

2021 年江苏省无锡市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的，请用 2B 铅笔把答题卡上相应的选项标号涂黑．）

1. $-\frac{1}{3}$ 的相反数是（ ）

A. $-\frac{1}{3}$

B. $\frac{1}{3}$

C. 3

D. -3

2. 函数 $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}}$ 中自变量 x 的取值范围是（ ）

A. $x > 2$

B. $x \geq 2$

C. $x < 2$

D. $x \neq 2$

3. 已知一组数据：58, 53, 55, 52, 54, 51, 55，这组数据的中位数和众数分别是（ ）

A. 54, 55

B. 54, 54

C. 55, 54

D. 52, 55

4. 方程组 $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=3 \end{cases}$ 的解是（ ）

A. $\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=3 \\ y=2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=4 \\ y=1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$

5. 下列运算正确的是（ ）

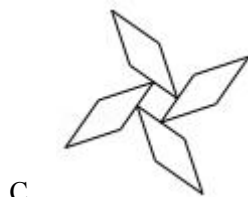
A. $a^2 + a = a^3$

B. $(a^2)^3 = a^5$

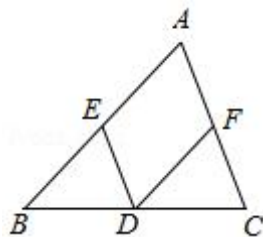
C. $a^8 \div a^2 = a^4$

D. $a^2 \cdot a^3 = a^5$

6. 下列图形中，既是中心对称图形又是轴对称图形的是（ ）



7. 如图， D 、 E 、 F 分别是 $\triangle ABC$ 各边中点，则以下说法错误的是（ ）



A. $\triangle BDE$ 和 $\triangle DCF$ 的面积相等

- B. 四边形 $AEDF$ 是平行四边形
- C. 若 $AB = BC$, 则四边形 $AEDF$ 是菱形
- D. 若 $\angle A = 90^\circ$, 则四边形 $AEDF$ 是矩形
8. 一次函数 $y = x + n$ 的图象与 x 轴交于点 B , 与反比例函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m > 0$) 的图象交于点 $A(1, m)$, 且 $\triangle AOB$ 的面积为 1, 则 m 的值是 ()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
9. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = 6$, $AC = 8$, 点 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点, 则 $PA^2 + PB^2 + PC^2$ 取得最小值时, 下列结论正确的是 ()
- A. 点 P 是 $\triangle ABC$ 三边垂直平分线的交点
- B. 点 P 是 $\triangle ABC$ 三条内角平分线的交点
- C. 点 P 是 $\triangle ABC$ 三条高的交点
- D. 点 P 是 $\triangle ABC$ 三条中线的交点
10. 设 $P(x, y_1)$, $Q(x, y_2)$ 分别是函数 C_1, C_2 图象上的点, 当 $a \leq x \leq b$ 时, 总有 $-1 \leq y_1 - y_2 \leq 1$ 恒成立, 则称函数 C_1, C_2 在 $a \leq x \leq b$ 上是“逼近函数”, $a \leq x \leq b$ 为“逼近区间”. 则下列结论:
- ①函数 $y = x - 5$, $y = 3x + 2$ 在 $1 \leq x \leq 2$ 上是“逼近函数”;
- ②函数 $y = x - 5$, $y = x^2 - 4x$ 在 $3 \leq x \leq 4$ 上是“逼近函数”;
- ③ $0 \leq x \leq 1$ 是函数 $y = x^2 - 1$, $y = 2x^2 - x$ 的“逼近区间”;
- ④ $2 \leq x \leq 3$ 是函数 $y = x - 5$, $y = x^2 - 4x$ 的“逼近区间”.
- 其中, 正确的有 ()
- A. ②③ B. ①④ C. ①③ D. ②④

二、填空题 (本大题共 8 小题, 每小题 2 分, 共 16 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡上相应的位置.)

11. (2 分) 分解因式: $2x^3 - 8x =$ _____.
12. (2 分) 2021 年 5 月 15 日我国天问一号探测器在火星预选着陆区着陆, 在火星上首次留下中国印迹, 迈出我国星际探测征程的重要一步. 目前探测器距离地球约 320000000 千米, 320000000 这个数据用科学记数法可表示为 _____.
13. (2 分) 用半径为 50, 圆心角为 120° 的扇形纸片围成一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的底面半径为 _____.

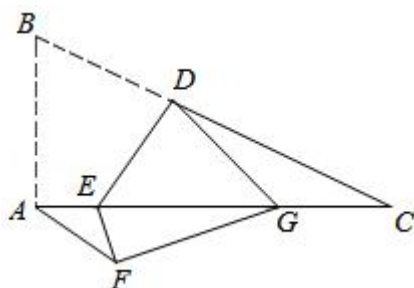
14. (2分) 请写出一个函数表达式, 使其图象在第二、四象限且关于原点对称: _____.

15. (2分) 一条上山直道的坡度为 1: 7, 沿这条直道上山, 每前进 100 米所上升的高度为 _____ 米.

