

江苏省常州市 2021 年数学中考真题

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 2 分，共 16 分．在每小题所给出的四个选项中，只有一项是正确的）

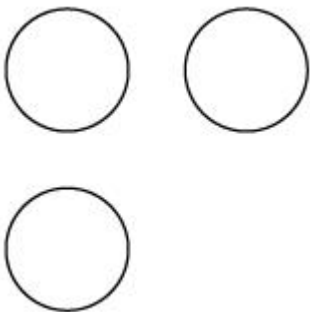
1. $\frac{1}{2}$ 的倒数是（ ）

- A. 2 B. -2 C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. 计算 $(m^2)^3$ 的结果是（ ）

- A. m^5 B. m^6 C. m^8 D. m^9

3. 如图是某几何体的三视图，该几何体是（ ）



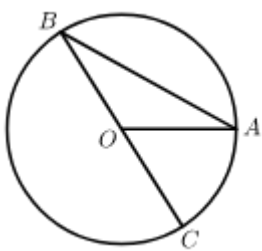
- A. 正方体 B. 圆锥 C. 圆柱 D. 球

4. 观察所示脸谱图案，下列说法正确的是（ ）



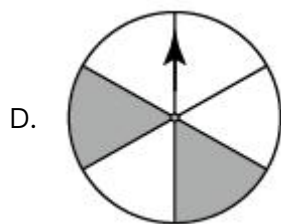
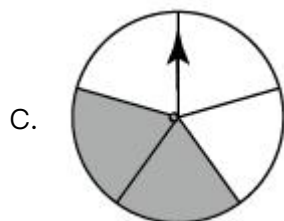
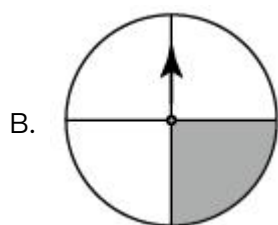
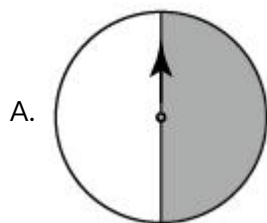
- A. 它是轴对称图形，不是中心对称图形 B. 它是中心对称图形，不是轴对称图形
C. 它既是轴对称图形，也是中心对称图形 D. 它既不是轴对称图形，也不是中心对称图形

5. 如图， BC 是 $\odot O$ 的直径， AB 是 $\odot O$ 的弦．若 $\angle AOC = 60^\circ$ ，则 $\angle OAB$ 的度数是（ ）



- A. 20° B. 25° C. 30° D. 35°

6. 以下转盘分别被分成 2 个、4 个、5 个、6 个面积相等的扇形，任意转动这 4 个转盘各 1 次. 已知某转盘停止转动时，指针落在阴影区域的概率是 $\frac{1}{3}$ ，则对应的转盘是 ()

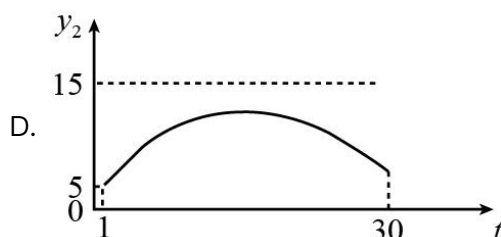
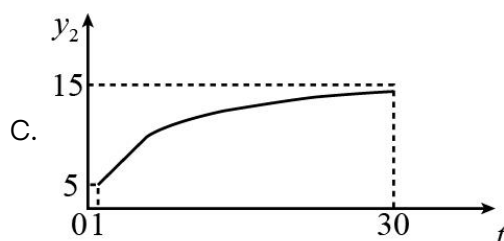
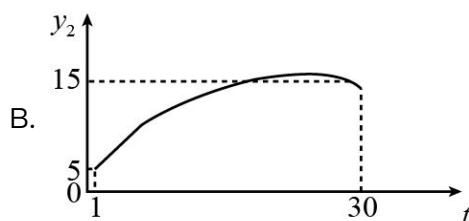
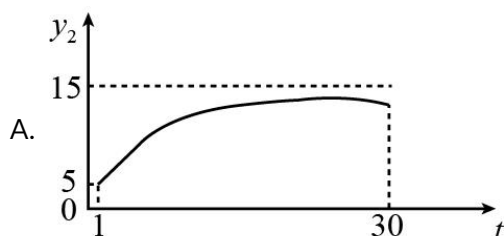
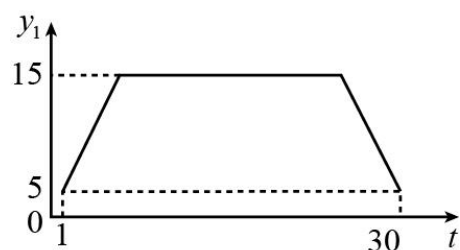


