

2023 年广州市初中学业水平考试

数学

本试卷共 7 页，25 小题，满分 120 分。考试用时 120 分钟。

注意事项：

1. 答题前，考生务必在答题卡第 1 面、第 3 面、第 5 面上用黑色字迹的钢笔或签字笔填写自己的考生号、姓名；将自己的条形码粘贴在答题卡的“条形码粘贴处”。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答案不能答在试卷上。
3. 非选择题答案必须用黑色字迹的钢笔或签字笔写在答题卡各题目指定区域内的相应位置上，涉及作图的题目，用 2B 铅笔画图；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案，改动后的答案也不能超出指定的区域；不准使用铅笔（作图除外）、涂改液和修正带。不按以上要求作答的答案无效。
4. 考生必须保持答题卡的整洁，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

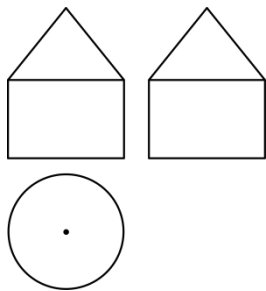
第一部分 选择题（共 30 分）

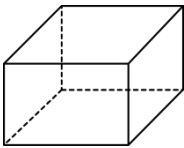
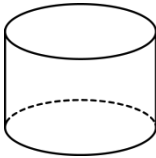
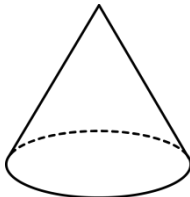
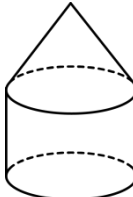
一、选择题（本大题共 10 小题，每小题 3 分，满分 30 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。）

1. $-(-2023) =$ ()

- A. -2023 B. 2023 C. $-\frac{1}{2023}$ D. $\frac{1}{2023}$

2. 一个几何体的三视图如图所示，则它表示的几何体可能是 ()



- A.  B.  C.  D. 

3. 学校举行“书香校园”读书活动，某小组的五位同学在这次活动中读书的本数分别为 10, 11, 9, 10,

12. 下列关于这组数据描述正确的是 ()

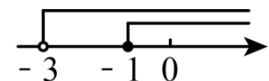
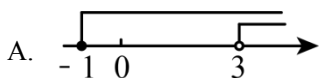
- A. 众数为 10 B. 平均数为 10 C. 方差为 2 D. 中位数为 9

4. 下列运算正确的是 ()

- A. $(a^2)^3 = a^5$ B. $a^8 \div a^2 = a^4$ ($a \neq 0$) C. $a^3 \cdot a^5 = a^8$ D.

$$(2a)^{-1} = \frac{2}{a} \quad (a \neq 0)$$

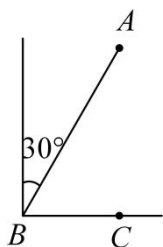
5. 不等式组 $\begin{cases} 2x \geq x-1, \\ \frac{x+1}{2} > \frac{2x}{3} \end{cases}$ 的解集在数轴上表示为 ()



6. 已知正比例函数 $y_1 = ax$ 的图象经过点 $(1, -1)$, 反比例函数 $y_2 = \frac{b}{x}$ 的图象位于第一、第三象限, 则一次函数 $y = ax + b$ 的图象一定不经过 ()

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

7. 如图, 海中有一小岛 A , 在 B 点测得小岛 A 在北偏东 30° 方向上, 渔船从 B 点出发由西向东航行 10 n mile 到达 C 点, 在 C 点测得小岛 A 恰好在正北方向上, 此时渔船与小岛 A 的距离为 () n mile



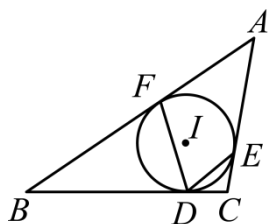
- A. $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{20\sqrt{3}}{3}$ C. 20 D. $10\sqrt{3}$

8. 随着城际交通的快速发展, 某次动车平均提速 60 km/h , 动车提速后行驶 480 km 与提速前行驶 360 km 所用的时间相同. 设动车提速后的平均速度为 $x \text{ km/h}$, 则下列方程正确的是 ()

- A. $\frac{360}{x} = \frac{480}{x+60}$ B. $\frac{360}{x-60} = \frac{480}{x}$ C. $\frac{360}{x} = \frac{480}{x-60}$ D. $\frac{360}{x+60} = \frac{480}{x}$

9. 如图, $\triangle ABC$ 的内切圆 $\odot I$ 与 BC , CA , AB 分别相切于点 D , E , F , 若 $\odot I$ 的半径为 r , $\angle A = \alpha$,

则 $(BF + CE - BC)$ 的值和 $\angle FDE$ 的大小分别为 ()



