

2022 年广西北部湾经济区初中学业水平考试

数学

(考试时间: 120 分钟 满分: 120 分)

注意: 本试卷分试题卷和答题卡两部分, 答案一律填写在答题卡上, 在试题卷上作等无效; 不能使用计算器: 考试结束后, 将本试题卷和答题卡一并交回.

第 I 卷

一、选择题 (共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分. 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑,)

1. $-\frac{1}{3}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. 3 D. -3

2. 2022 北京冬残奥会的会徽是以汉字“飞”为灵感来设计的, 展现了运动员不断飞跃, 超越自我, 奋力拼搏, 激励世界的冬残奥精神. 下列的四个图中, 能由如图所示的会徽经过平移得到的是 ()

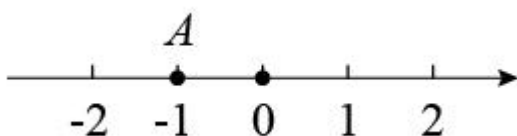


- A.  B.  C.  D. 

3. 空气是混合物, 为直观介绍空气各成分的百分比, 最适合用的统计图是 ()

- A. 折线图 B. 条形图 C. 直方图 D. 扇形图

4. 如图, 数轴上的点 A 表示的数是 -1, 则点 A 关于原点对称的点表示的数是 ()

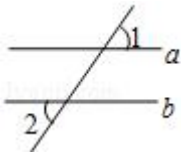


- A. -2 B. 0 C. 1 D. 2

5. 不等式 $2x - 4 < 10$ 的解集是 ()

- A. $x < 3$ B. $x < 7$ C. $x > 3$ D. $x > 7$

6. 如图, 已知 $a \parallel b$, $\angle 1 = 55^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是 ().

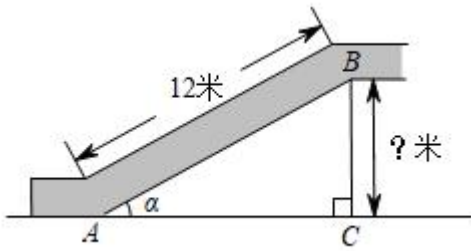


- A. 35° B. 45° C. 55° D. 125°

7. 下列事件是必然事件的是 ()

- A. 三角形内角和是 180° B. 端午节赛龙舟，红队获得冠军
C. 掷一枚均匀骰子，点数是 6 的一面朝上 D. 打开电视，正在播放神舟十四号载人飞船发射实况

8. 如图，某博物馆大厅电梯的截面图中， AB 的长为 12 米， AB 与 AC 的夹角为 α ，则高 BC 是 ()



- A. $12\sin \alpha$ 米 B. $12\cos \alpha$ 米 C. $\frac{12}{\sin \alpha}$ 米 D. $\frac{12}{\cos \alpha}$ 米

9. 下列运算正确的是 ()

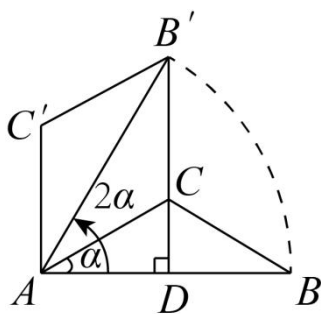
- A. $a + a^2 = a^3$ B. $a \cdot a^2 = a^2$ C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $(a^{-1})^{-3} = a^3$

10. 《千里江山图》是宋代王希孟的作品，如图，它的局部画面装裱前是一个长为 2.4 米，宽为 1.4 米的矩形，装裱后，整幅图画宽与长的比是 8: 13，且四周边衬的宽度相等，则边衬的宽度应是多少米? 设边衬的宽度为 x 米，根据题意可列方程 ()



