

数学

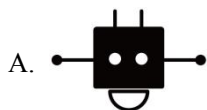
第 I 卷 选择题 (共 30 分)

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. 下列各数中比 -3 小的数是 ()

- A. -4 B. -2 C. -1 D. 3

2. 科技创新型企业的不断涌现, 促进了我国新质生产力的快速发展. 以下四个科技创新型企业的品牌图标中, 为中心对称图形的是 ()



3. 下列运算正确的是 ()

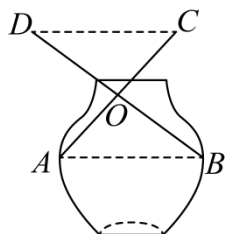
A. $2a + 3b = 5ab$

B. $m^2 \cdot m^4 = m^6$

C. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

D. $(2m^2)^3 = 6m^6$

4. 如图, 小谊将两根长度不等的木条 AC , BD 的中点连在一起, 记中点为 O , 即 $AO = CO$, $BO = DO$. 测得 C , D 两点之间的距离后, 利用全等三角形的性质, 可得花瓶内壁上 A , B 两点之间的距离. 图中 $\triangle AOB$ 与 $\triangle COD$ 全等的依据是 ()

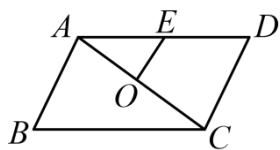


- A. SSS B. SAS C. ASA D. HL

5. 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > 5 \\ 1-3x \geq -8 \end{cases}$ 的解集是 ()

- A. $x < 2$ B. $x \geq 3$ C. $2 < x \leq 3$ D. 无解

6. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 O 是对角线 AC 的中点, 点 E 是边 AD 的中点, 连接 OE . 下列两条线段的数量关系中一定成立的是 ()



A. $OE = \frac{1}{2}AD$

B. $OE = \frac{1}{2}BC$

C. $OE = \frac{1}{2}AB$

D. $OE = \frac{1}{2}AC$

7. 下表记录了某市连续五天的日最高气温和日最低气温. 比较这五天的日最高气温与日最低气温的波动情况, 下列说法正确的是 ()

日期 气温	2月2日	2月3日	2月4日	2月5日	2月6日
最高/℃	12	6	10	9	8
最低/℃	1	-2	-1	0	2

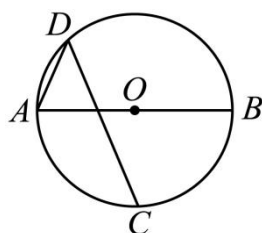
A. 日最高气温的波动大

B. 日最低气温的波动大

C. 一样大

D. 无法比较

8. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 C 、 D 是 $\odot O$ 上位于 AB 异侧的两点, 连接 AD 、 CD . 若 $\widehat{AC} = \widehat{BC}$, 则 $\angle D$ 的度数为 ()



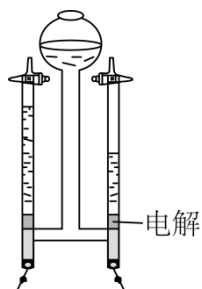
A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 75°

9. 氢气是一种绿色清洁能源, 可通过电解水获得. 实践小组通过实验发现, 在电解水的过程中, 生成物氢气的质量 $y(\text{g})$ 与分解的水的质量 $x(\text{g})$ 满足我们学过的某种函数关系. 下表是一组实验数据, 根据表中数据, y 与 x 之间的函数关系式为 ()



水的质量 x / g	4.5	9	18	36	45
---------------------	-----	---	----	----	----

氢气的质量					
y/g	0.5	1	2	4	5

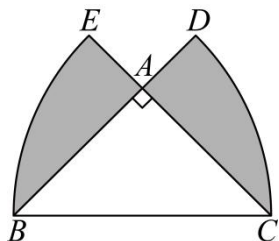
A. $y = \frac{9}{x}$

B. $y = 9x$

C. $y = \frac{1}{9}x$

D. $y = \frac{1}{9x}$

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC$ ，分别以点 B 、 C 为圆心、 BC 的长为半径画弧，与 BA 、 CA 的延长线分别交于点 D 、 E 。若 $BC = 4$ ，则图中阴影部分的面积为（ ）



