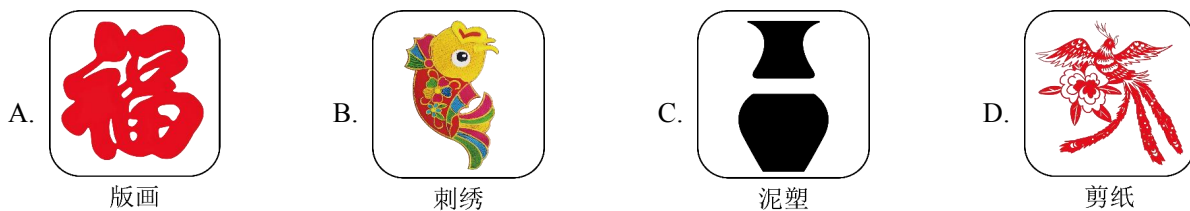


数学

第 I 卷 选择题 (共 30 分)

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. 如果水库的水位升高 0.06 米时水位变化记作 +0.06 米, 那么水位下降 0.05 米时水位变化记作 ()
A. -0.05 米 B. +0.05 米 C. -0.11 米 D. +0.11 米
2. 学校开展非遗文化体验活动. 下列是同学们设计的活动项目图标, 其文字上方的图案是轴对称图形的是 ()



3. 下列运算正确的是 ()

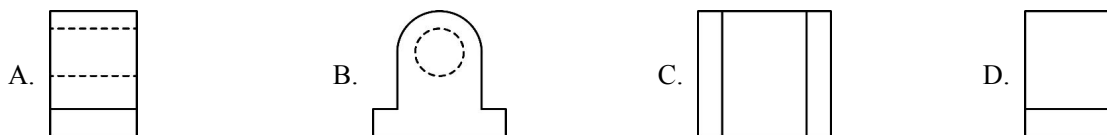
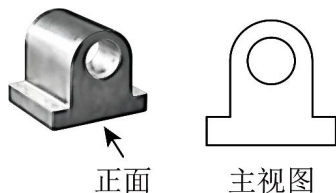
A. $6a - 2a = 4$

C. $a^3 \div a = a^3$

B. $m^2 \cdot m^3 = m^5$

D. $(-m^2)^2 = -m^4$

4. 一个机器零件, 上面的孔洞前后贯通. 如图是它的示意图及主视图, 其左视图为 ()



5. 图 1 为木质花窗的局部, 将其部分抽象成如图 2 所示的平面图形. 为验证 AB 与 CD 是否平行, 已测得 $\angle BEF = 48^\circ$, 仅用下列一个测量结果即可判定 AB 与 CD 平行的是 ()



图1

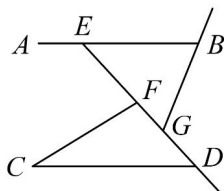


图2

- A. $\angle DCF = 32^\circ$

B. $\angle CDE = 48^\circ$

C. $\angle CFE = 80^\circ$

D. $\angle EBG = 69^\circ$

6. 如图为省城迎泽公园部分景点分布示意图. 将其放在平面直角坐标系内, 若用 $(-5, 3)$ 表示赏荷栈道的位

置, 用 $(-4, -2)$ 表示泽众书院的位置, 则中国共产党太原历史展览馆的位置表示为 ()



- A. $(3, 0)$ B. $(3, 1)$ C. $(2, 1)$ D. $(1, 3)$

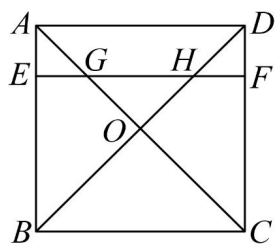
7. 已知点 $A(1, a)$, 点 $B(4, b)$, 点 $C(7, c)$ 都在反比例函数 $y = \frac{7}{x}$ 的图象上, 则 a, b, c 的关系是 ()

- A. $a < b < c$ B. $a < c < b$ C. $a > c > b$ D. $a > b > c$

8. 某公司自主研发并生产的仿生蝴蝶飞行器, 能高度还原蝴蝶飞行动作. 今年 3 月份此款飞行器产量为 1200 台, 5 月份的产量为 1600 台. 若设该公司此款飞行器这两个月产量的月平均增长率为 x , 则下列方程正确的是 ()

- A. $1200(1+x) = 1600$ B. $1200(1+2x) = 1600$
C. $1200(1+x)^2 = 1600$ D. $1600(1-x)^2 = 1200$

9. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 交于点 O . 将线段 AD 沿射线 AB 方向平移, 点 A, D 的对应点分别为点 E, F , 线段 EF 分别与 OA, OD 交于点 G, H . 当点 G 是 OA 的中点时, $\frac{GH}{AB}$ 的值为 ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$

