

2023 年山西省中考数学真题

第 I 卷 选择题 (共 30 分)

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每个小题给出的四个选项中, 只有一项符合题目要求, 请选出并在答题卡上将该项涂黑)

1. 计算 $(-1) \times (-3)$ 的结果为 ().

- A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. -3 D. -4

2. 全民阅读有助于提升一个国家、一个民族的精神力量. 图书馆是开展全民阅读的重要场所. 以下是我省四个地市的图书馆标志, 其文字上方的图案是轴对称图形的是 ()



3. 下列计算正确的是 ()

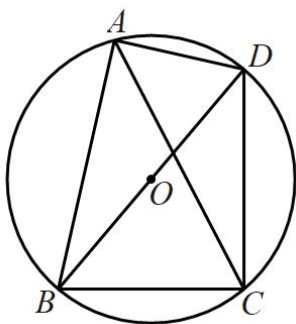
- A. $a^2 \cdot a^3 = a^6$ B. $(-a^3b)^2 = -a^6b^2$ C. $a^6 \div a^3 = a^2$ D. $(a^2)^3 = a^6$

4. 山西是全国电力外送基地, 2022 年山西省全年外送电量达到 1464 亿千瓦时, 同比增长 18.55%. 数据 1464 亿千瓦时用科学记数法表示为 ()



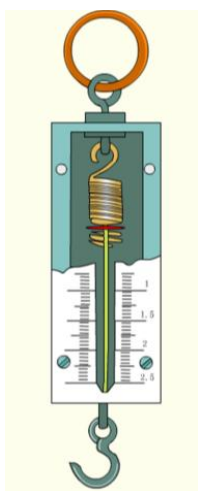
- A. 1.464×10^8 千瓦时 B. 1464×10^8 千瓦时
C. 1.464×10^{11} 千瓦时 D. 1.464×10^{12} 千瓦时

5. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, AC, BD 为对角线, BD 经过圆心 O . 若 $\angle BAC = 40^\circ$, 则 $\angle DBC$ 的度数为 ()



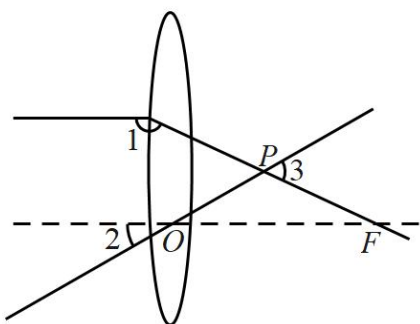
- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°

6. 一种弹簧秤最大能称不超过 10kg 的物体，不挂物体时弹簧的长为 12cm ，每挂重 1kg 物体，弹簧伸长 0.5cm 。在弹性限度内，挂重后弹簧的长度 $y(\text{cm})$ 与所挂物体的质量 $x(\text{kg})$ 之间的函数关系式为 ()



- A. $y = 12 - 0.5x$ B. $y = 12 + 0.5x$ C. $y = 10 + 0.5x$ D. $y = 0.5x$

7. 如图，一束平行于主光轴的光线经凸透镜折射后，其折射光线与一束经过光心 O 的光线相交于点 P ，点 F 为焦点。若 $\angle 1 = 155^\circ$, $\angle 2 = 30^\circ$ ，则 $\angle 3$ 的度数为 ()

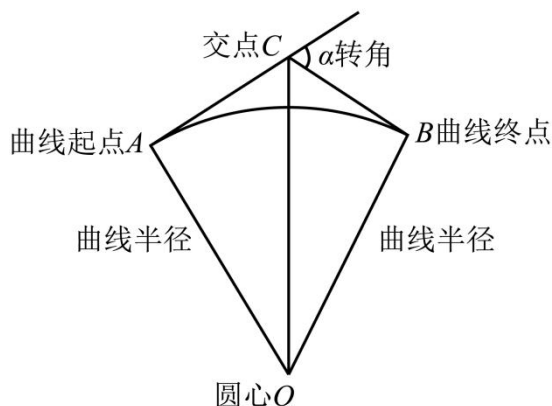


- A. 45° B. 50° C. 55° D. 60°

8. 已知 $A(-2, a)$, $B(-1, b)$, $C(3, c)$ 都在反比例函数 $y = \frac{4}{x}$ 的图象上，则 a 、 b 、 c 的关系是 ()