- A. $2r, 90^\circ - \alpha$ B. $0, 90^\circ - \alpha$ C. $2r, 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ D. $0, 90^\circ - \frac{\alpha}{2}$

10. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (2k - 2)x + k^2 - 1 = 0$ 有两个实数根, 则 $\sqrt{(k-1)^2} - (\sqrt{2-k})^2$ 的化简结果是 ()

- A. -1 B. 1 C. $-1 - 2k$ D. $2k - 3$

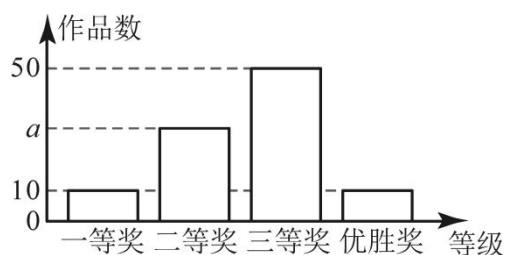
第二部分 非选择题 (共 90 分)

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 满分 18 分.)

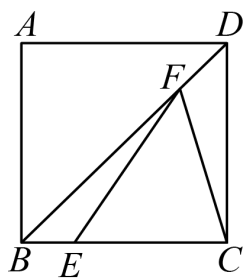
11. 近年来, 城市电动自行车安全充电需求不断攀升. 截至 2023 年 5 月底, 某市已建成安全充电端口逾 280000 个, 将 280000 用科学记数法表示为_____.

12. 已知点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在抛物线 $y = x^2 - 3$ 上, 且 $0 < x_1 < x_2$, 则 y_1 _____ y_2 . (填 “ $<$ ” 或 “ $>$ ” 或 “ $=$ ”)

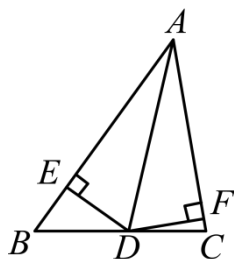
13. 2023 年 5 月 30 日是第 7 个全国科技工作者日, 某中学举行了科普知识手抄报评比活动, 共有 100 件作品获得一、二、三等奖和优胜奖, 根据获奖结果绘制如图所示的条形图, 则 a 的值为_____. 若将获奖作品按四个等级所占比例绘制成扇形统计图, 则 “一等奖” 对应扇形的圆心角度数为_____.



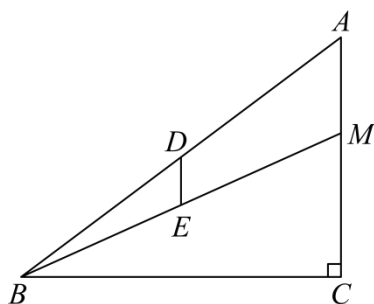
14. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 4, 点 E 在边 BC 上, 且 $BE = 1$, F 为对角线 BD 上一动点, 连接 CF , EF , 则 $CF + EF$ 的最小值为_____.



15. 如图, 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, DE , DF 分别是 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的高, $AE = 12$, $DF = 5$, 则点 E 到直线 AD 的距离为_____.



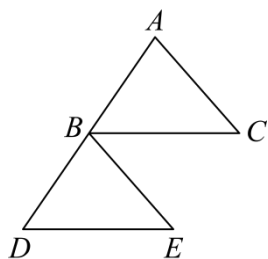
16. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 10$, $AC = 6$, 点 M 是边 AC 上一动点, 点 D , E 分别是 AB , MB 的中点, 当 $AM = 2.4$ 时, DE 的长是_____. 若点 N 在边 BC 上, 且 $CN = AM$, 点 F , G 分别是 MN , AN 的中点, 当 $AM > 2.4$ 时, 四边形 $DEFG$ 面积 S 的取值范围是_____.



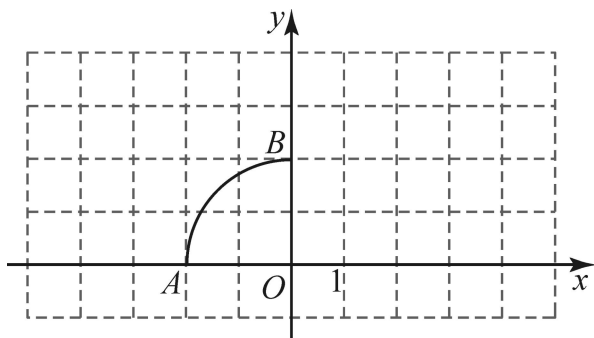
三、解答题 (本大题共 9 小题, 满分 72 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. 解方程: $x^2 - 6x + 5 = 0$.

18. 如图, B 是 AD 的中点, $BC \parallel DE$, $BC = DE$. 求证: $\angle C = \angle E$.