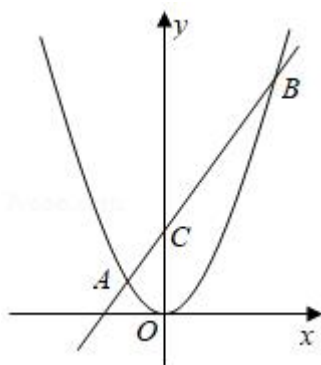
16. (2分) 下列命题中, 正确命题的个数为 _____.

- ①所有的正方形都相似
- ②所有的菱形都相似
- ③边长相等的两个菱形都相似
- ④对角线相等的两个矩形都相似

17. (2分) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = 2\sqrt{2}$, $AC = 6$, 点 E 在线段 AC 上, 且 $AE = 1$, D 是线段 BC 上的一点, 连接 DE , 将四边形 $ABDE$ 沿直线 DE 翻折, 得到四边形 $FGDE$, 当点 G 恰好落在线段 AC 上时, $AF =$ _____.



18. (2分) 如图, 在平面直角坐标系中, O 为坐标原点, 点 C 为 y 轴正半轴上的一个动点, 过点 C 的直线与二次函数 $y = x^2$ 的图象交于 A 、 B 两点, 且 $CB = 3AC$, P 为 CB 的中点, 设点 P 的坐标为 $P(x, y)$ ($x > 0$), 写出 y 关于 x 的函数表达式为: _____.



三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 84 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤等.)

19. (8分) 计算:

$$(1) \left| -\frac{1}{2} \right| - (-2)^3 + \sin 30^\circ ;$$

$$(2) \frac{4}{a} - \frac{a+8}{2a}.$$

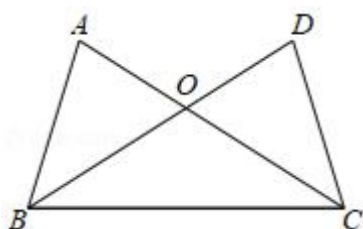
20. (8分) (1) 解方程: $(x+1)^2 - 4 = 0$;

$$(2) \text{解不等式组: } \begin{cases} -2x+3 \leq 1 \\ x-1 < \frac{x}{3}+1 \end{cases}.$$

21. (8分) 已知: 如图, AC , DB 相交于点 O , $AB = DC$, $\angle ABO = \angle DCO$.

求证: (1) $\triangle ABO \cong \triangle DCO$;

(2) $\angle OBC = \angle OCB$.



22. (8分) 将 4 张分别写有数字 1、2、3、4 的卡片 (卡片的形状、大小、质地都相同) 放在盒子中, 搅匀后从中任意取出 1 张卡片, 记录后放回、搅匀, 再从中任意取出 1 张卡片. 求下列事件发生的概率. (请用“画树状图”或“列表”等方法写出分析过程)

(1) 取出的 2 张卡片数字相同;

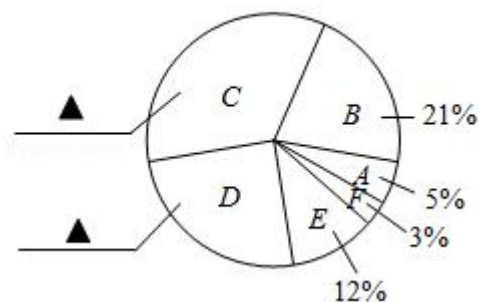
(2) 取出的 2 张卡片中, 至少有 1 张卡片的数字为“3”.

23. (8分) 某企业为推进全民健身活动, 提升员工身体素质, 号召员工开展健身锻炼活动, 经过两个月的宣传发动, 员工健身锻炼的意识有了显著提高. 为了调查本企业员工上月参加健身锻炼的情况, 现从 1500 名员工中随机抽取 200 人调查每人上月健身锻炼的次数, 并将调查所得的数据整理如下:

某企业员工参加健身锻炼次数的频数分布表

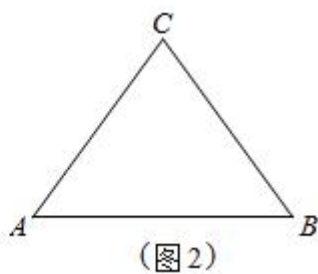
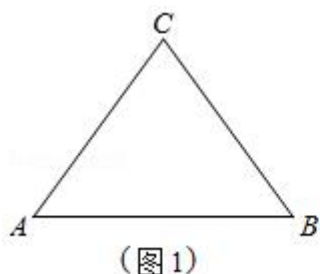
锻炼次数 x	$0 < x \leq 5$	$5 < x \leq 10$	$10 < x \leq 15$	$15 < x \leq 20$	$20 < x \leq 25$	$25 < x \leq 30$
(代号)	(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)
频数	10	a	68	c	24	6
频率	0.05	b	0.34	d	0.12	0.03

某企业员工参加健身锻炼次数的扇形统计图



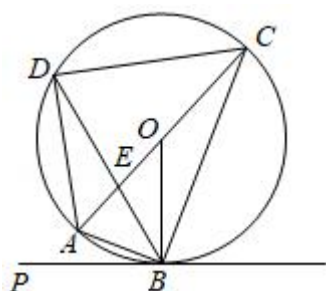
- (1) 表格中 $a =$ _____;
- (2) 请把扇形统计图补充完整; (只需标注相应的数据)
- (3) 请估计该企业上月参加健身锻炼超过 10 次的员工有多少人?

