

2025 年广州市初中毕业生学业考试

数学

满分 120 分，用时 120 分钟.

一、单选题（每小题 3 分，满分 30 分.）

1. 下列四个选项中，负无理数的是（ ）

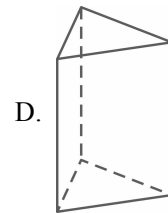
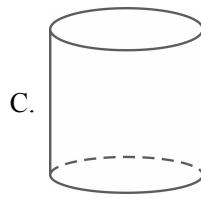
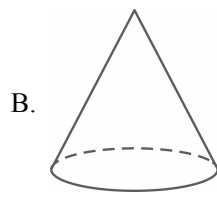
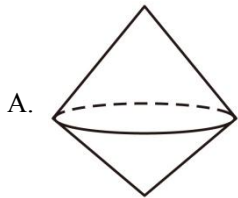
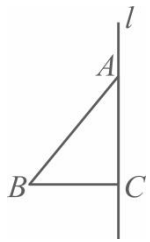
A. $-\sqrt{2}$

B. -1

C. 0

D. 3

2. 如图，将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕直角边 AC 所在直线旋转一周，可以得到的立体图形是（ ）



3. 下列运算正确的是（ ）

A. $a^2 \cdot a^3 = a^{15}$

B. $(-2ab)^3 = 8a^3b^3$

C. $\sqrt{a} - \sqrt{b} = \sqrt{a-b} (a \geq b \geq 0)$

D. $2\sqrt{a} + 5\sqrt{a} = 7\sqrt{a} (a \geq 0)$

4. 关于 x 的方程 $x^2 - x + k^2 + 2 = 0$ 根的情况为（ ）

A. 有两个相等的实数根

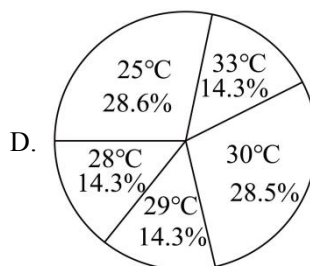
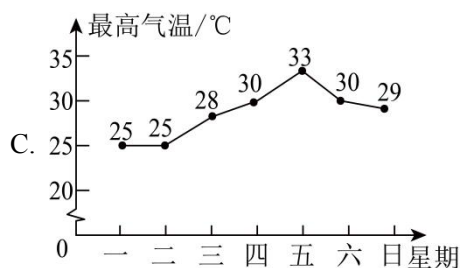
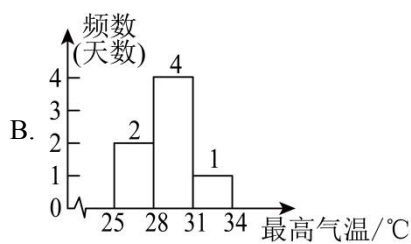
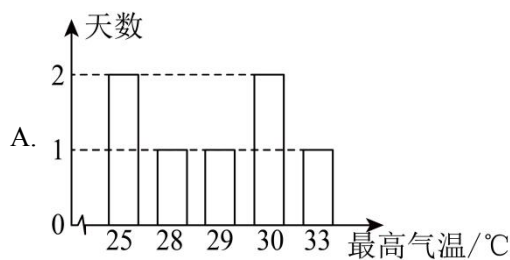
B. 有两个不相等的实数根

C. 无实数根

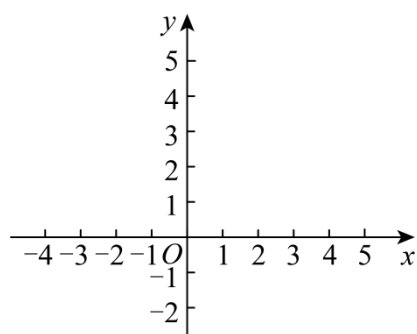
D. 只有一个实数根

5. 某地一周的每天最高气温如下表，利用这些数据绘制了下列四个统计图，最适合描述气温变化趋势的是（ ）

星期	一	二	三	四	五	六	日
最高气温 / $^{\circ}\text{C}$	25	25	28	30	33	30	29

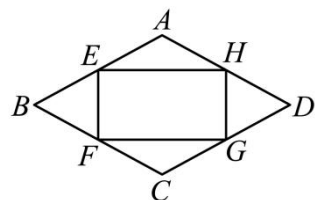


6. 如图，在平面直角坐标系中，点 $A(-3,1)$ ，点 $B(-1,1)$ ，若将直线 $y=x$ 向上平移 d 个单位长度后与线段 AB 有交点，则 d 的取值范围是 ()