19. 如图, 在平面直角坐标系 v 中, 点 $A(-2, 0)$, $B(0, 2)$, $\widehat{AB}$ 所在圆的圆心为 O . 将 $\widehat{AB}$ 向右平移 5 个单位, 得到 $\widehat{CD}$ (点 A 平移后的对应点为 C).



(1) 点 D 的坐标是_____， $\widehat{CD}$ 所在圆的圆心坐标是_____；

(2) 在图中画出 $\widehat{CD}$ ，并连接 AC ， BD ；

(3) 求由 $\widehat{AB}$ ， BD ， DC ， CA 首尾依次相接所围成的封闭图形的周长. (结果保留 π)

20. 已知 $a > 3$ ，代数式： $A = 2a^2 - 8$ ， $B = 3a^2 + 6a$ ， $C = a^3 - 4a^2 + 4a$.

(1) 因式分解 A ；

(2) 在 A ， B ， C 中任选两个代数式，分别作为分子、分母，组成一个分式，并化简该分式.

21. 甲、乙两位同学相约打乒乓球.

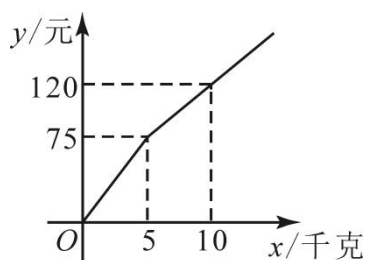
(1) 有款式完全相同的 4 个乒乓球拍 (分别记为 A ， B ， C ， D)，若甲先从中随机选取 1 个，乙再从余下的球拍中随机选取 1 个，求乙选中球拍 C 的概率；

(2) 双方约定：两人各投掷一枚质地均匀的硬币，如果两枚硬币全部正面向上或全部反面向上，那么甲先发球，否则乙先发球. 这个约定是否公平？为什么？

22. 因活动需要购买某种水果，数学活动小组的同学通过市场调查得知：在甲商店购买该水果的费用 y_1 (元)

与该水果的质量 x (千克) 之间的关系如图所示；在乙商店购买该水果的费用 y_2 (元) 与该水果的质量 x

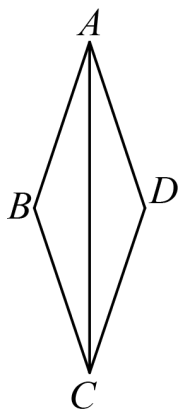
(千克) 之间的函数解析式为 $y_2 = 10x$ ($x \geq 0$) .



(1) 求 y_1 与 x 之间的函数解析式；

(2) 现计划用 600 元购买该水果，选甲、乙哪家商店能购买该水果更多一些？

23. 如图， AC 是菱形 $ABCD$ 的对角线.



(1) 尺规作图：将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle ADE$ ，点 B 旋转后的对应点为 D （保留作图痕迹，不写作法）；

(2) 在 (1) 所作的图中，连接 BD ， CE ；

①求证： $\triangle ABD \sim \triangle ACE$ ；

②若 $\tan \angle BAC = \frac{1}{3}$ ，求 $\cos \angle DCE$ 的值。

24. 已知点 $P(m, n)$ 在函数 $y = -\frac{2}{x} (x < 0)$ 的图象上。

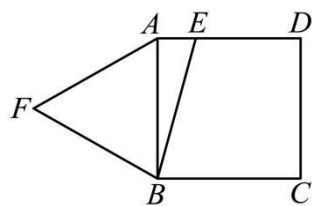
(1) 若 $m = -2$ ，求 n 的值；

(2) 抛物线 $y = (x-m)(x-n)$ 与 x 轴交于两点 M, N (M 在 N 的左边)，与 y 轴交于点 G ，记抛物线的顶点为 E 。

① m 为何值时，点 E 到达最高处；

②设 $\triangle GMN$ 的外接圆圆心为 C ， $\odot C$ 与 y 轴的另一个交点为 F ，当 $m+n \neq 0$ 时，是否存在四边形 $FGEC$ 为平行四边形？若存在，求此时顶点 E 的坐标；若不存在，请说明理由。

25. 如图，在正方形 $ABCD$ 中， E 是边 AD 上一动点（不与点 A, D 重合）。边 BC 关于 BE 对称的线段为 BF ，连接 AF 。



(1) 若 $\angle ABE = 15^\circ$ ，求证： $\triangle ABF$ 是等边三角形；

(2) 延长 FA ，交射线 BE 于点 G ；

① $\triangle BGF$ 能否为等腰三角形？如果能，求此时 $\angle ABE$ 的度数；如果不能，请说明理由；

②若 $AB = \sqrt{3} + \sqrt{6}$ ，求 $\triangle BGF$ 面积的最大值，并求此时 AE 的长。