7. 已知二次函数 $y = (a-1)x^2$ ，当 $x > 0$ 时， y 随 x 增大而增大，则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $a > 0$ B. $a > 1$ C. $a \neq 1$ D. $a < 1$

8. 为规范市场秩序、保障民生工程，监管部门对某一商品的价格持续监控. 该商品的价格 y_1 (元/件) 随时间 t (天) 的变化如图所示，设 y_2 (元/件) 表示从第 1 天到第 t 天该商品的平均价格，则 y_2 随 t 变化的图

像大致是 ()



二、填空题 (本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填写在答题卡相应位置上)

9. 计算: $\sqrt[3]{27} = \underline{\hspace{2cm}}$.

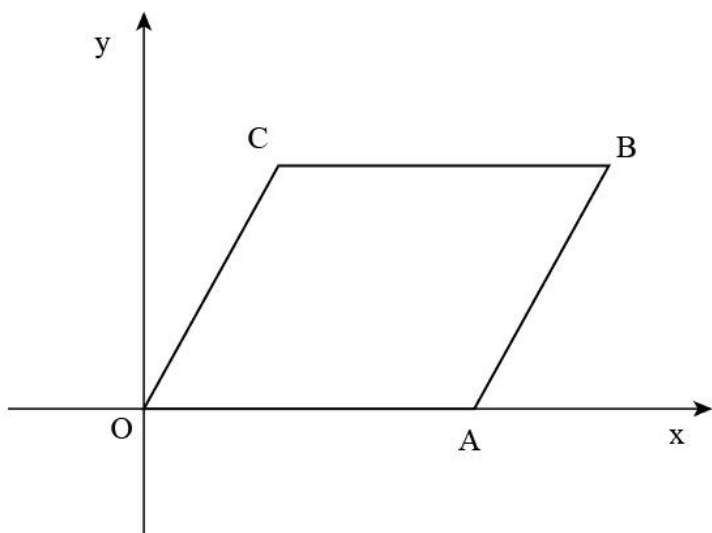
10. 计算: $2a^2 - (a^2 + 2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

11. 分解因式: $x^2 - 4y^2 = \underline{\hspace{2cm}}$.

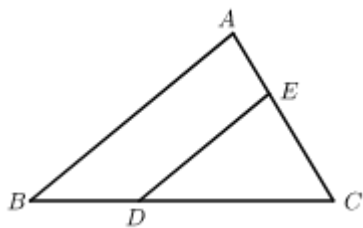
12. 近年来, 5G 在全球发展迅猛, 中国成为这一领域基础设施建设、技术与应用落地的一大推动者. 截至 2021 年 3 月底, 中国已建成约 819000 座 5G 基站, 占全球 70% 以上. 数据 819000 用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 数轴上的点 A、B 分别表示 -3、2, 则点 $\underline{\hspace{2cm}}$ 离原点的距离较近 (填 “A” 或 “B”).

