

2021 年柳州市初中学业水平考试与高中阶段学校招生考试

数学

(考试时间: 120 分钟 满分: 120 分)

第 I 卷

一、选择题 (共 12 小题, 每小题 3 分, 共 36 分. 在每小题给出的四个选项中只有一项是符合要求的)

1. 在实数 3, $\frac{1}{2}$, 0, -2 中, 最大的数为 ()

- A. 3 B. $\frac{1}{2}$ C. 0 D. -2

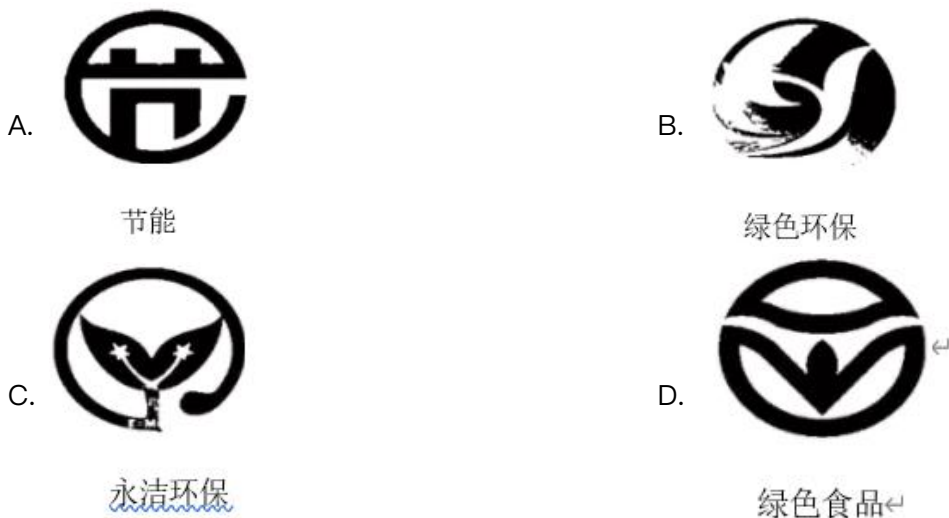
2. 如下摆放的几何体中, 主视图为圆的是 ()



3. 柳州市大力发展新能源汽车业, 仅今年二月宏光 *MINIEV* 销量就达 17000 辆, 用科学记数法将数据 17000 表示为 ()

- A. 0.17×10^5 B. 17×10^3 C. 1.7×10^4 D. 1.7×10^5

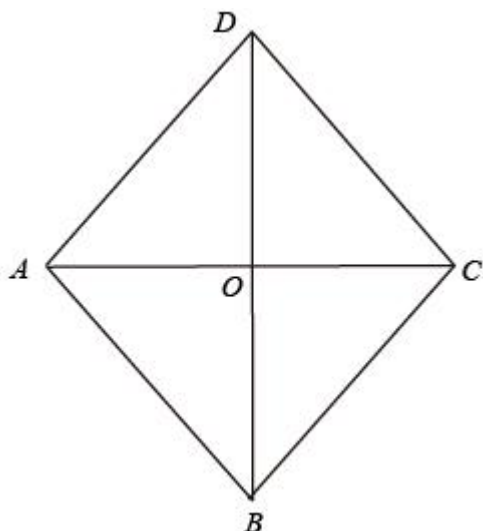
4. 以下四个标志, 每个标志都有图案和文字说明, 其中的图案是轴对称图形是 ()



5. 以下调查中, 最适合用来全面调查的是 ()

- A. 调查柳江流域水质情况 B. 了解全国中学生的心理健康状况
- C. 了解全班学生的身高情况 D. 调查春节联欢晚会收视率

6. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 $AC = 8, BD = 10$ ，则 $\triangle AOD$ 的面积为 ()



- A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

7. 如图，有 4 张形状大小质地均相同的卡片，正面印有速度滑冰、冰球、单板滑雪、冰壶四种不同的图案，背面完全相同，现将这 4 张卡片洗匀后正面向下放在桌子上，从中随机抽取一张，抽出的卡片正面恰好是冰壶项目图案的概率是 ()



- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{4}$

8. 下列计算正确的是 ()

- A. $\sqrt{3} + \sqrt{7} = \sqrt{10}$ B. $3 + \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$ C. $\sqrt{3} \times \sqrt{7} = \sqrt{21}$ D. $2\sqrt{7} - 2 = \sqrt{7}$

