

常州市 2022 年初中学业水平考试数学试题

一、选择题

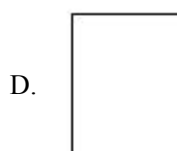
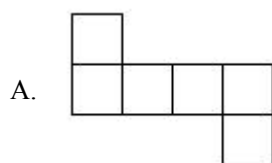
1. 2022 的相反数是 ()

- A. 2022 B. -2022 C. $\frac{1}{2022}$ D. $-\frac{1}{2022}$

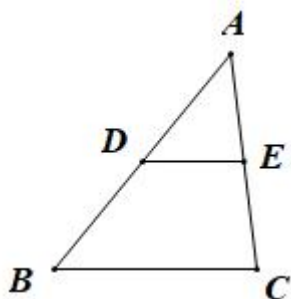
2. 若二次根式 $\sqrt{x-1}$ 有意义, 则实数 x 的取值范围是 ()

- A. $x \geq 1$ B. $x > 1$ C. $x \geq 0$ D. $x > 0$

3. 下列图形中, 为圆柱的侧面展开图的是 ()



4. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, D , E 分别是 AB , AC 边的中点, 若 $DE=2$, 则 BC 的长度是 ()



- A. 6 B. 5
C. 4 D. 3

5. 某城市市区人口 x 万人, 市区绿地面积 50 万平方米, 平均每人拥有绿地 y 平方米, 则 y 与 x 之间的函数表达式为 ()

- A. $y = x + 50$ B. $y = 50x$ C. $y = \frac{50}{x}$ D. $y = \frac{x}{50}$

6. 如图, 斑马线的作用是为了引导行人安全地通过马路. 小丽觉得行人沿垂直马路的方向走过斑马线更为合理, 这一想法体现的数学依据是 ()

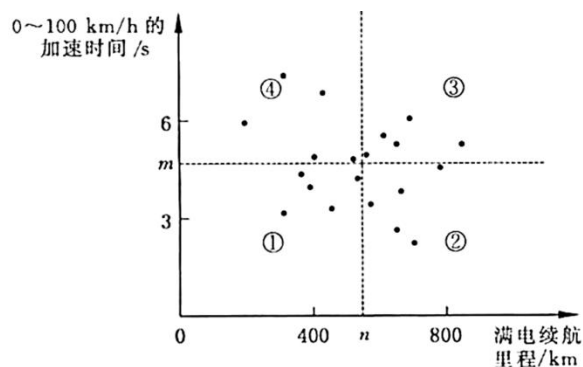


- A. 垂线段最短
- B. 两点确定一条直线
- C. 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直
- D. 过直线外一点有且只有一条直线与已知直线平行

7. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 A 与点 A_1 关于 x 轴对称，点 A 与点 A_2 关于 y 轴对称. 已知点 $A_1(1,2)$ ，则点 A_2 的坐标是 ()

- A. $(-2,1)$ B. $(-2,-1)$ C. $(-1,2)$ D. $(-1,-2)$

8. 某汽车评测机构对市面上多款新能源汽车的 $0 \sim 100 \text{ km/h}$ 的加速时间和满电续航里程进行了性能评测，评测结果绘制如下，每个点都对应一款新能源汽车的评测数据. 已知 $0 \sim 100 \text{ km/h}$ 的加速时间的中位数是 ms ，满电续航里程的中位数是 $n \text{ km}$ ，相应的直线将平面分成了①、②、③、④四个区域（直线不属于任何区域）. 欲将最新上市的两款新能源汽车的评测数据对应的点绘制到平面内，若以上两组数据的中位数均保持不变，则这两个点可能分别落在 ()



- A. 区域①、② B. 区域①、③ C. 区域①、④ D. 区域③、④

二、填空题

9. 计算: $\sqrt[3]{8} = \underline{\hspace{2cm}}$.