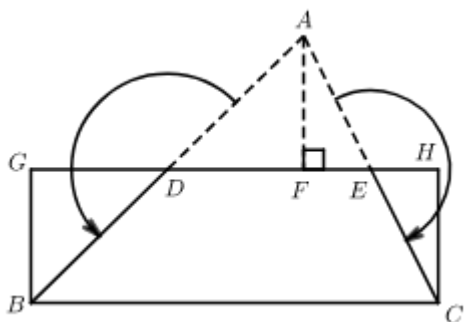
14. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 四边形 $OABC$ 是平行四边形, 其中点 A 在 x 轴正半轴上. 若 $BC = 3$, 则点 A 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



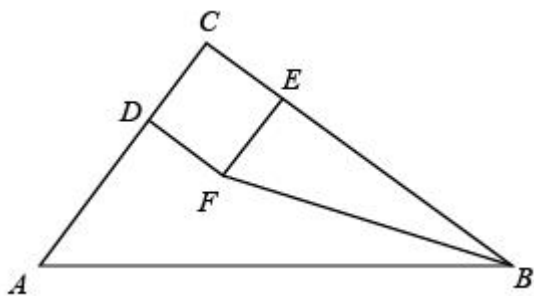
15. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 分别在 BC 、 AC 上, $\angle B = 40^\circ$, $\angle C = 60^\circ$. 若 $DE \parallel AB$, 则 $\angle AED =$ _____ $^\circ$.



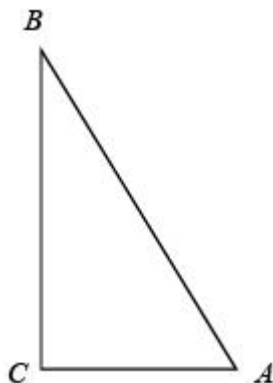
16. 中国古代数学家刘徽在《九章算术注》中, 给出了证明三角形面积公式的出入相补法. 如图所示, 在 $\triangle ABC$ 中, 分别取 AB 、 AC 的中点 D 、 E , 连接 DE , 过点 A 作 $AF \perp DE$, 垂足为 F , 将 $\triangle ABC$ 分割后拼接成矩形 $BCHG$. 若 $DE = 3$, $AF = 2$, 则 $\triangle ABC$ 的面积是_____.



17. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 3$, $BC = 4$, 点 D 、 E 分别在 CA 、 CB 上, 点 F 在 $\triangle ABC$ 内. 若四边形 $CDFE$ 是边长为 1 的正方形, 则 $\sin \angle FBA =$ _____.



18. 如图, 在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle CBA = 30^\circ$, $AC = 1$, D 是 AB 上一点 (点 D 与点 A 不重合). 若在 $Rt\triangle ABC$ 的直角边上存在 4 个不同的点分别和点 A 、 D 成为直角三角形的三个顶点, 则 AD 长的取值范围是_____.



三、解答题 (本大题共 10 小题, 共 84 分. 请在答题卡指定区域内作答, 如无特殊说明, 解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程)