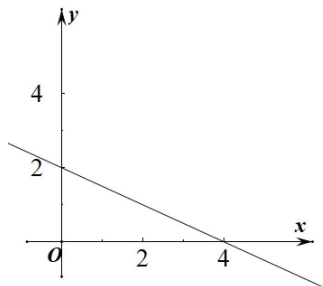
9. 某校九年级进行了 3 次数学模拟考试，甲、乙、丙三名同学的平均分为及方差 S^2 如右表所示，那么这三名同学数学成绩最稳定的是 ()

	甲	乙	丙
$\bar{x}$	91	91	91

S^2	6	24	54
-------	---	----	----

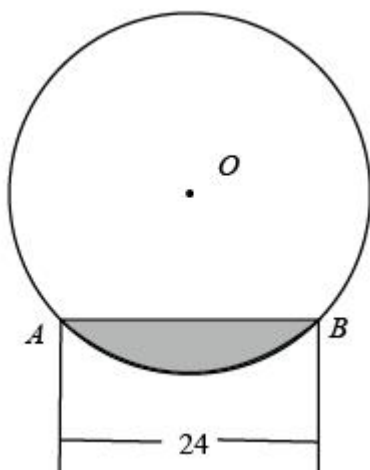
- A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 无法确定

10. 若一次函数 $y = kx + b$ 的图像如图所示，则下列说法正确的是（ ）



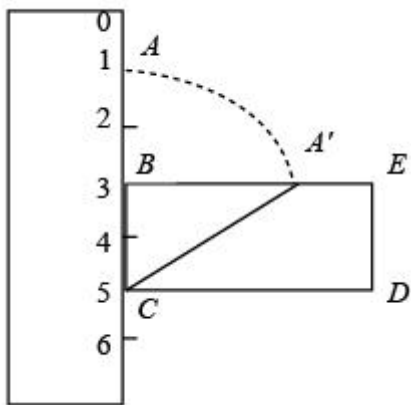
- A. $k > 0$ B. $b = 2$ C. y 随 x 的增大而增大 D. $x = 3$ 时， $y = 0$

11. 往水平放置的半径为13cm的圆柱形容器内装入一些水以后，截面图如图所示，若水面宽度 $AB = 24\text{cm}$ ，则水的最大深度为（ ）



- A. 5cm B. 8cm C. 10cm D. 12cm

12. 如图所示，点 A ， B ， C 对应的刻度分别为 1，3，5，将线段 CA 绕点 C 按顺时针方向旋转，当点 A 首次落在矩形 $BCDE$ 的边 BE 上时，记为点 A' ，则此时线段 CA 扫过的图形的面积为（ ）

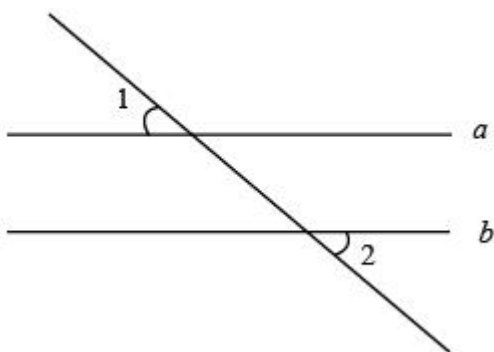


- A. $4\sqrt{3}$ B. 6 C. $\frac{4}{3}\pi$ D. $\frac{8}{3}\pi$

第Ⅱ卷

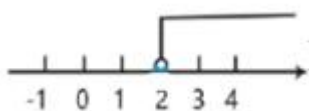
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.)

13. 如图, 直线 $a \parallel b$, $\angle 1 = 60^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数是_____°.



14. 因式分 $x^2 - 1 =$ _____.

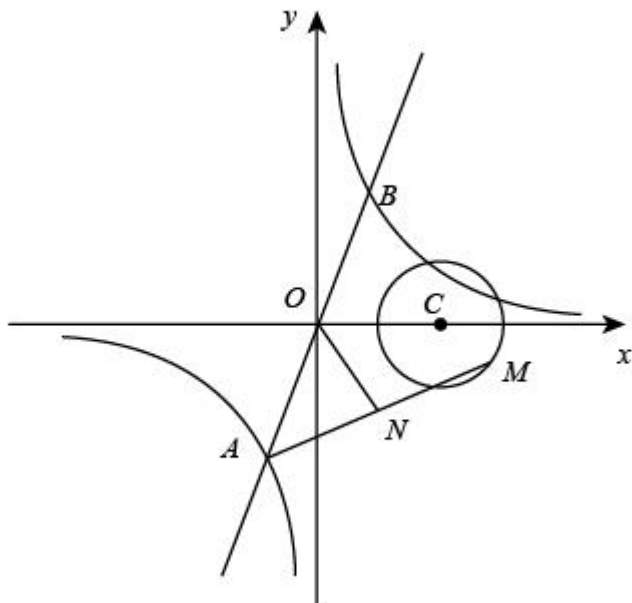
15. 如图, 在数轴上表示 x 的取值范围是_____.



