

## 2021 年广东省广州市中考数学试卷

### 一、选择题（本大题共 10 题，每小题 3 分，满分 30 分）

1. 下列四个选项中，为负整数的是（ ）

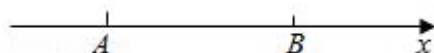
A. 0

B. -0.5

C.  $-\sqrt{2}$

D. -2

2. 如图，在数轴上，点  $A$ 、 $B$  分别表示  $a$ 、 $b$ ，且  $a+b=0$ ，若  $AB=6$ ，则点  $A$  表示的数为（ ）



A. -3

B. 0

C. 3

D. -6

3. 方程  $\frac{1}{x-3} = \frac{2}{x}$  的解为（ ）

A.  $x = -6$

B.  $x = -2$

C.  $x = 2$

D.  $x = 6$

4. 下列运算正确的是（ ）

A.  $|-(-2)| = -2$

B.  $3+\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$

C.  $(a^2b^3)^2 = a^4b^6$

D.  $(a-2)^2 = a^2 - 4$

5. 下列命题中，为真命题的是（ ）

(1) 对角线互相平分的四边形是平行四边形

(2) 对角线互相垂直的四边形是菱形

(3) 对角线相等的平行四边形是菱形

(4) 有一个角是直角的平行四边形是矩形

A. (1)(2)

B. (1)(4)

C. (2)(4)

D. (3)(4)

6. 为了庆祝中国共产党成立 100 周年，某校举办了党史知识竞赛活动，在获得一等奖的学生中，有 3 名女学生，1 名男学生，则从这 4 名学生中随机抽取 2 名学生，恰好抽到 2 名女学生的概率为（ ）

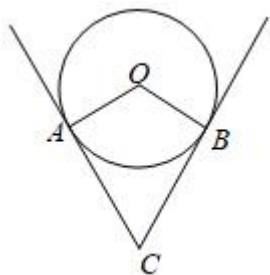
A.  $\frac{2}{3}$

B.  $\frac{1}{2}$

C.  $\frac{1}{3}$

D.  $\frac{1}{6}$

7. 一根钢管放在  $V$  形架内，其横截面如图所示，钢管的半径是  $24\text{cm}$ ，若  $\angle ACB = 60^\circ$ ，则劣弧  $AB$  的长是（ ）

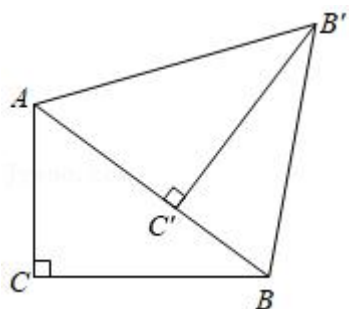


- A.  $8\pi cm$       B.  $16\pi cm$       C.  $32\pi cm$       D.  $192\pi cm$

8. 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  经过点  $(-1, 0)$ 、 $(3, 0)$ ，且与  $y$  轴交于点  $(0, -5)$ ，则当  $x = 2$  时， $y$  的值为 ( )

- A.  $-5$       B.  $-3$       C.  $-1$       D.  $5$

9. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ，将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转得到  $\triangle AB'C'$ ，使点  $C'$  落在  $AB$  边上，连结  $BB'$ ，则  $\sin \angle BB'C'$  的值为 ( )



- A.  $\frac{3}{5}$       B.  $\frac{4}{5}$       C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       D.  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

10. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，矩形  $OABC$  的点  $A$  在函数  $y = \frac{1}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象上，点  $C$  在函数  $y = -\frac{4}{x}$  ( $x < 0$ ) 的图象上，若点  $B$  的横坐标为  $-\frac{7}{2}$ ，则点  $A$  的坐标为 ( )

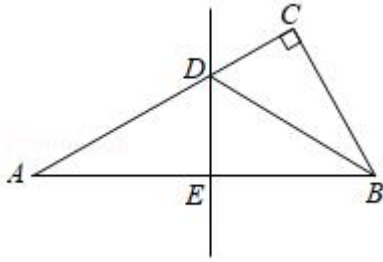
- A.  $(\frac{1}{2}, 2)$       B.  $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \sqrt{2})$       C.  $(2, \frac{1}{2})$       D.  $(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$

## 二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，满分 18 分)

11. 代数式  $\sqrt{x-6}$  在实数范围内有意义时， $x$  应满足的条件是 \_\_\_\_\_.

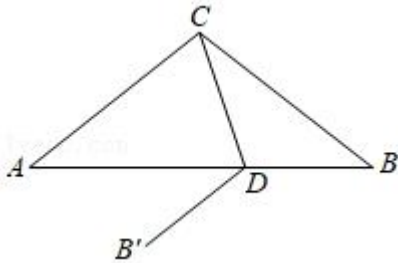
12. 方程  $x^2 - 4x = 0$  的实数解是 \_\_\_\_\_.