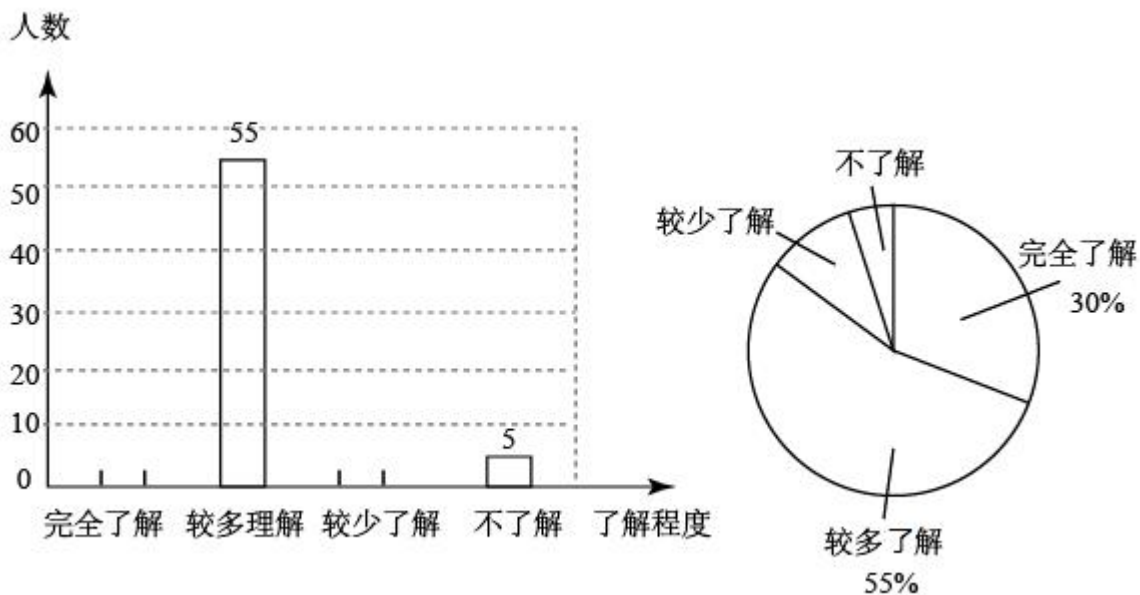
19. 计算: $\sqrt{4} - (-1)^2 - (\pi - 1)^0 + 2^{-1}$.

20. 解方程组和不等式组:

$$(1) \begin{cases} x + y = 0 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x + 6 > 0 \\ x - 2 < -x \end{cases}$$

21. 为降低处理成本, 减少土地资源消耗, 我国正在积极推进垃圾分类政策, 引导居民根据“厨余垃圾”、“有害垃圾”、“可回收物”和“其他垃圾”这四类标准将垃圾分类处理调查小组就某小区居民对垃圾分类知识的了解程度进行了抽样调查, 并根据调查结果绘制成如下统计图.



(1) 本次调查的样本容量是_____;

(2) 补全条形统计图;

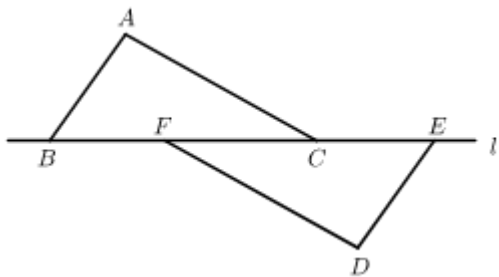
(3) 已知该小区有居民 2000 人, 请估计该小区对垃圾分类知识“完全了解”的居民人数.

22. 在 3 张相同的小纸条上, 分别写上条件: ①四边形 $ABCD$ 是菱形; ②四边形 $ABCD$ 有一个内角是直角; ③四边形 $ABCD$ 的对角线相等. 将这 3 张小纸条做成 3 支签, 放在一个不透明的盒子中.

(1) 搅匀后从中任意抽出 1 支签, 抽到条件①的概率是_____;

(2) 搅匀后先从中任意抽出 1 支签 (不放回), 再从余下的 2 支签中任意抽出 1 支签. 四边形 $ABCD$ 同时满足抽到的 2 张小纸条上的条件, 求四边形 $ABCD$ 一定是正方形的概率.

23. 如图, B 、 F 、 C 、 E 是直线 l 上的四点, $AB \parallel DE$, $AB = DE$, $BF = CE$.



(1) 求证: $\triangle ABC \cong \triangle DEF$;

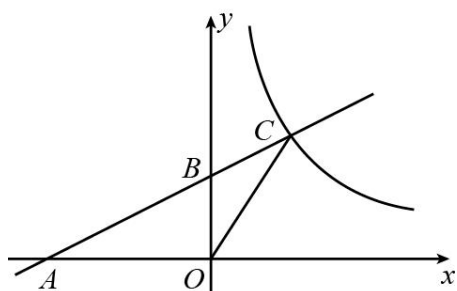
(2) 将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 翻折得到 $\triangle A'BC$.