16. 若长度分别为 3, 4, a 的三条线段能组成一个三角形, 则整数 a 的值可以是_____. (写出一个即可)

17. 在 x 轴, y 轴上分别截取 $OA = OB$, 再分别以点 A , B 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AB$ 长为半径画弧, 两弧交于点 P , 若点 P 的坐标为 $(a, 2)$, 则 a 的值是_____.

18. 如图，一次函数 $y = 2x$ 与反比例数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图像交于 A, B 两点，点 M 在以 $C(2, 0)$ 为圆心，半径为 1 的 $\odot C$ 上， N 是 AM 的中点，已知 ON 长的最大值为 $\frac{3}{2}$ ，则 k 的值是_____.

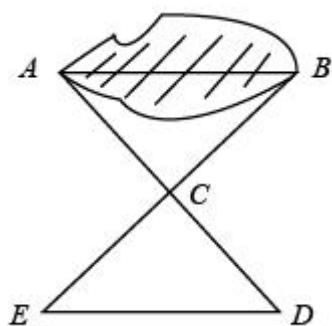


三、解答题（本大题共 8 小题，共 66 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。）

19. 计算： $|-3| - \sqrt{9} + 1$

20. 解分式方程： $\frac{1}{x} = \frac{2}{x+3}$

21. 如图，有一池塘，要测池塘两端 A, B 的距离，可先在平地上取一个点 C ，从点 C 不经过池塘可以直接到达点 A 和 B ，连接 AC 并延长到点 D ，使 $CD = CA$ ，连接 BC 并延长到点 E ，使 $CE = CB$ ，连接 DE ，那么量出 DE 的长就是 A, B 的距离，为什么？请结合解题过程，完成本题的证明.



证明：在 $\triangle DEC$ 和 $\triangle ABC$ 中，

$$\begin{cases} CD = \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} \\ CE = \underline{\hspace{2cm}} \end{cases}$$

$$\therefore \triangle DEC \cong \triangle ABC (SAS)$$

$$\therefore \underline{\hspace{2cm}}$$

22. 如今，柳州螺蛳粉已经成为名副其实的“国民小吃”，螺蛳粉小镇对 A 、 B 两种品牌的螺蛳粉举行展销活动. 若购买 20 箱 A 品牌螺蛳粉和 30 箱 B 品牌螺蛳粉共需要 4400 元，购买 10 箱 A 品牌螺蛳粉和 40 箱 B 品牌螺蛳粉则需要 4200 元.

- (1) 求 A 、 B 品牌螺蛳粉每箱售价各为多少元？
- (2) 小李计划购买 A 、 B 品牌螺蛳粉共 100 箱，预算总费用不超过 9200 元，则 A 品牌螺蛳粉最多购买多少箱？

23. 为迎接中国共产党建党 100 周年，某校开展了以“不忘初心，缅怀先烈”为主题的读书活动，学校政教处对本校七年级学生五月份“阅读该主题相关书籍的读书量”（下面简称“读书量”）进行了随机抽样调查，并对所有随机抽取学生的“读书量”（单位：本）进行了统计，如下图所示.

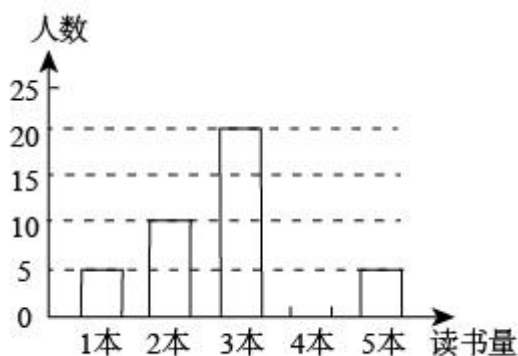


图 1

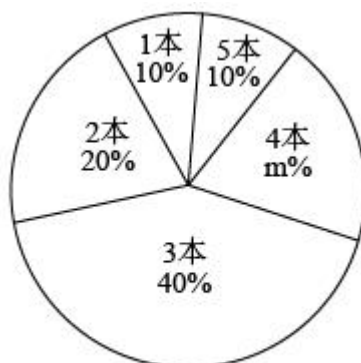
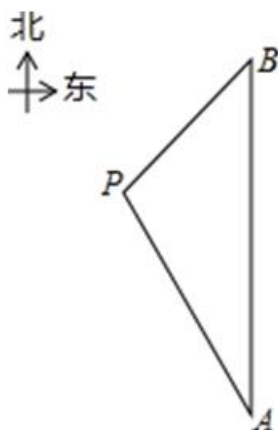