A. $2\pi - 4$

B. $4\pi - 4$

C. $8\pi - 8$

D. $4\pi - 8$

第 II 卷 非选择题 (共 90 分)

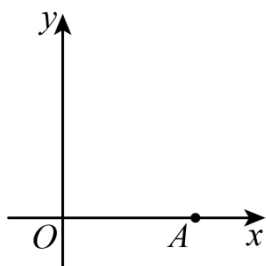
二、填空题 (本大题共 5 个小题，每小题 3 分，共 15 分)

11. 因式分解： $m^2 - 16 =$ _____.

12. 近年来，我省依托乡村 e 镇建设，打造农村电商新产业，提高了农民收入。某农户通过网上销售传统手工艺品布老虎，利润由原来的每个 20 元增加到 80 元。该农户通过网上售出 a 个布老虎，则他的利润增加了_____元 (用含 a 的代数式表示)。

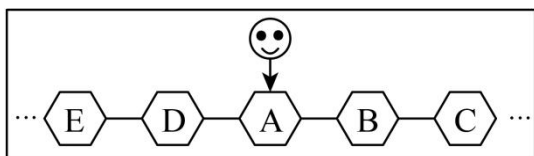


13. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(6, 0)$ ，将线段 OA 绕点 O 逆时针旋转 45° ，则点 A 对应点的坐标为_____.

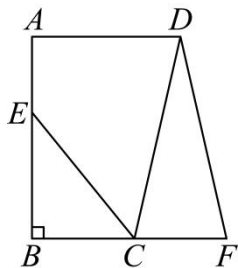


14. 如图是创新小组设计的一款小程序的界面示意图，程序规则为：每点击一次按钮，“☺”就从一个格

子向左或向右随机移动到相邻的一个格子. 当“☺”位于格子 A 时, 小明连续点击两次按钮, “☺”回到格子 A 的概率是_____.



15. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 8$, $BC = 4$, 点 E 在边 AB 上, $AE = 3$, 连接 CE , 且 $\angle DCE = \angle BCE$. 点 F 在 BC 的延长线上, 连接 DF 若 $DF = DC$, 则线段 CF 的长为_____.

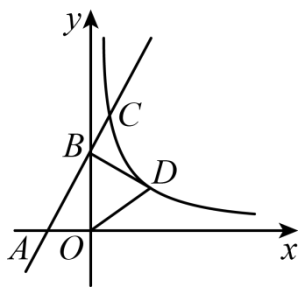


三、解答题 (本大题共 8 个小题, 共 75 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤)

16. (1) 计算: $\left| -\frac{1}{2} \right| \times 6 - 3^2 + (-8 + 4)$

(2) 解方程组:
$$\begin{cases} 3x - 2y = 11 & \text{①} \\ x + 2y = 1 & \text{②} \end{cases}$$

17. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 AB 分别与 x 轴, y 轴交于点 A , B , 与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 C . 已知点 A 的坐标为 $(-2, 0)$, 点 C 的坐标为 $(1, 6)$, 点 D 在反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像上, 纵坐标为 2.

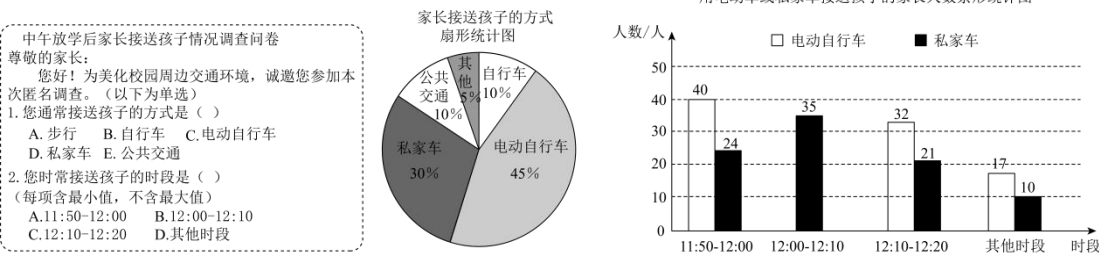


(1) 求反比例函数的表达式, 并直接写出点 B 的坐标;

(2) 连接 BD , OD , 请直接写出四边形 $ABDO$ 的面积.