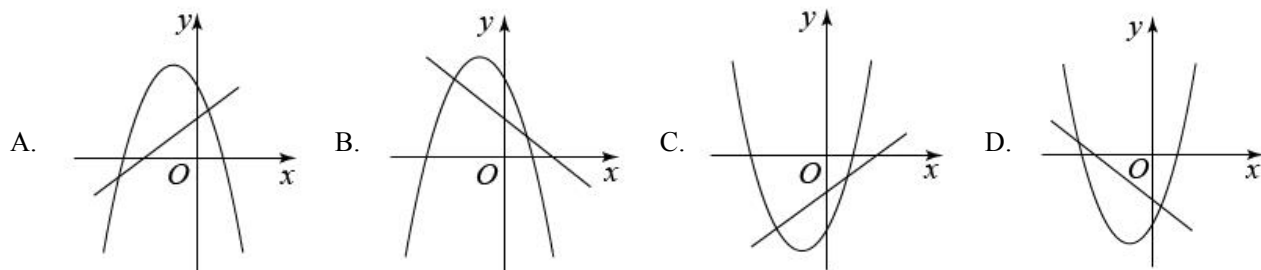
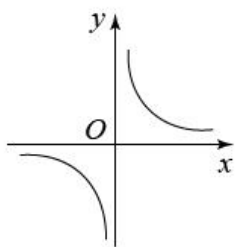
- A. $\frac{1.4-x}{2.4-x} = \frac{8}{13}$ B. $\frac{1.4+x}{2.4+x} = \frac{8}{13}$ C. $\frac{1.4-2x}{2.4-2x} = \frac{8}{13}$ D. $\frac{1.4+2x}{2.4+2x} = \frac{8}{13}$

11. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $CA = CB = 4$ ， $\angle BAC = \alpha$ ，将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转 2α ，得到 $\triangle AB'C'$ ，连接 $B'C$ 并延长交 AB 于点 D ，当 $B'D \perp AB$ 时， $\widehat{BB'}$ 的长是 ()



- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$ C. $\frac{8\sqrt{3}}{9}\pi$ D. $\frac{10\sqrt{3}}{9}\pi$

12. 已知反比例函数 $y = \frac{b}{x} (b \neq 0)$ 的图象如图所示, 则一次函数 $y = cx - a (c \neq 0)$ 和二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 在同一平面直角坐标系中的图象可能是 ()



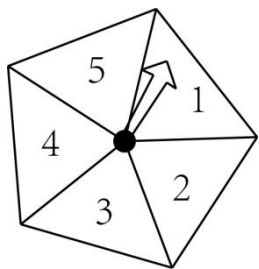
第Ⅱ卷

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 2 分, 共 12 分.)

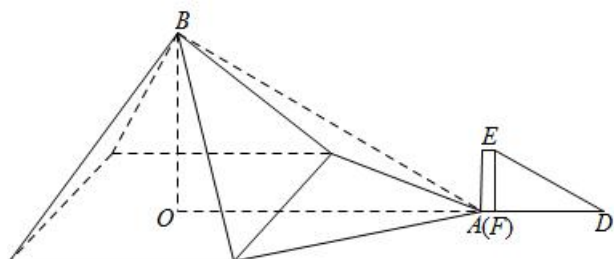
13. 化简: (1) $\sqrt{8} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 当 $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 分式 $\frac{2x}{x+2}$ 的值为零.

15. 如图, 一个质地均匀的正五边形转盘, 指针的位置固定, 当转盘自由转动停止后, 观察指针指向区域内的数 (若指针正好指向分界线, 则重新转一次), 这个数是一个奇数的概率是_____.

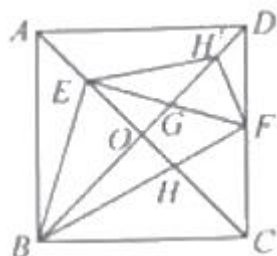


16. 古希腊数学家泰勒斯曾利用立杆测影的方法，在金字塔影子的顶部直立一根木杆，借助太阳光测金字塔的高度. 如图，木杆 EF 长 2 米，它的影长 FD 是 4 米，同一时刻测得 OA 是 268 米，则金字塔的高度 BO 是_____米.



17. 阅读材料：整体代值是数学中常用的方法. 例如“已知 $3a - b = 2$ ，求代数式 $6a - 2b - 1$ 的值.” 可以这样解： $6a - 2b - 1 = 2(3a - b) - 1 = 2 \times 2 - 1 = 3$. 根据阅读材料，解决问题：若 $x = 2$ 是关于 x 的一元一次方程 $ax + b = 3$ 的解，则代数式 $4a^2 + 4ab + b^2 + 4a + 2b - 1$ 的值是_____.

18. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， $AB = 4\sqrt{2}$ ，对角线 AC, BD 相交于点 O . 点 E 是对角线 AC 上一点，连接 BE ，过点 E 作 $EF \perp BE$ ，分别交 CD, BD 于点 F, G ，连接 BF ，交 AC 于点 H ，将 $\triangle EFH$ 沿 EF 翻折，点 H 的对应点 H' 恰好落在 BD 上，得到 $\triangle EFH'$ 若点 F 为 CD 的中点，则 $\triangle EGH'$ 的周长是_____.

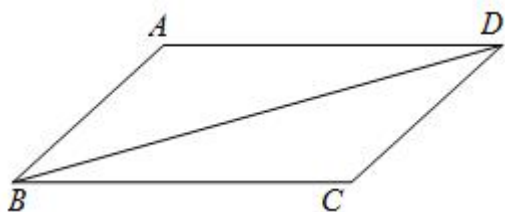


三、解答题（本大题共 8 小题，共 72 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

19. 计算： $(-1+2) \times 3 + 2^2 + (-4)$.

20. 先化简，再求值 $x(x+y)(x-y) + (xy^2 - 2xy) + x$ ，其中 $x = 1, y = \frac{1}{2}$.

21. 如图，在 $\square ABCD$ 中， BD 是它的一条对角线，



- (1) 求证: $\triangle ABD \cong \triangle CDB$;
- (2) 尺规作图: 作 BD 的垂直平分线 EF , 分别交 AD , BC 于点 E , F (不写作法, 保留作图痕迹);
- (3) 连接 BE , 若 $\angle DBE = 25^\circ$, 求 $\angle AEB$ 的度数.

22 综合与实践

【问题情境】数学活动课上, 老师带领同学们开展“利用树叶的特征对树木进行分类”的实践活动,

【实践发现】同学们随机收集芒果树、荔枝树的树叶各 10 片, 通过测量得到这些树叶的长 y (单位: cm), 宽 x (单位: cm) 的数据后, 分别计算长宽比, 整理数据如下:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
芒果树叶的长宽比	3.8	3.7	3.5	3.4	3.8	4.0	3.6	4.0	3.6	4.0
荔枝树叶的长宽比	2.0	2.0	2.0	2.4	1.8	1.9	1.8	2.0	1.3	1.9

【实践探究】分析数据如下:



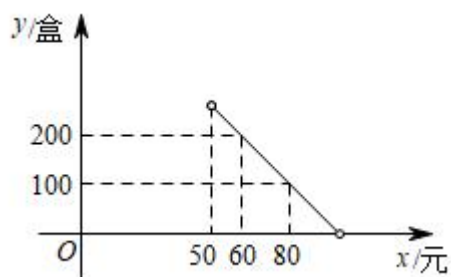
	平均数	中位数	众数	方差
芒果树叶的长宽比	3.74	m	4.0	0.0424
荔枝树叶的长宽比	1.91	2.0	n	0.0669

【问题解决】

- (1) 上述表格中, $m =$ _____, $n =$ _____;
- (2) ①A 同学说: “从树叶的长宽比的方差来看, 我认为芒果树叶的形状差别大.”
- ②B 同学说: “从树叶的长宽比的平均数、中位数和众数来看, 我发现荔枝树叶的长约为宽的两倍.”
- 上面两位同学的说法中, 合理的是_____ (填序号)

(3) 现有一片长11cm，宽5.6cm的树叶，请判断这片树叶更可能来自于芒果、荔枝中的哪种树?并给出你的理由.

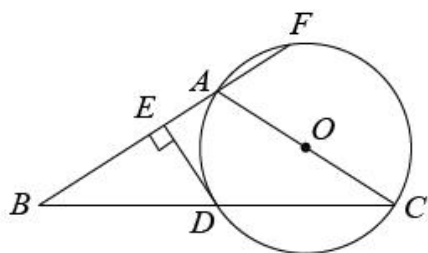
23. 打油茶是广西少数民族特有的一种民俗，某特产公司近期销售一种盒装油茶，每盒的成本价为50元，经市场调研发现，该种油茶的月销售量 y （盒）与销售单价 x （元）之间的函数图像如图所示.