13. 如图，在  $Rt\triangle ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ，线段  $AB$  的垂直平分线分别交  $AC$ 、 $AB$  于点  $D$ 、 $E$ ，连结  $BD$ 。若  $CD = 1$ ，则  $AD$  的长为 \_\_\_\_\_.



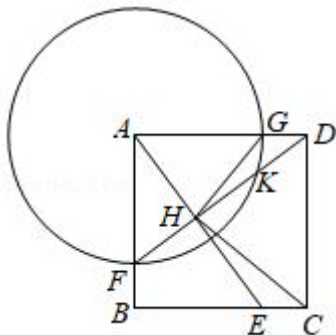
14. 一元二次方程  $x^2 - 4x + m = 0$  有两个相等的实数根，点  $A(x_1, y_1)$ 、 $B(x_2, y_2)$  是反比例函数  $y = \frac{m}{x}$  上的两个点，若  $x_1 < x_2 < 0$ ，则  $y_1$  \_\_\_\_\_  $y_2$  (填“ $<$ ”或“ $>$ ”或“ $=$ ”).

15. 如图，在  $\triangle ABC$  中， $AC = BC$ ， $\angle B = 38^\circ$ ，点  $D$  是边  $AB$  上一点，点  $B$  关于直线  $CD$  的对称点为  $B'$ ，当  $B'D \parallel AC$  时，则  $\angle BCD$  的度数为 \_\_\_\_\_.



16. 如图，正方形  $ABCD$  的边长为 4，点  $E$  是边  $BC$  上一点，且  $BE = 3$ ，以点  $A$  为圆心，3 为半径的圆分别交  $AB$ 、 $AD$  于点  $F$ 、 $G$ ， $DF$  与  $AE$  交于点  $H$ ，并与  $\odot A$  交于点  $K$ ，连结  $HG$ 、 $CH$ 。给出下列四个结论，其中正确的结论有 \_\_\_\_\_ (填写所有正确结论的序号)。

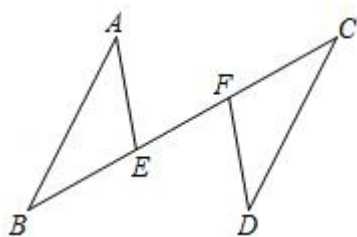
- (1)  $H$  是  $FK$  的中点
- (2)  $\triangle HGD \cong \triangle HEC$
- (3)  $S_{\triangle AHG} : S_{\triangle DHC} = 9 : 16$
- (4)  $DK = \frac{7}{5}$



三、解答题 (本大题共 9 小题，满分 72 分)

17. 解方程组  $\begin{cases} y=x-4 \\ x+y=6 \end{cases}$ .

18. 如图，点  $E$ 、 $F$  在线段  $BC$  上， $AB \parallel CD$ ， $\angle A = \angle D$ ， $BE = CF$ ，证明： $AE = DF$ .



19. 已知  $A = \left( \frac{m}{n} - \frac{n}{m} \right) \cdot \frac{\sqrt{3}mn}{m-n}$ .

(1) 化简  $A$ ;

(2) 若  $m+n - 2\sqrt{3} = 0$ ，求  $A$  的值.

20. 某中学为了解初三学生参加志愿者活动的次数，随机调查了该年级 20 名学生，统计得到该 20 名学生参加志愿者活动的次数如下：

3, 5, 3, 6, 3, 4, 4, 5, 2, 4, 5, 6, 1, 3, 5, 5, 4, 4, 2, 4

根据以上数据，得到如下不完整的频数分布表：

| 次数 | 1 | 2 | 3   | 4 | 5   | 6 |
|----|---|---|-----|---|-----|---|
| 人数 | 1 | 2 | $a$ | 6 | $b$ | 2 |

(1) 表格中的  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2) 在这次调查中，参加志愿者活动的次数的众数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ，中位数为  $\underline{\hspace{2cm}}$ ;

(3) 若该校初三年级共有 300 名学生，根据调查统计结果，估计该校初三年级学生参加志愿者活动的次数为 4 次的人数.

21. 民生无小事，枝叶总关情，广东在“我为群众办实事”实践活动中推出“粤菜师傅”、“广东技工”、“南粤家政”三项培训工程，今年计划新增加培训共 100 万人次.