18. 近年来, 交通工具的多样化和普及化, 为家长接送孩子带来便利的同时, 也在一定程度上造成了放学时段校门口的交通拥堵. 为了解具体情况, 某校爱心社团中午放学后在校门口随机选取 300 名接送孩子的家长, 针对接送孩子的方式和时段进行了问卷调查 (调查问卷如图), 所有问卷全部收回且有效, 并将调查结

果绘制成了如下所示的扇形统计图和条形统计图（不完整）.



请认真阅读上述信息，回答下列问题：

- (1) 扇形统计图中“公共交通”所在扇形的圆心角度数为_____°；本次调查的家长中骑电动自行车接送孩子的有_____人，并补全条形统计图；
- (2) 若该校共有 1500 名家长中午放学后接送孩子，请估计用私家车接送孩子的家长人数；
- (3) 假如你是爱心社团的成员，请根据上述统计图中的信息，写出一个造成放学后校门口交通拥堵的原因，并给家长提出一条缓解拥堵的建议.

19. 我国自主研发的 $HGCZ-2000$ 型快速换轨车，采用先进的自动化技术、能精准高效地完成更换铁路钢轨的任务. 一辆该型号快速换轨车每小时更换钢轨的公里数是一个工作队人工更换钢轨的 2 倍，它更换 116 公里钢轨比一个工作队人工更换 80 公里钢轨所用时间少 22 小时. 求一辆该型号快速换轨车每小时更换钢轨多少公里.

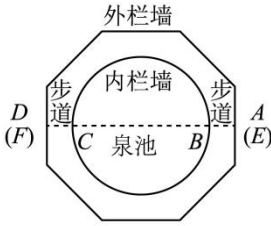
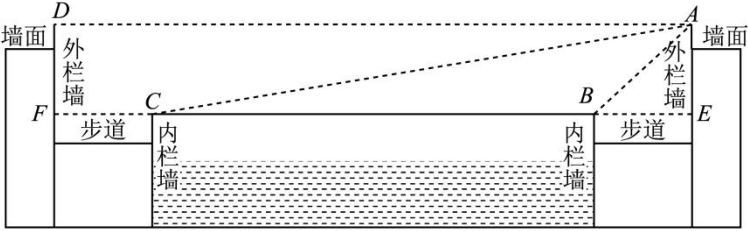


20. 项目学习

项目背景：“源池泉涌”为我省某景区的一个景点，主体设计包括外栏墙与内栏墙，外栏墙高于内栏墙，两栏中间为步道，内栏墙内为泉池，池内泉水清澈见底. 从正上方看，外栏墙呈正八边形，内栏墙呈圆形. 综合实践小组的同学围绕“景物的测量与计算”开展项目学习活动，形成了如下活动报告.



项目主	景物的测量与计算
-----	----------

题	
驱动问题	如何测量内栏墙围成泉池的直径
活动内容	利用视图、三角函数等有关知识进行测量与计算
活动过程	方案说明 图1为该景，点俯视图的示意图，点 A，D 是正八边形中一组平行边的中点，BC 为圆的直径图中点 A、B、C、D 在同一条直线上. 图2为测量方案示意图，直径 BC 所在水平直线与外栏墙分别交于，点 E，F，外栏墙 AE 与 DF 均与水平地面垂直，且 $AE = DF$．BE，CF 均表示步道的宽，$BE = CF$．图中各点都在同一竖直平面内.  俯视图的示意图 图1  测量方案示意图 图2
数据测量	在点 A 处测得，点 B 和点 C 的俯角分别为 $\angle DAB = 37^\circ$ ， $\angle DAC = 8.5^\circ$ ， $AD = 26$ 米. 图中墙的厚度均忽略不计
计算	
交流	

请根据上述数据，计算内栏墙围成泉池的直径 BC 的长（结果精确到1米. 参考数据:

$\sin 8.5^\circ \approx 0.15$, $\cos 8.5^\circ \approx 0.99$, $\tan 8.5^\circ \approx 0.15$, $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$).