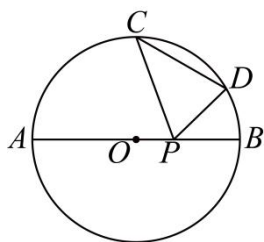
- A. $-3 \leq d \leq -1$ B. $1 \leq d \leq 3$ C. $-4 \leq d \leq -2$ D. $2 \leq d \leq 4$
7. 若 $|k| = -k (k \neq 0)$ ，反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在 ()
- A. 第一、二象限 B. 第一、三象限 C. 第二、四象限 D. 第三、四象限

8. 如图，菱形 $ABCD$ 的面积为 10，点 E, F, G, H 分别为 AB, BC, CD, DA 的中点，则四边形 $EFGH$ 的面积为 ()



- A. $\frac{5}{2}$ B. 5 C. 4 D. 8

9. 如图， $\odot O$ 的直径 $AB = 4$ ， C 为 $\widehat{AB}$ 中点，点 D 在弧 BC 上， $\widehat{BD} = \frac{1}{3}\widehat{BC}$ ，点 P 是 AB 上的一个动点，则 $\triangle PCD$ 周长的最小值是 ()



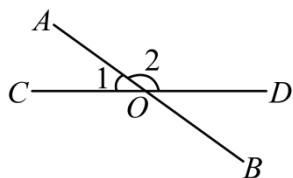
- A. $2 + \sqrt{7}$ B. $2 + 2\sqrt{3}$ C. $3 + \sqrt{7}$ D. $4 + 4\sqrt{3}$

10. 在平面直角坐标系中，两点 $A(x_1, y_1)$ ， $B(x_2, y_2)$ 在抛物线 $y = ax^2 - 2ax (a > 0)$ ，则下列结论中正确的是 ()

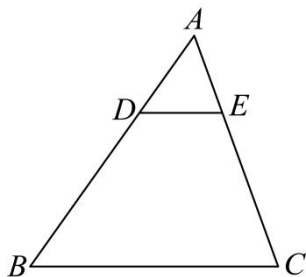
- A. 当 $x_1 < 0$ 且 $y_1 \cdot y_2 < 0$ 时，则 $0 < x_2 < 2$ B. 当 $x_1 < x_2 < 1$ 时，则 $y_1 < y_2$
C. 当 $x_1 < 0$ 且 $y_1 \cdot y_2 > 0$ 时，则 $0 < x_2 < 2$ D. 当 $x_1 > x_2 > 1$ 时，则 $y_1 < y_2$

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分.)

11. 如图，直线 AB ， CD 相交于点 O 。若 $\angle 1 = 36^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的度数为 _____ $^\circ$ 。

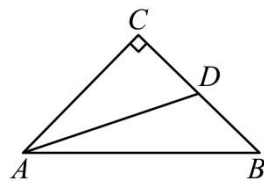


12. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，点 D ， E 分别在 AB ， AC 上， $DE \parallel BC$ ，若 $\frac{DE}{BC} = \frac{1}{3}$ ，则 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} =$ _____。



13. 要使代数式 $\frac{\sqrt{x+1}}{x-3}$ 有意义，则 x 的取值范围是 _____。

14. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， AD 平分 $\angle CAB$ ，已知 $\cos \angle CAD = \frac{12}{13}$ ， $AB = 26$ ，则点 B 到 AD 的距离为 _____。



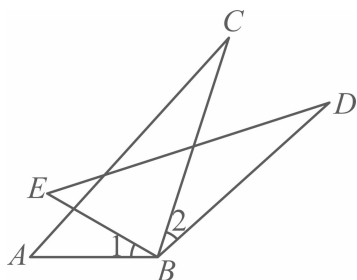
15. 若抛物线 $y = x^2 - 6mx + 6m^2 + 5m + 3$ 的顶点在直线 $y = x + 2$ 上, 则 m 的值为_____.