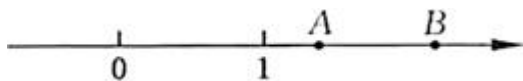
10. 计算: $m^4 \div m^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 分解因式: $x^2y + xy^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

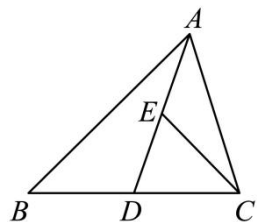
12. 2022 年 5 月 22 日，中国科学院生物多样性委员会发布《中国生物物种名录》2022 版，共收录物种及种

下单元约 138000 个. 数据 138000 用科学记数法表示为_____.

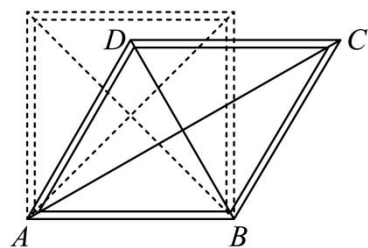
13. 如图, 数轴上的点 A 、 B 分别表示实数 a 、 b , 则 $\frac{1}{a}$ _____ $\frac{1}{b}$. (填“>”、“=”或“<”)



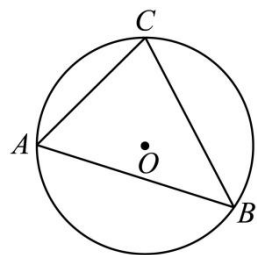
14. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, E 是中线 AD 的中点. 若 $\triangle AEC$ 的面积是 1, 则 $\triangle ABD$ 的面积是_____.



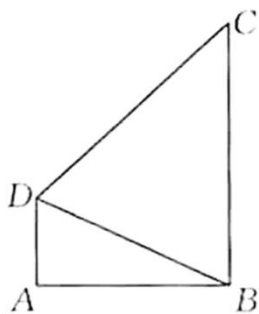
15. 如图, 将一个边长为 20 cm 的正方形活动框架 (边框粗细忽略不计) 扭动成四边形 $ABCD$, 对角线是两根橡皮筋, 其拉伸长度达到 36 cm 时才会断裂. 若 $\angle BAD = 60^\circ$, 则橡皮筋 AC _____ 断裂 (填“会”或“不会”, 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$).



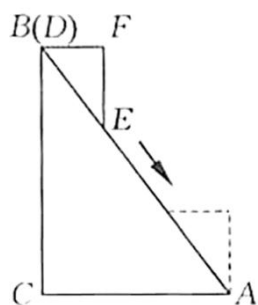
16. 如图, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形. 若 $\angle ABC = 45^\circ$, $AC = \sqrt{2}$, 则 $\odot O$ 的半径是_____.



17. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle ABC = 90^\circ$, DB 平分 $\angle ADC$. 若 $AD = 1$, $CD = 3$, 则 $\sin \angle ABD =$ _____.



18. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 9$ ， $BC = 12$ ．在 $\text{Rt}\triangle DEF$ 中， $\angle F = 90^\circ$ ， $DF = 3$ ， $EF = 4$ ．用一条始终绷直的弹性染色线连接 CF ， $\text{Rt}\triangle DEF$ 从起始位置（点 D 与点 B 重合）平移至终止位置（点 E 与点 A 重合），且斜边 DE 始终在线段 AB 上，则 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的外部被染色的区域面积是_____．



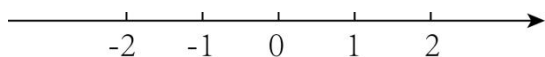
三、解答题

19. 计算：

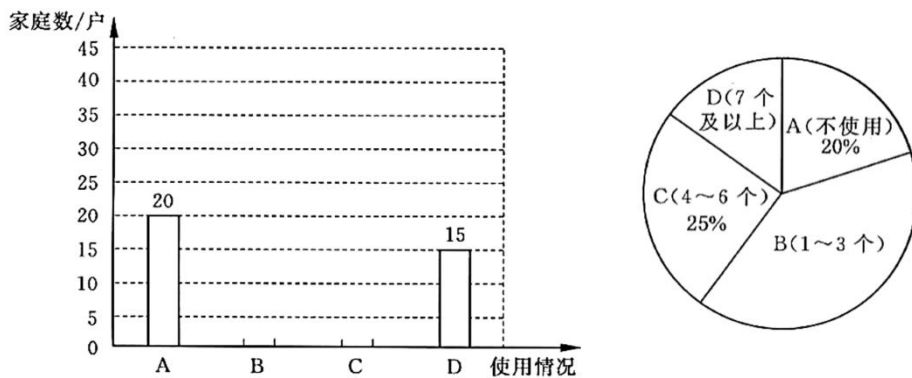
(1) $(\sqrt{2})^2 - (\pi - 3)^0 + 3^{-1}$ ；