24. (8 分) 如图, 已知锐角 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$.



- (1) 请在图 1 中用无刻度的直尺和圆规作图: 作 $\angle ACB$ 的平分线 CD ; 作 $\triangle ABC$ 的外接圆 $\odot O$; (不写作法, 保留作图痕迹)
 - (2) 在(1)的条件下, 若 $AB = \frac{48}{5}$, $\odot O$ 的半径为 5, 则 $\sin B =$ _____. (如需画草图, 请使用图 2)
25. (8 分) 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, AC 是 $\odot O$ 的直径, AC 与 BD 交于点 E , PB 切 $\odot O$ 于点 B .

- (1) 求证: $\angle PBA = \angle OBC$;
- (2) 若 $\angle PBA = 20^\circ$, $\angle ACD = 40^\circ$, 求证: $\triangle OAB \sim \triangle CDE$.



26. (8 分) 为了提高广大职工对消防知识的学习热情, 增强职工的消防意识, 某单位工会

决定组织消防知识竞赛活动，本次活动拟设一、二等奖若干名，并购买相应奖品．现有经费 1275 元用于购买奖品，且经费全部用完，已知一等奖奖品单价与二等奖奖品单价之比为 4：3．当用 600 元购买一等奖奖品时，共可购买一、二等奖奖品 25 件．

(1) 求一、二等奖奖品的单价；

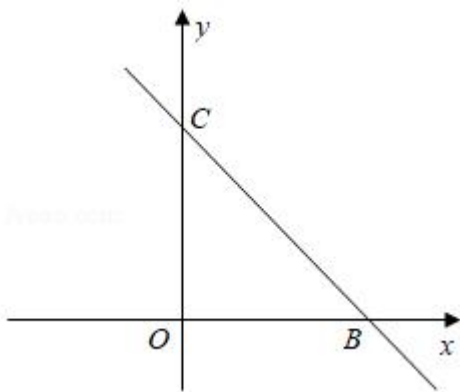
(2) 若购买一等奖奖品的数量不少于 4 件且不超过 10 件，则共有哪几种购买方式？

27. (10 分) 在平面直角坐标系中， O 为坐标原点，直线 $y = -x + 3$ 与 x 轴交于点 B ，与 y 轴交于点 C ，二次函数 $y = ax^2 + 2x + c$ 的图象过 B 、 C 两点，且与 x 轴交于另一点 A ，点 M 为线段 OB 上的一个动点，过点 M 作直线 l 平行于 y 轴交 BC 于点 F ，交二次函数 $y = ax^2 + 2x + c$ 的图象于点 E ．

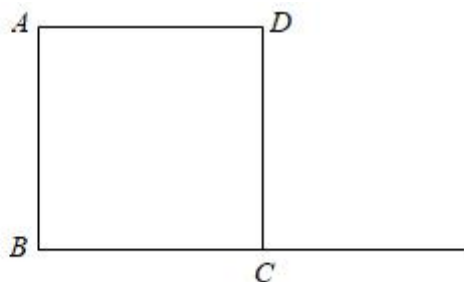
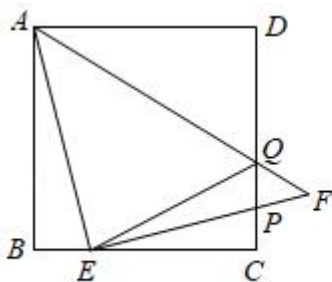
(1) 求二次函数的表达式；

(2) 当以 C 、 E 、 F 为顶点的三角形与 $\triangle ABC$ 相似时，求线段 EF 的长度；

(3) 已知点 N 是 y 轴上的点，若点 N 、 F 关于直线 EC 对称，求点 N 的坐标．



28. (10 分) 已知四边形 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形，点 E 是射线 BC 上的动点，以 AE 为直角边在直线 BC 的上方作等腰直角三角形 AEF ， $\angle AEF = 90^\circ$ ，设 $BE = m$ ．



备用图

(1) 如图，若点 E 在线段 BC 上运动， EF 交 CD 于点 P ， AF 交 CD 于点 Q ，连结 CF ，

① 当 $m = \frac{1}{3}$ 时，求线段 CF 的长；

② 在 $\triangle PQE$ 中，设边 QE 上的高为 h ，请用含 m 的代数式表示 h ，并求 h 的最大值；

(2) 设过 BC 的中点且垂直于 BC 的直线被等腰直角三角形 AEF 截得的线段长为 y , 请直接写出 y 与 m 的关系式.