16. 已知 $\odot O$ 的半径为 6, $\odot O$ 所在平面内有一动点 P , 过点 P 可以引 $\odot O$ 的两条切线 PA , PB , 切点分别为 A , B . 点 P 与圆心 O 的距离为 d , 则 d 的取值范围是_____; 若过点 O 作 $OC \parallel PA$ 交直线 PB 于点 C (点 C 不与点 B 重合), 线段 OC 与 $\odot O$ 交于点 D . 设 $PA = x$, $CD = y$, 则 y 关于 x 的函数解析式为_____.

三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 72 分, 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. 解不等式组 $\begin{cases} 2x \geq 1 \\ 4x - 3 < x + 9 \end{cases}$, 并在数轴上表示解集.

18. 如图, $BA = BE$, $\angle 1 = \angle 2$, $BC = BD$. 求证: $\triangle ABC \cong \triangle EBD$.



19. 求代数式 $\frac{2m^2 + 4m}{m - 2} \cdot \frac{m^2 - 4m + 4}{m}$ 的值, 其中 $m = \sqrt{3} - 1$.

20. 为了弘扬中华优秀传统文化, 某校开展主题为“多彩非遗, 国韵传扬”的演讲比赛. 评委从演讲的内容、能力、效果三个方面为选手打分, 各项成绩均按百分制计. 进入决赛的前两名选手需要确定名次 (不能并列), 他们的单项成绩如下表所示:

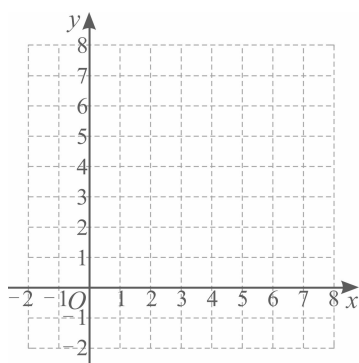
选手	内容	能力	效果
甲	98	84	88
乙	88	85	97

(1) 分别计算甲、乙两名选手的平均成绩 (百分制), 能否以此确定两人的名次?

(2) 如果评委认为“内容”这一项最重要, 内容、能力、效果的成绩按照 4:3:3 的比确定, 以此计算两名选手的平均成绩 (百分制), 并确定两人的名次;

(3) 如果你是评委, 请按你认为各项的“重要程度”设计三项成绩的比, 并解释设计的理由.

21. 如图, 曲线 $G: y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 过点 $P(4, t)$.



(1) 求 t 的值;

(2) 直线 $l: y = -x + b$ 也经过点 P , 求 l 与 y 轴交点的坐标, 并在图中画出直线 l ;

(3) 在 (2) 的条件下, 若在 l 与两坐标轴围成的三角形内部 (不包含边界) 随机取一个格点 (横、纵坐标都是整数的点), 求该格点在曲线 G 上的概率.

22. 智能机器人广泛应用于智慧农业. 为了降低成本和提高采摘效率, 某果园引进一台智能采摘机器人进行某种水果采摘.

(1) 若用人工采摘的成本为 a 元, 相比人工采摘, 用智能机器人采摘的成本可降低 30%. 求用智能机器人采摘的成本是多少元; (用含 a 的代数式表示)

(2) 若要采摘 4000 千克该种水果, 用这台智能采摘机器人采摘比 4 个工人同时采摘所需的天数还少 1 天, 已知这台智能采摘机器人采摘的效率是一个工人的 5 倍, 求这台智能采摘机器人每天可采摘该种水果多少千克.

23. 宽与长的比是 $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ (约为 0.618) 的矩形叫做黄金矩形. 现有一张黄金矩形纸片 $ABCD$, 长

$AD = \sqrt{5} + 1$. 如图 1, 折叠纸片 $ABCD$, 点 B 落在 AD 上的点 E 处, 折痕为 AF , 连接 EF , 然后将纸片展开.