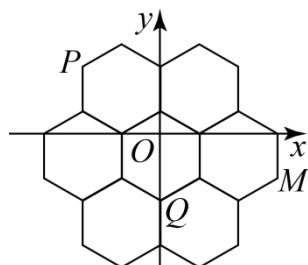
- A. $a < b < c$ B. $b < a < c$ C. $c < b < a$ D. $c < a < b$

9. 中国高铁的飞速发展,已成为中国现代化建设的重要标志.如图是高铁线路在转向处所设计的圆曲线(即圆弧),高铁列车在转弯时的曲线起点为 A ,曲线终点为 B ,过点 A,B 的两条切线相交于点 C ,列车在从 A 到 B 行驶的过程中转角 α 为 60° .若圆曲线的半径 $OA=1.5\text{km}$,则这段圆曲线 $\widehat{AB}$ 的长为().



- A. $\frac{\pi}{4}\text{km}$ B. $\frac{\pi}{2}\text{km}$ C. $\frac{3\pi}{4}\text{km}$ D. $\frac{3\pi}{8}\text{km}$

10. 蜂巢结构精巧,其巢房横截面的形状均为正六边形.如图是部分巢房的横截面图,图中7个全等的正六边形不重叠且无缝隙,将其放在平面直角坐标系中,点 P,Q,M 均为正六边形的顶点.若点 P,Q 的坐标分别为 $(-2\sqrt{3},3),(0,-3)$,则点 M 的坐标为()



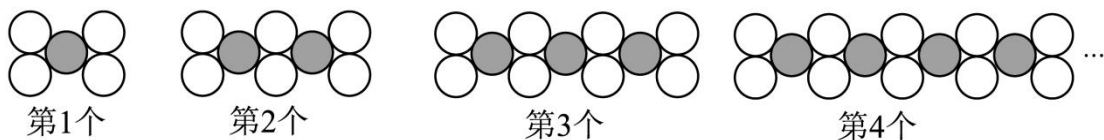
- A. $(3\sqrt{3},-2)$ B. $(3\sqrt{3},2)$ C. $(2,-3\sqrt{3})$ D. $(-2,-3\sqrt{3})$

第Ⅱ卷 非选择题 (共 90 分)

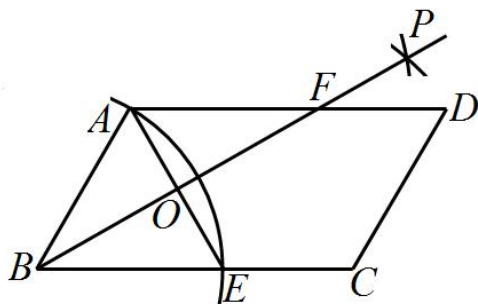
二、填空题 (本大题共 5 个小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

11. 计算 $(\sqrt{2}+\sqrt{3})(\sqrt{2}-\sqrt{3})$ 的结果为_____.

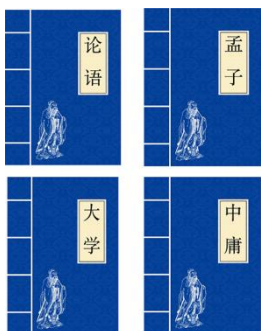
12. 如图是一组有规律的图案,它由若干个大小相同的圆片组成.第1个图案中有4个白色圆片,第2个图案中有6个白色圆片,第3个图案中有8个白色圆片,第4个图案中有10个白色圆片,...依此规律,第 n 个图案中有_____个白色圆片(用含 n 的代数式表示)



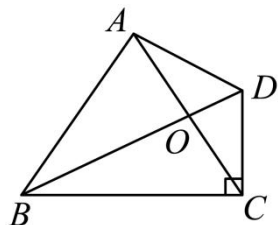
13. 如图, 在 $ABCD$ 中, $\angle D = 60^\circ$. 以点 B 为圆心, 以 BA 的长为半径作弧交边 BC 于点 E , 连接 AE . 分别以点 A, E 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}AE$ 的长为半径作弧, 两弧交于点 P , 作射线 BP 交 AE 于点 O , 交边 AD 于点 F , 则 $\frac{OF}{OE}$ 的值为_____.