图 2

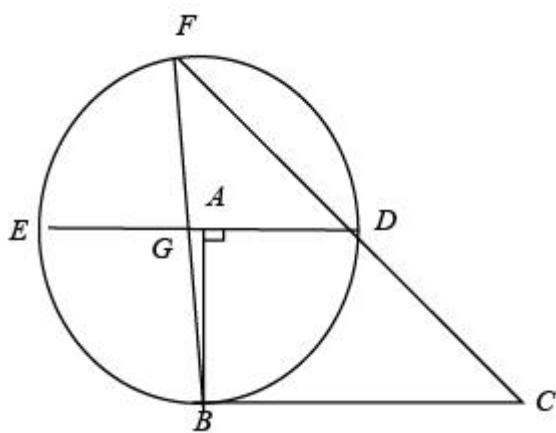
- (1) 补全下面图 1 的统计图；
- (2) 本次所抽取学生五月份“读书量”的众数为_____；
- (3) 已知该校七年级有 1200 名学生，请你估计该校七年级学生中，五月份“读书量”不少于 4 本的学生人数.

24. 在一次海上救援中，两艘专业救助船 A 、 B 同时收到某事故渔船的求救讯息，已知此时救助船 B 在 A 的正北方向，事故渔船 P 在救助船 A 的北偏西 30° 方向上，在救助船 B 的西南方向上，且事故渔船 P 与救助船 A 相距 120 海里.

- (1) 求收到求救讯息时事故渔船 P 与救助船 B 之间的距离；
- (2) 若救助船 A , B 分别以 40 海里/小时、30 海里/小时的速度同时出发，匀速直线前往事故渔船 P 处搜救，试通过计算判断哪艘船先到达.



25. 如图，四边形 $ABCD$ 中， $AD \parallel BC$, $AD \perp AB$, $AD = AB = 1$, $DC = \sqrt{5}$ ，以 A 为圆心， AD 为半径作圆，延长 CD 交 $\odot A$ 于点 F ，延长 DA 交 $\odot A$ 于点 E ，连结 BF ，交 DE 于点 G .



- (1) 求证: BC 为 $\odot A$ 的切线;
- (2) 求 $\cos \angle EDF$ 的值;
- (3) 求线段 BG 的长.
26. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知抛物线: $y = ax^2 + bx + c$ 交 x 轴于 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 $C\left(0, -\frac{3}{2}\right)$.

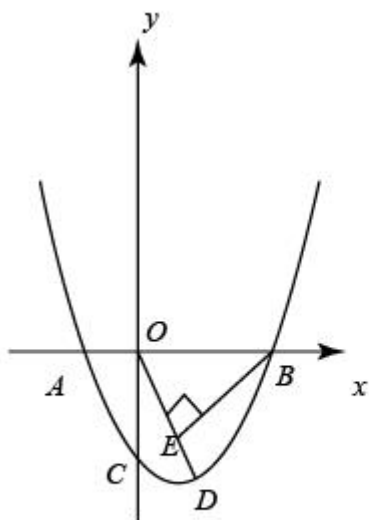


图1

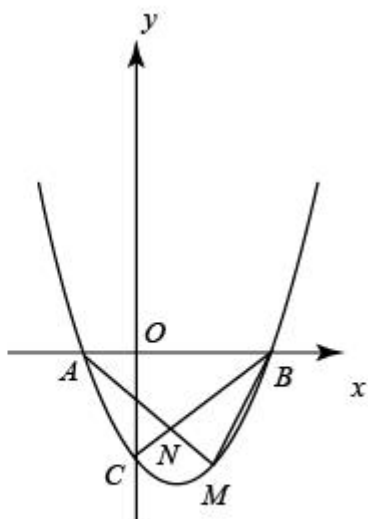


图2

- (1) 求抛物线的函数解析式；
- (2) 如图 1，点 D 为第四象限抛物线上一点，连接 OD ，过点 B 作 $BE \perp OD$ ，垂足为 E ，若 $BE = 2OE$ ，求点 D 的坐标；
- (3) 如图 2，点 M 为第四象限抛物线上一动点，连接 AM ，交 BC 于点 N ，连接 BM ，记 $\triangle BMN$ 的面积为 S_1 ， $\triangle ABN$ 的面程为 S_2 ，求 $\frac{S_1}{S_2}$ 的最大值.