10. 用 m, n 分别表示一个两位数的十位数字和个位数字, 将其十位数字的 3 倍与个位数字的 8 倍相加得到一个新数, 新数与原两位数的差可能是 ()

- A. 6 B. 13 C. 31 D. 56

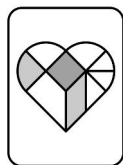
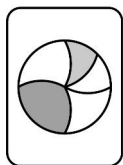
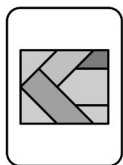
第 II 卷 非选择题 (共 90 分)

二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. 比较大小: $(\sqrt{6})^2$ _____ 6 (填 “>” “<” 或 “=”).

12. 计算 $\frac{1}{m^2+m} + \frac{1}{m+1}$ 的结果是_____.

13. 小思有三张分别印有“燕式七巧板”“曲线七巧板”“心形九巧板”图案的书签, 它们除正面图案外, 其余完全相同. 小思要将其中的两张送给小伟, 将它们背面朝上放在桌面上. 小伟从中随机抽取一张, 不放回, 再随机抽取一张, 他抽到的两张书签恰好印有“曲线七巧板”和“心形九巧板”图案的概率是_____.

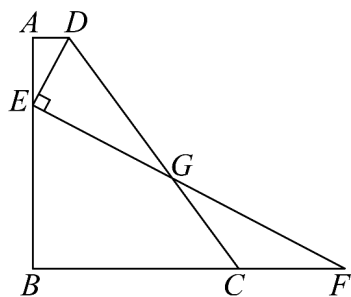


燕式七巧板 曲线七巧板 心形九巧板

14. 某出版社出版一种科普读物, 当印刷数量不超过 20000 册时, 投入成本 y (元) 与印刷数量 x (册) 之间满足我们学过的一种函数关系, 部分数据如下表所示. 当印刷数量为 5000 册时, 投入成本是_____元.

印刷数量 x (册)	0	500	1000	1500	...	20000
投入成本 y (元)	24000	27000	30000	33000	...	144000

15. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 10$. 点 E 是 AB 边上的一点, 且 $AE = 3$, 连接 DE , 过点 E 作 DE 的垂线, 交 BC 的延长线于点 F , 交 CD 边于点 G . 若 $CF = CG = 5$, 则线段 BF 的长为_____.



三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

16. 计算、解不等式组:

(1) 计算: $(-7+5) + |-6| \div \frac{1}{2} - 4^2$;

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} x-5 \leq 0 \text{ ①} \\ 3(x+2) > 12 \text{ ②} \end{cases}$$

17. 《考工记》是我国古代的一部工科巨著，其中记载了制作鼎和铜镜的铜锡比例。某工厂按书中记载比例制作鼎和铜镜，制作一个鼎需要 12 千克铜和 2 千克锡，制作一面铜镜需要 1 千克铜和 1 千克锡，现用 60 千克铜和 20 千克锡制作鼎和铜镜、这些铜和锡恰好全部用完时，可制作多少个鼎和多少面铜镜？

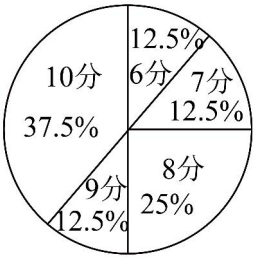


18. 某校开展“讲绿水青山故事·绘美丽中国画卷”公益短视频评选活动。现有甲、乙、丙三个短视频作品参加校级评选，由 8 位评委对参选作品进行评分（满分为10分），最终推荐一个作品参加公益展播。

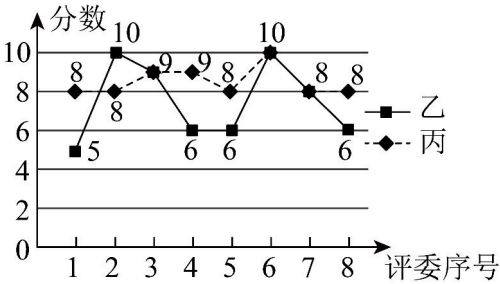


数据整理：评委对三个短视频作品的评分数据如下：

甲作品评委评分统计图



乙、丙作品评委评分统计图

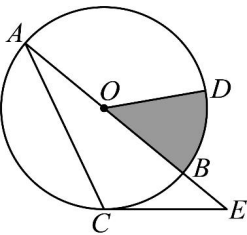


分析决策：为确定最终参加公益展播的作品，对评委评分数据分析如下：

作品	平均数（分）	中位数（分）	众数（分）	方差
甲	8.5	8.5	a	2
乙	7.5	b	6	3.5
丙	c	8	8	0.5

- (1) 表中 $a = \underline{\hspace{1cm}}$, $b = \underline{\hspace{1cm}}$, $c = \underline{\hspace{1cm}}$;
- (2) 根据上表中对评委评分数据的分析, 你认为应推荐哪个短视频作品参加公益展播? 请选择两个统计量说明推荐理由.

19. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 是 $\odot O$ 上的两点, 且 $\widehat{BD} = \widehat{BC}$, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线与 AB 的延长线交于点 E , 连接 AC, OD . 若 $\angle ACE = 115^\circ$, $OB = 6$, 求扇形 BOD (即阴影部分) 的面积 (结果保留 π).

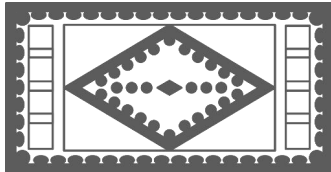
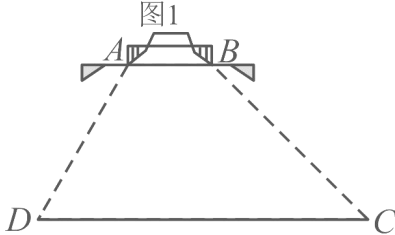


20. 项目式学习

项目背景：藻井是我国古建筑室内顶部的装饰构件。下图为山西某古建筑大殿内顶部的藻井。某校学生到此地开展综合实践活动，对该建筑内藻井进行了调查与测算，形成如下活动报告。



项目主题		藻井的调查与测算	
驱动任务		调查藻井的工艺与造型，测算藻井的相关数据	
活动 过程	调查	工艺	该藻井以木构技术为核心，通过斗拱、悬挑等工艺形成逐层向上收缩的三层结构.
		造型	该藻井自下而上每层轮廓依次为长方形、菱形、菱形，分别称为长方形井、菱形井、菱形井.
	测算	对象	中间层菱形井中较长对角线的长
		图示	图 1 为藻井仰视平面图，其中线段 AB 为中间层菱形井较长的对角线（点 A, B 在同一

		水平直线上); 图 2 为测量方案示意图, 其中测量点 C, D 在同一水平直线上, 且点 A, B, C, D 在同一竖直平面内.  图1  图2
	数据	在点 D 处测得点 A 的仰角为 60°, $AD=6$ 米; 在点 C 处测得点 B 的仰角为 45°, $CD=11$ 米.
	结果	...
活动反思	...	

请根据上述数据, 计算该藻井中间层菱形井对角线 AB 的长 (结果精确到 0.1 米, 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$).

21. 阅读与思考

阅读下列材料, 完成相应任务.

工匠智慧引发的数学思考

【工匠智慧】

如图 1, 木工师傅用一根没有弹性的绳子和一把直尺在矩形木板上画特定度数的角.

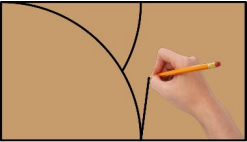


图1

【数学抽象】

将图 1 的操作过程抽象成尺规作图, 步骤如下: 如图 2, 在矩形木板 $ABCD$ 中, 以点 A

为圆心， AB 长为半径作弧，交 AD 于点 E ；以点 B 为圆心， AB 长为半径作弧，与 $\widehat{BE}$ 交于点 F ；连接 BE ， BF ， AF ，即可得到特定度数的角，如 $\angle ABE$ 和 $\angle EBF$ 等。

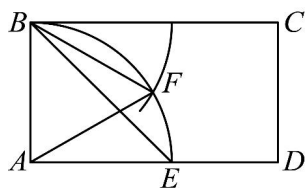


图2

【推广迁移】

受上述作法的启发，可以用尺规作出与已知角有关的特定度数的角。如图 3，已知 $\angle MAN = \alpha$ ，作图步骤如下：①以点 A 为圆心，任意长为半径作弧，分别交 AM ， AN 于点 B ， C ；②分别以点 B ， C 为圆心， BC 长为半径作弧，两弧在 $\angle MAN$ 内部交于点 D ；③连接 CD ，可得 $\angle ACD = 150^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ 。

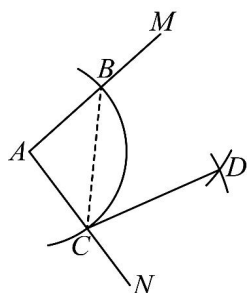


图3

结论 “ $\angle ACD = 150^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ ” 成立的理由如下：

连接 BC 。

由步骤①可知， $AB = AC$ 。...