14. 中国古代的“四书”是指《论语》《孟子》《大学》《中庸》，它是儒家思想的核心著作，是中国传统文化的重要组成部分，若从这四部著作中随机抽取两本（先随机抽取一本，不放回，再随机抽取另一本），则抽取的两本恰好是《论语》和《大学》的概率是_____.



15. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BCD = 90^\circ$, 对角线 AC, BD 相交于点 O . 若 $AB = AC = 5, BC = 6, \angle ADB = 2\angle CBD$, 则 AD 的长为_____.



三、解答题（本大题共 8 个小题，共 75 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

16. (1) 计算: $|-8| \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 - (-3+5) \times 2^{-1}$;

(2) 计算: $x(x+2)+(x+1)^2-4x$.

17. 解方程: $\frac{1}{x-1}+1=\frac{3}{2x-2}$.

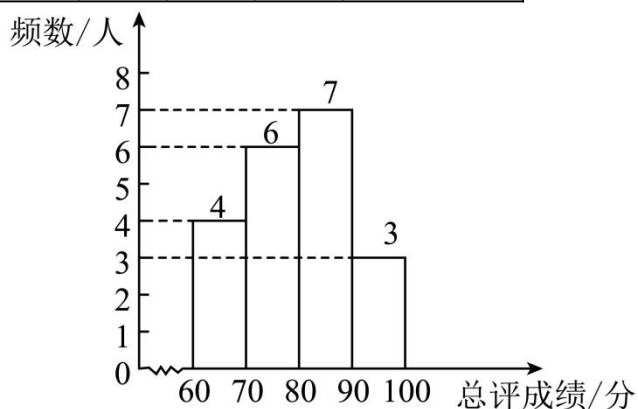
18. 为增强学生的社会实践能力,促进学生全面发展,某校计划建立小记者站,有 20 名学生报名参加选拔.报名的学生需参加采访、写作、摄影三项测试,每项测试均由七位评委打分(满分 100 分),取平均分作为该项的测试成绩,再将采访、写作、摄影三项的测试成绩按 4:4:2 的比例计算出每人的总评成绩.



小记者

小悦、小涵的三项测试成绩和总评成绩如下表,这 20 名学生的总评成绩频数直方图(每组含最小值,不含最大值)如下图

选手	测试成绩/分			总评成绩/分
	采访	写作	摄影	
小悦	83	72	80	78
小涵	86	84	▲	▲



(1) 在摄影测试中,七位评委给小涵打出的分数如下: 67, 72, 68, 69, 74, 69, 71. 这组数据的中位数是_____分,众数是_____分,平均数是_____分;

(2) 请你计算小涵的总评成绩;

(3) 学校决定根据总评成绩择优选拔 12 名小记者.试分析小悦、小涵能否入选,并说明理由.

19. 风陵渡黄河公路大桥是连接山西、陕西、河南三省的交通要塞.该大桥限重标志牌显示,载重后总质量超过 30 吨的车辆禁止通行.现有一辆自重 8 吨的卡车,要运输若干套某种设备,每套设备由 1 个 A 部件和 3 个 B 部件组成,这种设备必须成套运输.已知 1 个 A 部件和 2 个 B 部件的总质量为 2.8 吨,2 个 A 部件和

3 个 B 部件的质量相等.



- (1) 求 1 个 A 部件和 1 个 B 部件的质量各是多少;
- (2) 卡车一次最多可运输多少套这种设备通过此大桥?

20. 2023 年 3 月, 水利部印发《母亲河复苏行动河湖名单 (2022 – 2025 年)》, 我省境内有汾河、桑干河、洋河、清漳河、浊漳河、沁河六条河流入选. 在推进实施母亲河复苏行动中, 需要砌筑各种驳岸 (也叫护坡). 某校“综合与实践”小组的同学把“母亲河驳岸的调研与计算”作为一项课题活动, 利用课余时间完成了实践调查, 并形成了如下活动报告. 请根据活动报告计算 BC 和 AB 的长度 (结果精确到 0.1m . 参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\sqrt{2} \approx 1.41$).