①用直尺和圆规在图中作出 $\triangle A'BC$ (保留作图痕迹, 不要求写作法);

②连接 $A'D$, 则直线 $A'D$ 与 l 的位置关系是_____.

24. 为落实节约用水的政策，某旅游景点进行设施改造，将手拧水龙头全部更换成感应水龙头．已知该景点在设施改造后，平均每天用水量是原来的一半，20 吨水可以比原来多用 5 天，该景点在设施改造后平均每天用水多少吨？

25. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y = \frac{1}{2}x + b$ 的图像分别与 x 轴、 y 轴交于点 A 、 B ，与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像交于点 C ，连接 OC ．已知点 $A(-4, 0)$ ， $AB = 2BC$ ．



- (1) 求 b 、 k 的值；
- (2) 求 $\triangle AOC$ 的面积．

26. 通过构造恰当的图形，可以对线段长度、图形面积大小等进行比较，直观地得到一些不等关系或最值，这是“数形结合”思想的典型应用．

【理解】

(1) 如图 1， $AC \perp BC$ ， $CD \perp AB$ ，垂足分别为 C 、 D ， E 是 AB 的中点，连接 CE ．已知 $AD = a$ ， $BD = b (0 < a < b)$ ．

① 分别求线段 CE 、 CD 的长（用含 a 、 b 的代数式表示）；

② 比较大小： CE _____ CD （填“ $<$ ”、“ $=$ ”或“ $>$ ”），并用含 a 、 b 的代数式表示该大小关系．

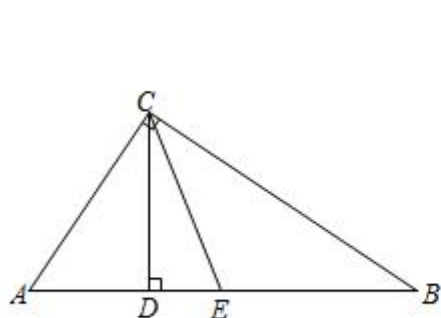


图1

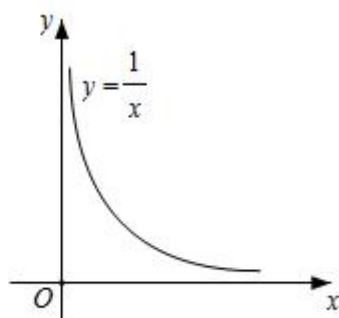


图2

【应用】

(2) 如图 2, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 M 、 N 在反比例函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 的图像上, 横坐标分别为 m 、

n . 设 $p = m + n, q = \frac{1}{m} + \frac{1}{n}$, 记 $l = \frac{1}{4}pq$.

①当 $m = 1, n = 2$ 时, $l =$ _____; 当 $m = 3, n = 3$ 时, $l =$ _____;

②通过归纳猜想, 可得 l 的最小值是 _____. 请利用图 2 构造恰当的图形, 并说明你的猜想成立.

27. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于 A 、 A' 两点, 若在 y 轴上存在点 T , 使得 $\angle ATA' = 90^\circ$, 且 $TA = TA'$,