21 阅读与思考

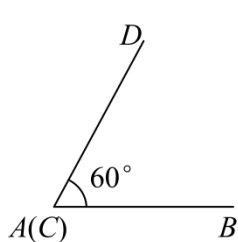
下面是小宣同学数学笔记中的部分内容，请认真阅读并完成相应的任务.

双关联线段

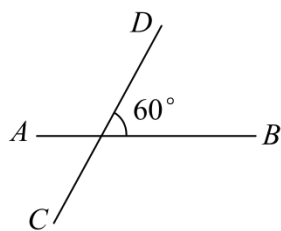
【概念理解】

如果两条线段所在直线形成的夹角中有一个角是 60° ，且这两条线段相等，则称其中一条线段是另一条线段的双关联线段，也称这两条线段互为双关联线段.

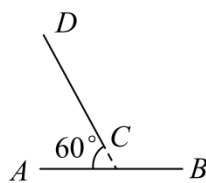
例如，下列各图中的线段 AB 与 CD 所在直线形成的夹角中有一个角是 60° ，若 $AB = CD$ ，则下列各图中的线段 CD 都是相应线段 AB 的双关联线段.



图①



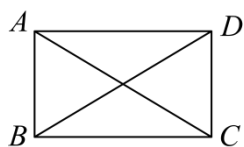
图②



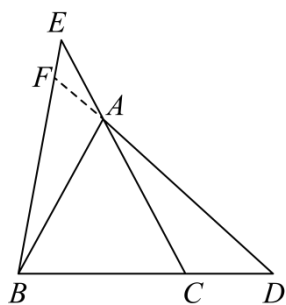
图③

【问题解决】

问题 1: 如图，在矩形 $ABCD$ 中， $AB < AD$ ，若对角线 AC 与 BD 互为双关联线段，则 $\angle ACB = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$.



问题 2: 如图，在等边 ABC 中，点 D, E 分别在边 BC, CA 的延长线上，且 $AE = CD$ ，连接 AD, BE .



求证：线段 AD 是线段 BE 的双关联线段.

证明：延长 DA 交 BE 于点 F .

$\because \triangle ABC$ 是等边三角形,

$\therefore AB = AC, \angle BAC = \angle ACB = 60^\circ$.

$\because \angle BAC + \angle BAE = 180^\circ, \angle ACB + \angle ACD = 180^\circ$,

$\therefore \angle BAE = \angle ACD$ (依据).

$\because AE = CD$,

$\therefore \triangle ABE \cong \triangle CAD$,

$\therefore BE = AD, \angle E = \angle D$;

...

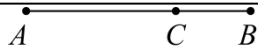


图3

任务:

(1) 问题 1 中的 $\angle ACB =$ _____ $^\circ$, 问题 2 中的依据是_____;

(2) 补全问题 2 的证明过程;

(3) 如图, 点 C 在线段 AB 上, 请在图 3 中作线段 AB 的双关联线段 CD .

(要求: ①尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法; ②作出一条即可).

22. 综合与实践

问题情境: 青蛙腾空阶段的运动路线可看作抛物线. 我国某科研团队根据青蛙的生物特征和运动机理设计出了仿青蛙机器人, 其起跳后的运动路线与实际情况下青蛙腾空阶段的运动路线相吻合.

实验数据: 仿青蛙机器人从水平地面起跳, 并落在水平地面上, 其运动路线的最高点距地面 60cm , 起跳点与落地点的距离为 160cm .