(1) 求 y 与 x 的函数解析式，并写出自变量 x 的取值范围；

(2) 当销售单价定为多少元时，该种油茶的月销售利润最大?求出最大利润.

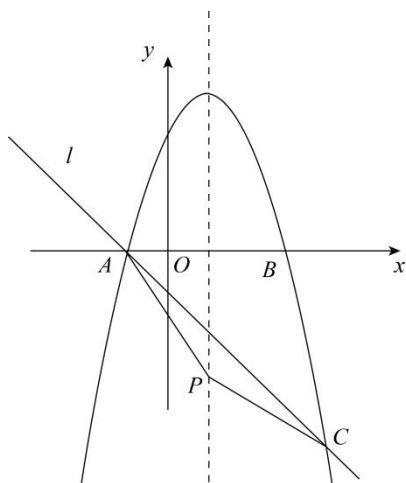
24. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ，以 AC 为直径作 $\odot O$ 交 BC 于点 D ，过点 D 作 $DE \perp AB$ ，垂足为 E ，延长 BA 交 $\odot O$ 于点 F .



(1) 求证： DE 是 $\odot O$ 的切线

(2) 若 $\frac{AE}{DE} = \frac{2}{3}$, $AF = 10$ ，求 $\odot O$ 的半径.

25. 已知抛物线 $y = -x^2 + 2x + 3$ 与 x 轴交于 A , B 两点（点 A 在点 B 的左侧）.

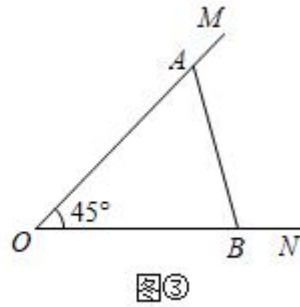
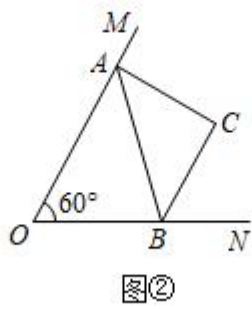
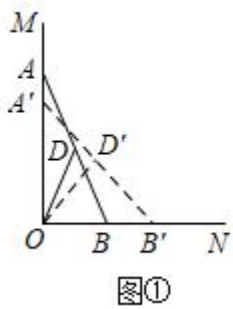


(1) 求点 A , 点 B 的坐标;

(2) 如图, 过点 A 的直线 $l: y = -x - 1$ 与抛物线的另一个交点为 C , 点 P 为抛物线对称轴上的一点, 连接 PA 、 PC , 设点 P 的纵坐标为 m , 当 $PA = PC$ 时, 求 m 的值;

(3) 将线段 AB 先向右平移 1 个单位长度, 再向上平移 5 个单位长度, 得到线段 MN , 若抛物线 $y = a(-x^2 + 2x + 3)(a \neq 0)$ 与线段 MN 只有一个交点, 请直接写出 a 的取值范围.

26. 已知 $\angle MON = \alpha$, 点 A, B 分别在射线 OM, ON 上运动, $AB = 6$.



(1) 如图①, 若 $\alpha = 90^\circ$, 取 AB 中点 D , 点 A, B 运动时, 点 D 也随之运动, 点 A, B, D 的对应点分别为 A', B', D' , 连接 OD, OD' . 判断 OD 与 OD' 有什么数量关系? 证明你的结论:

(2) 如图②, 若 $\alpha = 60^\circ$, 以 AB 为斜边在其右侧作等腰直角三角形 ABC , 求点 O 与点 C 的最大距离:

(3) 如图③, 若 $\alpha = 45^\circ$, 当点 A, B 运动到什么位置时, $\triangle AOB$ 的面积最大? 请说明理由, 并求出 $\triangle AOB$ 面积的最大值.