则称 A 、 A' 两点互相关联, 把其中一个点叫做另一个点的关联点. 已知点 $M(-2, 0)$ 、 $N(-1, 0)$, 点 $Q(m, n)$

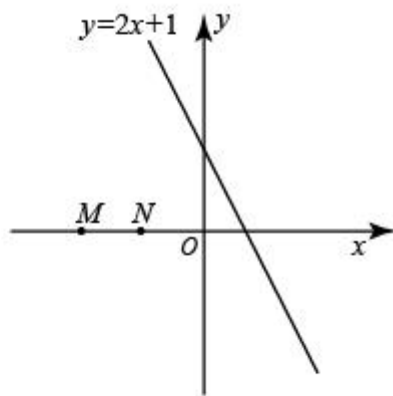
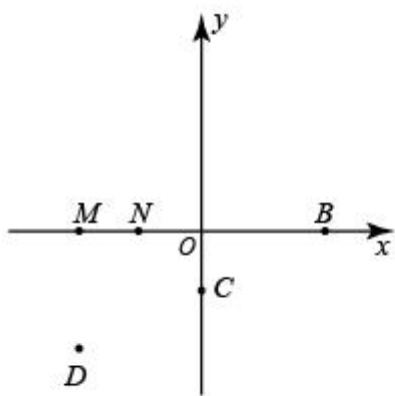
在一次函数 $y = -2x + 1$ 的图像上.

(1) ①如图, 在点 $B(2, 0)$ 、 $C(0, -1)$ 、 $D(-2, -2)$ 中, 点 M 的关联点是 _____ (填“ B ”、“ C ”或“ D ”);

②若在线段 MN 上存在点 $P(1, 1)$ 的关联点 P' , 则点 P' 的坐标是 _____;

(2) 若在线段 MN 上存在点 Q 的关联点 Q' , 求实数 m 的取值范围;

(3) 分别以点 $E(4, 2)$ 、 Q 为圆心, 1 为半径作 $\odot E$ 、 $\odot Q$. 若对 $\odot E$ 上的任意一点 G , 在 $\odot Q$ 上总存在点 G' , 使得 G 、 G' 两点互相关联, 请直接写出点 Q 的坐标.



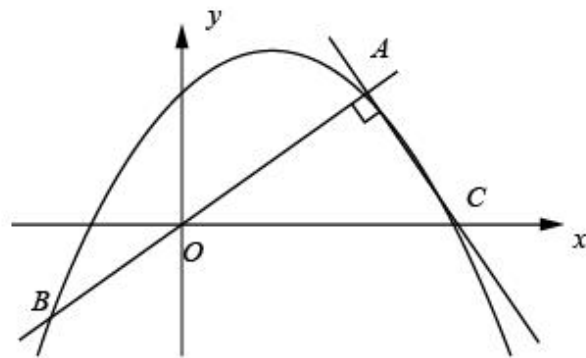
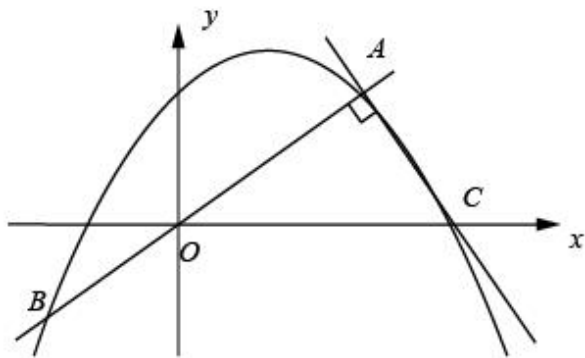
(备用图)

28. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 正比例函数 $y = kx (k \neq 0)$ 和二次函数 $y = -\frac{1}{4}x^2 + bx + 3$ 的图像都

经过点 $A(4, 3)$ 和点 B , 过点 A 作 OA 的垂线交 x 轴于点 C . D 是线段 AB 上一点 (点 D 与点 A 、 O 、 B 不重

合), E 是射线 AC 上一点, 且 $AE = OD$, 连接 DE , 过点 D 作 x 轴的垂线交抛物线于点 F , 以 DE 、 DF

为邻边作 $DEGF$.



(备用图)

(1) 填空: $k = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 设点 D 的横坐标是 $t(t > 0)$, 连接 EF . 若 $\angle FGE = \angle DFE$, 求 t 的值;

(3) 过点 F 作 AB 的垂线交线段 DE 于点 P . 若 $S_{\triangle DFP} = \frac{1}{3} S_{\square DEGF}$, 求 OD 的长.