青蛙的运动路线



仿青蛙机器人

数学建模：如图，将仿青蛙机器人的运动路线抽象为抛物线，其顶点为 N ，对称轴为直线 l ，仿青蛙机器人在水平地面上的起跳点为 O ，落地点为 M 。以 O 为原点， OM 所在直线为 x 轴，过点 O 与 OM 所在水平地面垂直的直线为 y 轴，建立平面直角坐标系。

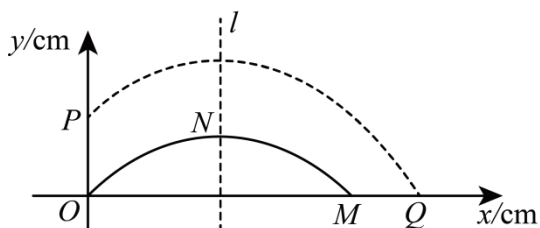


图1

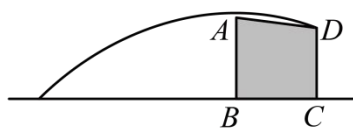


图2

(1) 请直接写出顶点 N 的坐标，并求该抛物线的函数表达式；

问题解决：已知仿青蛙机器人起跳后的运动路线形状保持不变，即抛物线的形状不变。

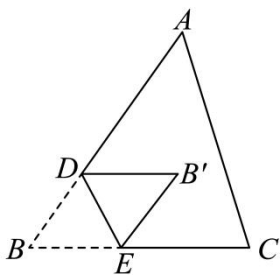
(2) 如图 1，若仿青蛙机器人从点 O 正上方的点 P 处起跳，落地点为 Q ，点 P 的坐标为 $(0, 75)$ ，点 Q 在 x 轴的正半轴上。求起跳点 P 与落地点 Q 的水平距离 OQ 的长；

(3) 实验表明：仿青蛙机器人在跃过障碍物时，与障碍物上表面的每个点在竖直方向上的距离不少于 3cm ，才能安全通过。如图，水平地面上有一个障碍物，其纵切面为四边形 $ABCD$ ，其中 $\angle ABC = \angle BCD = 90^\circ$ ， $AB = 57\text{cm}$ ， $BC = 40\text{cm}$ ， $CD = 48\text{cm}$ 。仿青蛙机器人从距离 AB 左侧 80cm 处的地面起跳，发现不能安全通过该障碍物。若团队人员在起跳处放置一个平台，仿青蛙机器人从平台上起跳，则刚好安全通过该障碍物。请直接写出该平台的高度（平台的大小忽略不计，障碍物的纵切面与仿青蛙机器人的运动路线在同一竖直平面内）。

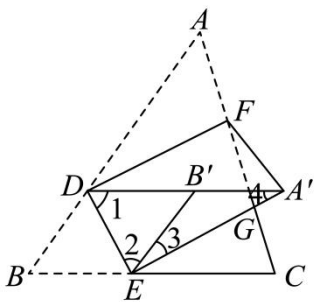
23 综合与探究

问题情境：如图，在 ABC 纸片中， $AB > BC$ ，点 D 在边 AB 上， $AD > BD$ 。沿过点 D 的直线折叠该纸片，使 DB 的对应线段 DB' 与 BC 平行，且折痕与边 BC 交于点 E ，得到 $\triangle DB'E$ ，然后展平。

猜想证明：(1) 判断四边 $BDBE'$ 的形状，并说明理由



拓展延伸：(2) 如图，继续沿过点 D 的直线折叠该纸片，使点 A 的对应点 A' 落在射线 DB' 上，且折痕与边 AC 交于点 F ，然后展平．连接 $A'E$ 交边 AC 于点 G ，连接 $A'F$ ．



①若 $AD = 2BD$ ，判断 DE 与 $A'E$ 的位置关系，并说明理由；

②若 $\angle C = 90^\circ$ ， $AB = 15$ ， $BC = 9$ ，当 $\triangle A'FG$ 是以 $A'F$ 为腰的等腰三角形时，请直接写出 $A'F$ 的长