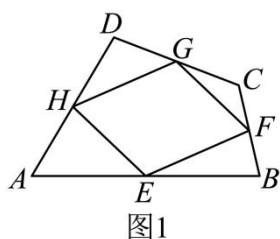
课 题	母亲河驳岸的调研与计算		
调 查 方 式	资料查阅、水利部门走访、实地查看了解		
	功能	驳岸是用来保护河岸, 阻止河岸崩塌或冲刷的构筑物	
	驳岸 剖面 图		相关数据及说明, 图中, 点 A, B, C, D, E 在同一竖直平面内, AE 与 CD 均与地面平行, 岸墙 $AB \perp AE$ 于点 A , $\angle BCD = 135^\circ$, $\angle EDC = 60^\circ$, $ED = 6\text{m}$, $AE = 1.5\text{m}$, $CD = 3.5\text{m}$

			
	计算 结果		
交 流 展 示			

21. 阅读与思考：下面是一位同学的数学学习笔记，请仔细阅读并完成相应任务.

瓦里尼翁平行四边形

我们知道，如图 1，在四边形 $ABCD$ 中，点 E, F, G, H 分别是边 AB, BC, CD, DA 的中点，顺次连接 E, F, G, H ，得到的四边形 $EFGH$ 是平行四边形.



我查阅了许多资料，得知这个平行四边形 $EFGH$ 被称为瓦里尼翁平行四边形. 瓦里尼翁 (*Varignon, Pierre* 1654–1722) 是法国数学家、力学家. 瓦里尼翁平行四边形与原四边形关系密切.



- ①当原四边形的对角线满足一定关系时，瓦里尼翁平行四边形可能是菱形、矩形或正方形.
- ②瓦里尼翁平行四边形的周长与原四边形对角线的长度也有一定关系.
- ③瓦里尼翁平行四边形的面积等于原四边形面积的一半. 此结论可借助图 1 证明如下：

证明：如图2，连接 AC ，分别交 EH, FG 于点 P, Q ，过点 D 作 $DM \perp AC$ 于点 M ，交 HG 于点 N 。

$\therefore H, G$ 分别为 AD, CD 的中点， $\therefore HG \parallel AC, HG = \frac{1}{2}AC$ 。（依据1）

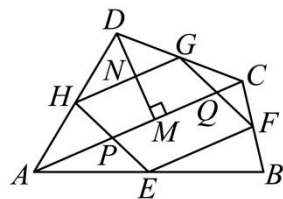


图2

$\therefore \frac{DN}{NM} = \frac{DG}{GC}$ ， $\therefore DG = GC$ ， $\therefore DN = NM = \frac{1}{2}DM$ 。

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是瓦里尼翁平行四边形， $\therefore HE \parallel GF$ ，即 $HP \parallel GQ$ 。

$\therefore HG \parallel AC$ ，即 $HG \parallel PQ$ ，

$\therefore$ 四边形 $HPQG$ 是平行四边形。（依据2） $\therefore S_{\square HPQG} = HG \cdot MN = \frac{1}{2}HG \cdot DM$ 。

$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2}AC \cdot DM = HG \cdot DM$ ， $\therefore S_{\square HPQG} = \frac{1}{2}S_{\triangle ADC}$ 。同理，...

任务：

(1) 填空：材料中的依据1是指：_____。

依据2是指：_____。

(2) 请用刻度尺、三角板等工具，画一个四边形 $ABCD$ 及它的瓦里尼翁平行四边形 $EFGH$ ，使得四边形 $EFGH$ 为矩形；（要求同时画出四边形 $ABCD$ 的对角线）

(3) 在图1中，分别连接 AC, BD 得到图3，请猜想瓦里尼翁平行四边形 $EFGH$ 的周长与对角线 AC, BD 长度的关系，并证明你的结论。

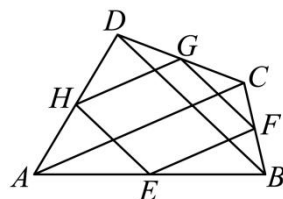


图3

22. 问题情境：“综合与实践”课上，老师提出如下问题：将图1中的矩形纸片沿对角线剪开，得到两个全等的三角形纸片，表示为 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFE$ ，其中 $\angle ACB = \angle DEF = 90^\circ, \angle A = \angle D$ 。将 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DFE$ 按图2所示方式摆放，其中点 B 与点 F 重合（标记为点 B ）。当 $\angle ABE = \angle A$ 时，延长 DE 交 AC 于点 G 。试判断四边形 $BCGE$ 的形状，并说明理由。