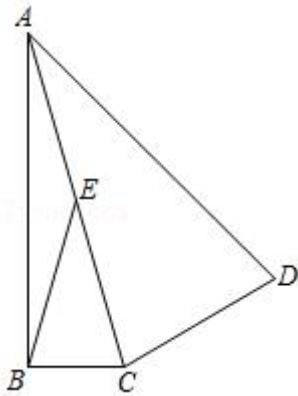
(1) 若“广东技工”今年计划新增加培训 31 万人次，“粤菜师傅”今年计划新增加培训人次是“南粤家政”的 2 倍，求“南粤家政”今年计划新增加的培训人次;

(2) “粤菜师傅”工程开展以来，已累计带动 33.6 万人次创业就业，据报道，经过“粤菜师傅”项目培训的人员工资稳定提升，已知李某去年的年工资收入为 9.6 万元，预计李某今年的年工资收入不低于 12.48 万元，则李某的年工资收入增长率至少要达到多少?

22. 如图，在四边形  $ABCD$  中， $\angle ABC = 90^\circ$ ，点  $E$  是  $AC$  的中点，且  $AC = AD$ .

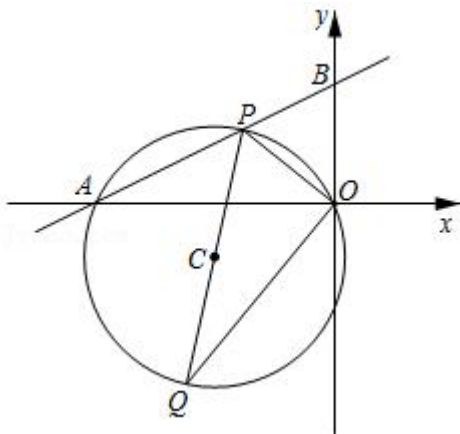
(1) 尺规作图：作  $\angle CAD$  的平分线  $AF$ ，交  $CD$  于点  $F$ ，连结  $EF$ 、 $BF$ （保留作图痕迹，不写作法）;

(2) 在(1)所作的图中, 若  $\angle BAD = 45^\circ$ , 且  $\angle CAD = 2\angle BAC$ , 证明:  $\triangle BEF$  为等边三角形.



23. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 直线  $l: y = \frac{1}{2}x + 4$  分别与  $x$  轴,  $y$  轴相交于  $A$ 、 $B$  两点, 点  $P(x, y)$  为直线  $l$  在第二象限的点.

- (1) 求  $A$ 、 $B$  两点的坐标;
- (2) 设  $\triangle PAO$  的面积为  $S$ , 求  $S$  关于  $x$  的函数解析式, 并写出  $x$  的取值范围;
- (3) 作  $\triangle PAO$  的外接圆  $\odot C$ , 延长  $PC$  交  $\odot C$  于点  $Q$ , 当  $\triangle POQ$  的面积最小时, 求  $\odot C$  的半径.

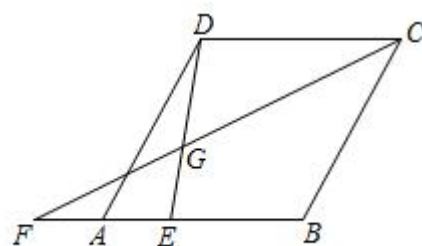
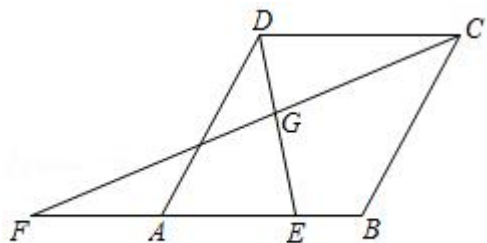


24. 已知抛物线  $y = x^2 - (m+1)x + 2m + 3$ .

- (1) 当  $m = 0$  时, 请判断点  $(2, 4)$  是否在该抛物线上;
- (2) 该抛物线的顶点随着  $m$  的变化而移动, 当顶点移动到最高处时, 求该抛物线的顶点坐标;
- (3) 已知点  $E(-1, -1)$ 、 $F(3, 7)$ , 若该抛物线与线段  $EF$  只有一个交点, 求该抛物线顶点横坐标的取值范围.

25. 如图, 在菱形  $ABCD$  中,  $\angle DAB = 60^\circ$ ,  $AB = 2$ , 点  $E$  为边  $AB$  上一个动点, 延长  $BA$

到点  $F$ ，使  $AF = AE$ ，且  $CF$ 、 $DE$  相交于点  $G$ 。



备用图

- (1) 当点  $E$  运动到  $AB$  中点时，证明：四边形  $DFEC$  是平行四边形；
- (2) 当  $CG = 2$  时，求  $AE$  的长；
- (3) 当点  $E$  从点  $A$  开始向右运动到点  $B$  时，求点  $G$  运动路径的长度。