(2) $(x+1)^2 - (x-1)(x+1)$ ．

20. 解不等式组 $\begin{cases} 5x-10 \leq 0 \\ x+3 > -2x \end{cases}$ ，并把解集在数轴上表示出来．



21. 为减少传统塑料袋对生态环境的破坏，国家提倡使用可以在自然环境下（特定微生物、温度、湿度）较快完成降解的环保塑料袋．调查小组就某小区每户家庭 1 周内环保塑料袋的使用情况进行了抽样调查，使用情况为 A （不使用）、 B （1~3 个）、 C （4~6 个）、 D （7 个及以上），以下是根据调查结果绘制的统计图的一部分．



(1) 本次调查的样本容量是____，请补全条形统计图；

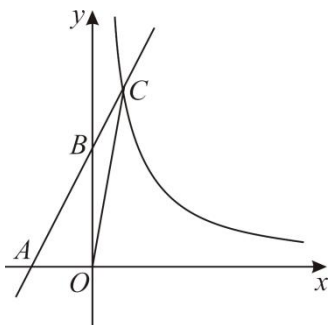
(2) 已知该小区有 1500 户家庭，调查小组估计：该小区 1 周内使用 7 个及以上环保塑料袋的家庭约有 225 户．调查小组的估计是否合理？请说明理由．

22. 在 5 张相同的小纸条上，分别写有语句：①函数表达式为 $y = x$ ；②函数表达式为 $y = x^2$ ；③函数的图像关于原点对称；④函数的图像关于 y 轴对称；⑤函数值 y 随自变量 x 增大而增大．将这 5 张小纸条做成 5 支签，①、②放在不透明的盒子 A 中搅匀，③、④、⑤放在不透明的盒子 B 中搅匀．

(1) 从盒子 A 中任意抽出 1 支签，抽到①的概率是____；

(2) 先从盒子 A 中任意抽出 1 支签，再从盒子 B 中任意抽出 1 支签．求抽到的 2 张小纸条上的语句对函数的描述相符合的概率．

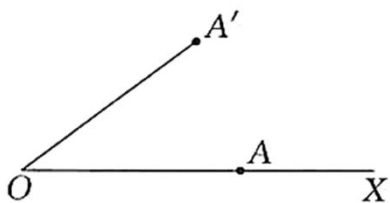
23. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = 2x + b$ 的图象分别与 x 轴、 y 轴交于点 A、B，与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 C，连接 OC．已知点 $B(0, 4)$ ， $\triangle BOC$ 的面积是 2．



(1) 求 b 、 k 的值；

(2) 求 $\triangle AOC$ 的面积．

24. 如图，点 A 在射线 OX 上， $OA = a$ ．如果 OA 绕点 O 按逆时针方向旋转 $n^\circ (0 < n \leq 360)$ 到 OA' ，那么点 A' 的位置可以用 (a, n°) 表示．



(1) 按上述表示方法, 若 $a=3$, $n=37$, 则点 A' 的位置可以表示为_____;

(2) 在 (1) 的条件下, 已知点 B 的位置用 $(3, 74^\circ)$ 表示, 连接 $A'A$ 、 $A'B$. 求证: $A'A = A'B$.