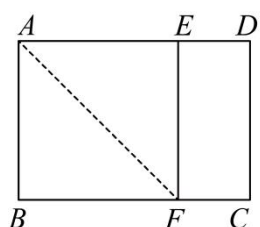


图1

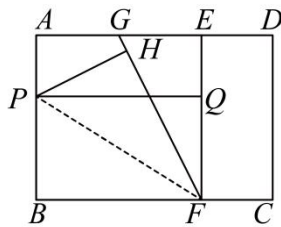


图2

(1) 求 AB 的长;

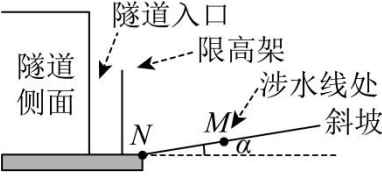
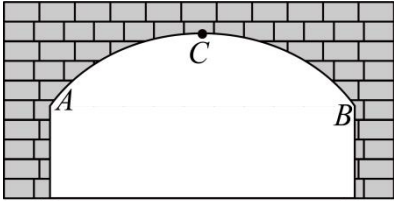
(2) 求证: 四边形 $CDEF$ 是黄金矩形;

(3) 如图 2, 点 G 为 AE 的中点, 连接 FG , 折叠纸片 $ABCD$, 点 B 落在 FG 上的点 H 处, 折痕为 FP , 过点 P 作 $PQ \perp EF$ 于点 Q . 四边形 $BFQP$ 是否为黄金矩形? 如果是, 请证明; 如果不是, 请说明理由.

24. 某玩转数学小组发现隧道前通常设有涉水线和限高架等安全警示，为探究其内在的数学原理，该小组考察了如图 1 所示的双向通行隧道。以下为该小组研究报告的部分记录，请认真阅读，解决问题.



图1

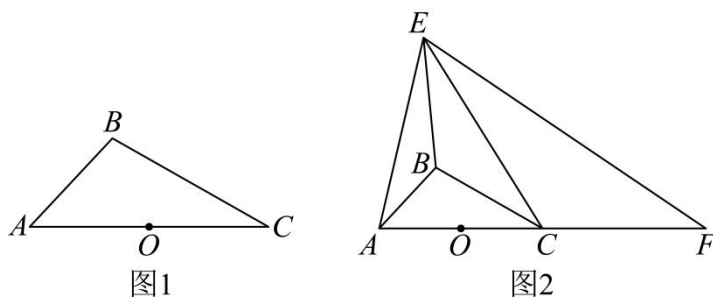
发 现 问 题 确 定 目 标	涉水线设置	限高架设置
数 学 抽 象 绘 制 图 形	 图2 隧道及斜坡的侧面示意图，可近似如图 2 所示.	 图3 图 3 为隧道横截面示意图,由抛物线的一部分 ACB 和矩形 $ADEB$ 的三边构成.
信 息 收 集 资 料	当隧道内积水的水深为 0.27 米时, (即积水达到涉水线处), 车辆应避免通行.	车辆进入隧道, 应在行驶车道内通行 (禁止压线), 且必须保证车辆顶部与隧道顶部 ACB 在竖直方向的空隙不小于 0.3 米.

整 理		
实 地 考 察 数 据 采 集	斜坡的坡角 α 为 10° ，并查得： $\sin 10^\circ \approx 0.174$ ， $\cos 10^\circ \approx 0.985$ ， $\tan 10^\circ \approx 0.176$ 。	隧道的最高点 C 到地面 DE 距离为 5.4 米， 两侧墙面高 $AD = BE = 3$ 米，地面跨度 $DE = 10$ 米。车辆行驶方向的右侧车道线 （宽度忽略不计）与墙面的距离为 1 米。

问题解决：

- (1) 如图 2，求涉水线离坡底的距离 MN （精确到 0.01 米）；
- (2) 在图 3 中建立适当的平面直角坐标系，求抛物线 ACB 的解析式；
- (3) 限高架上有警示语“车辆限高 h 米”（即最大安全限高），求 h 的值（精确到 0.1 米）。

25. 如图 1， $AC = 4$ ， O 为 AC 中点，点 B 在 AC 上方，连接 AB ， BC 。



(1) 尺规作图：作点 B 关于点 O 的对称点 D （保留作图痕迹，不写作法），连接 AD ， DC ，并证明：四边形 $ABCD$ 为平行四边形；

(2) 如图 2，延长 AC 至点 F ，使得 $CF = AC$ ，当点 B 在直线 AC 的上方运动，直线 AC 的上方有异于点 B 的动点 E ，连接 EA ， EB ， EC ， EF ，若 $\angle AEC = 45^\circ$ ，且 $\triangle ABC \sim \triangle FCE$ 。

①求证： $\triangle ABC \sim \triangle CBE$ ；

② CB 的长是否存在最大值？若存在，求出该最大值；若不存在，请说明理由。