任务：

- (1) 图 2 中 $\angle ABE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ， $\angle EBF = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ ；
- (2) 补全“推广迁移”中的说理过程；
- (3) 如图 4，四边形 $ABCD$ 表示一块木板， $\angle BAD = 130^\circ$ ， $\angle ADC > 85^\circ$ 。现要将此木板裁割成两部分，裁割线为线段 DE （点 E 在 BC 上），使 $\angle ADE = 85^\circ$ 。请用尺规在木板上作出裁割线 DE （要求：在木板上保留作图痕迹，不写作法）。

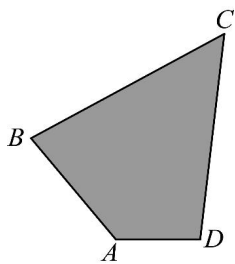
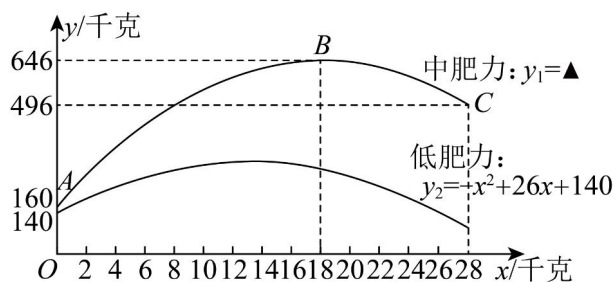


图4

22. 综合与实践

问题情境：为探究不同土壤肥力条件下小麦产量与施氮量的关系，科研团队在某地选择土壤基础肥力不同的若干试验田开展研究，并对试验数据进行整理分析。研究发现，在中肥力与低肥力两种麦田中，小麦每亩的产量 y （千克）与每亩施氮量 x （千克）的关系可近似用下图中的两条抛物线描述，其中 $0 \leq x \leq 28$ 。设中肥力麦田每亩的产量为 y_1 （千克），低肥力麦田每亩的产量为 y_2 （千克）。已知点 $A(0, 160)$ ， $B(18, 646)$ ， $C(28, 496)$ 均在描述 y_1 与 x 关系的抛物线上，且点 B 是这条抛物线的顶点。



(1) 建立模型：求中肥力麦田中小麦每亩的产量 y_1 与 x 的函数关系式；

(2) 应用分析：已知低肥力麦田中小麦每亩的产量 y_2 与 x 的函数关系式为 $y_2 = -x^2 + 26x + 140$ 。

①假设低肥力、中肥力两种麦田每亩施氮量相同，当低肥力麦田每亩的产量最大时，求每亩的施氮量，以及此时两种麦田小麦每亩产量的差；

②现有面积均为 1 亩的中肥力、低肥力麦田各一块。当两块麦田每亩施氮量不同，且每亩的产量分别达到最大时，两块麦田的总产量为 m 千克；当两块麦田每亩施氮量相同时，两块麦田总产量的最大值为 n 千克。经判断 n 小于 m ，请直接写出 m 与 n 的差。

23. 综合与探究

问题情境：如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = BC$ ， BO 是 $\triangle ABC$ 的中线。将 $\triangle BOC$ 绕点 O 顺时针旋转得到 $\triangle DOE$ ，其中点 B ， C 的对应点分别为点 D ， E ，线段 DE 分别与线段 OA ， AB 交于点 M ， F ，线段 OE 与 AB 交于点 N 。

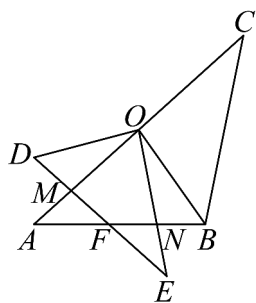


图1

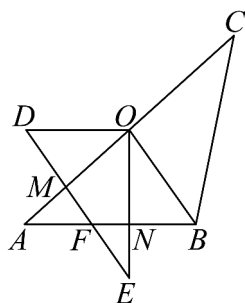
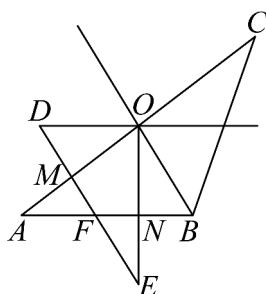


图2



备用图

(1) 推理证明：求证： $\triangle AON \cong \triangle EOM$ ；

(2) 拓展延伸：在旋转过程中，当 $OD \parallel AB$ 时，探究下列问题.

①如图 2，判断 DO 与 DF 的数量关系，并说明理由；

②已知 $OB = 2$ ， $OA = 3$. 在射线 DO 上取一点 G ，在射线 BO 上取一点 H ，使 $OH = OG$. 当以点 A ， G ， H 为顶点的三角形是直角三角形，且 GH 为直角边时，请直接写出线段 BH 的长.