度.

23. 如图，为了测量无人机的飞行高度，在水平地面上选择观测点 A , B . 无人机悬停在 C 处，此时在 A 处测得 C 的仰角为 $36^\circ 52'$ 无人机垂直上升 5m 悬停在 D 处，此时在 B 处测得 D 的仰角为 $63^\circ 26'$, $AB = 10\text{m}$, 点 A , B , C , D 在同一平面内, A , B 两点在 CD 的同侧. 求无人机在 C 处时离地面的高度. (参考数据: $\tan 36^\circ 52' \approx 0.75$, $\tan 63^\circ 26' \approx 2.00$)



24. 如图，玻璃桌面与地面平行、桌面上有一盏台灯和一支铅笔，点光源 O 与铅笔 AB 所确定的平面垂直于桌面. 在灯光照射下， AB 在地面上形成的影子为 CD (不计折射)， $AB \parallel CD$.



- (1) 在桌面上沿着 AB 方向平移铅笔，试说明 CD 的长度不变.
- (2) 桌面上一点 P 恰在点 O 的正下方，且 $OP = 36\text{cm}$, $PA = 18\text{cm}$, $AB = 18\text{cm}$, 桌面的高度为 60cm . 在点 O 与 AB 所确定的平面内，将 AB 绕点 A 旋转，使得 CD 的长度最大.
 - ① 画出此时 AB 所在位置的示意图;
 - ② CD 的长度的最大值为 _____ cm .

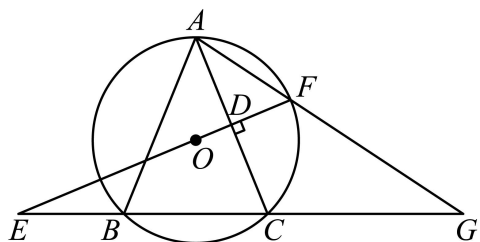
25. 已知二次函数 $y = ax^2 - 2ax + 3$ (a 为常数, $a \neq 0$).

(1) 若 $a < 0$, 求证: 该函数的图象与 x 轴有两个公共点.

(2) 若 $a = -1$, 求证: 当 $-1 < x < 0$ 时, $y > 0$.

(3) 若该函数的图象与 x 轴有两个公共点 $(x_1, 0)$, $(x_2, 0)$, 且 $-1 < x_1 < x_2 < 4$, 则 a 的取值范围是.

26. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, 过点 O 作 AC 的垂线, 垂足为 D , 分别交直线 BC , $\odot O$ 于点 E, F , 射线 AF 交直线 BC 于点 G .



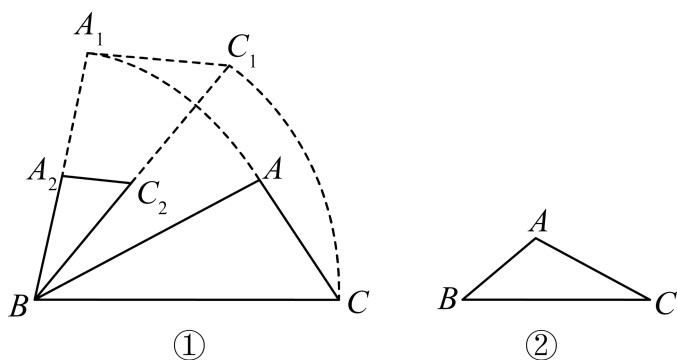
(1) 求证 $AC = CG$.

(2) 若点 E 在 CB 的延长线上, 且 $EB = CG$, 求 $\angle BAC$ 的度数.

(3) 当 $BC = 6$ 时, 随着 CG 的长度的增大, EB 的长度如何变化? 请描述变化过程, 并说明理由.

27. 在平面内, 将一个多边形先绕自身的顶点 A 旋转一个角度 θ ($0^\circ < \theta < 180^\circ$), 再将旋转后的多边形以点 A 为位似中心放大或缩小, 使所得多边形与原多边形对应线段的比为 k , 称这种变换为自旋转位似变换. 若顺时针旋转, 记作 $T(A, \text{顺} \theta, k)$; 若逆时针旋转, 记作 $T(A, \text{逆} \theta, k)$.

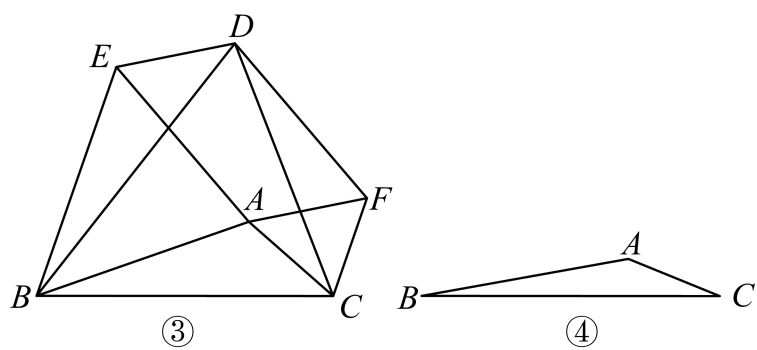
例如: 如图①, 先将 $\triangle ABC$ 绕点 B 逆时针旋转 50° , 得到 $\triangle A_1BC_1$, 再将 $\triangle A_1BC_1$ 以点 B 为位似中心缩小到原来的 $\frac{1}{2}$, 得到 $\triangle A_2BC_2$, 这个变换记作 $T(B, \text{逆} 50^\circ, \frac{1}{2})$.



(1) 如图②, $\triangle ABC$ 经过 $T(C, \text{顺} 60^\circ, 2)$ 得到 $\triangle A'B'C'$, 用尺规作出 $\triangle A'B'C'$. (保留作图痕迹)

(2) 如图③, $\triangle ABC$ 经过 $T(B, \text{逆} \alpha, k_1)$ 得到 $\triangle EBD$, $\triangle ABC$ 经过 $T(C, \text{顺} \beta, k_2)$ 得到 $\triangle FDC$,

连接 AE, AF . 求证: 四边形 $AFDE$ 是平行四边形.



(3) 如图④，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 150^\circ$, $AB = 2$, $AC = 1$. 若 $\triangle ABC$ 经过 (2) 中的变换得到的四边形 $AFDE$ 是正方形.

①用尺规作出点 D (保留作图痕迹，写出必要的文字说明);

②直接写出 AE 的长.