25. 第十四届国际数学教育大会 (ICME-14) 会徽的主题图案有着丰富的数学元素, 展现了我国古代数学的文化魅力, 其右下方的“卦”是用我国古代的计数符号写出的八进制数 3745. 八进制是以 8 作为进位基数的数字系统, 有 0~7 共 8 个基本数字. 八进制数 3745 换算成十进制数是

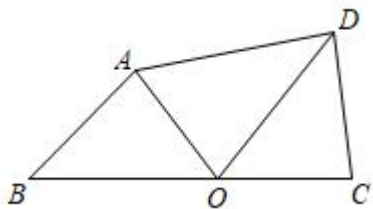
$$3 \times 8^3 + 7 \times 8^2 + 4 \times 8^1 + 5 \times 8^0 = 2021, \text{ 表示 ICME-14 的举办年份.}$$



(1) 八进制数 3746 换算成十进制数是_____;

(2) 小华设计了一个 n 进制数 143, 换算成十进制数是 120, 求 n 的值.

26. 在四边形 $ABCD$ 中, O 是边 BC 上的一点. 若 $\triangle OAB \cong \triangle OCD$, 则点 O 叫做该四边形的“等形点”.



(1) 正方形_____“等形点” (填“存在”或“不存在”);

(2) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 边 BC 上的点 O 是四边形 $ABCD$ 的“等形点”. 已知 $CD = 4\sqrt{2}$, $OA = 5$, $BC = 12$, 连接 AC , 求 AC 的长;

(3) 在四边形 $EFGH$ 中, $EH \parallel FG$. 若边 FG 上的点 O 是四边形 $EFGH$ 的“等形点”, 求 $\frac{OF}{OG}$ 的值.

27. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + 3$ 的自变量 x 的部分取值和对应函数值 y 如下表:

x	...	-1	0	1	2	3	...
-----	-----	----	---	---	---	---	-----

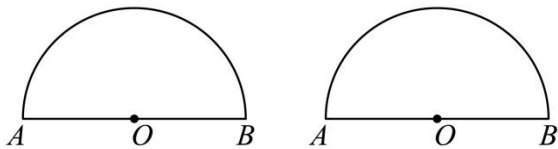
y	...	4	3	0	-5	-12	...
-----	-----	---	---	---	----	-----	-----

(1) 求二次函数 $y = ax^2 + bx + 3$ 的表达式;

(2) 将二次函数 $y = ax^2 + bx + 3$ 的图像向右平移 $k(k > 0)$ 个单位, 得到二次函数 $y = mx^2 + nx + q$ 的图像, 使得当 $-1 < x < 3$ 时, y 随 x 增大而增大; 当 $4 < x < 5$ 时, y 随 x 增大而减小, 请写出一个符合条件的二次函数 $y = mx^2 + nx + q$ 的表达式 $y = \underline{\hspace{2cm}}$, 实数 k 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$;

(3) A 、 B 、 C 是二次函数 $y = ax^2 + bx + 3$ 的图像上互不重合的三点. 已知点 A 、 B 的横坐标分别是 m 、 $m+1$, 点 C 与点 A 关于该函数图像的对称轴对称, 求 $\angle ACB$ 的度数.

28. (现有若干张相同的半圆形纸片, 点 O 是圆心, 直径 AB 的长是 12cm , C 是半圆弧上的一点 (点 C 与点 A 、 B 不重合), 连接 AC 、 BC .)



备用图

(1) 沿 AC 、 BC 剪下 $\triangle ABC$, 则 $\triangle ABC$ 是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 三角形 (填“锐角”、“直角”或“钝角”);

(2) 分别取半圆弧上的点 E 、 F 和直径 AB 上的点 G 、 H . 已知剪下的由这四个点顺次连接构成的四边形是一个边长为 6cm 的菱形. 请用直尺和圆规在图中作出一个符合条件的菱形 (保留作图痕迹, 不要求写作法);

(3) 经过数次探索, 小明猜想, 对于半圆弧上的任意一点 C , 一定存在线段 AC 上的点 M 、线段 BC 上的点 N 和直径 AB 上的点 P 、 Q , 使得由这四个点顺次连接构成的四边形是一个边长为 4cm 的菱形. 小明的猜想是否正确? 请说明理由.