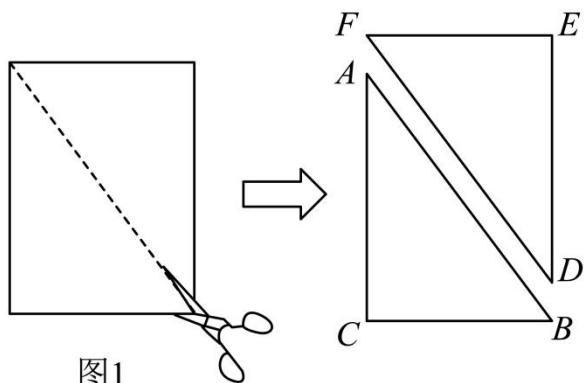


图1

- (1) 数学思考：谈你解答老师提出的问题；
- (2) 深入探究：老师将图 2 中的 $\triangle DBE$ 绕点 B 逆时针方向旋转，使点 E 落在 $\triangle ABC$ 内部，并让同学们提出新的问题.

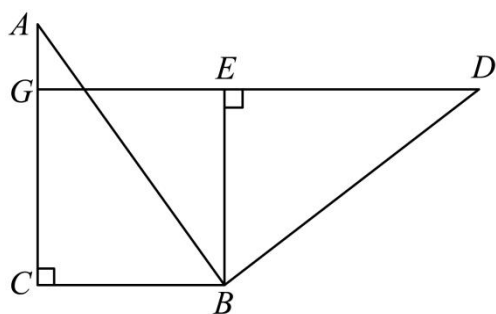


图2

- ①“善思小组”提出问题：如图 3，当 $\angle ABE = \angle BAC$ 时，过点 A 作 $AM \perp BE$ 交 BE 的延长线于点 M ， BM 与 AC 交于点 N ．试猜想线段 AM 和 BE 的数量关系，并加以证明．请你解答此问题；

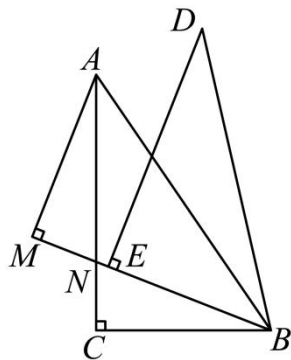


图3

- ②“智慧小组”提出问题：如图 4，当 $\angle CBE = \angle BAC$ 时，过点 A 作 $AH \perp DE$ 于点 H ，若 $BC = 9$ ， $AC = 12$ ，求 AH 的长．请你思考此问题，直接写出结果．

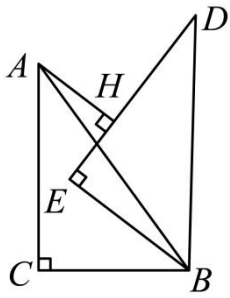


图4

23. 如图，二次函数 $y = -x^2 + 4x$ 的图象与 x 轴的正半轴交于点 A ，经过点 A 的直线与该函数图象交于点 $B(1, 3)$ ，与 y 轴交于点 C 。

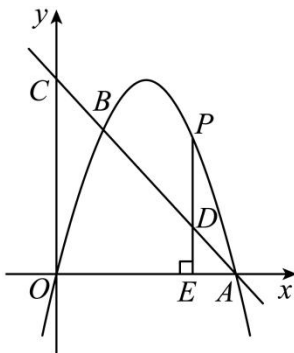


图1

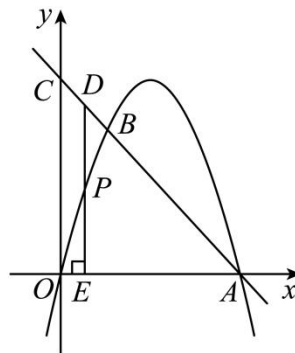


图2

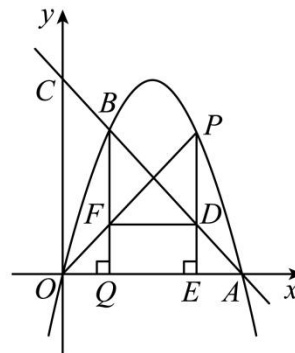


图3

(1) 求直线 AB 的函数表达式及点 C 的坐标；

(2) 点 P 是第一象限内二次函数图象上的一个动点，过点 P 作直线 $PE \perp x$ 轴于点 E ，与直线 AB 交于点 D ，设点 P 的横坐标为 m 。

①当 $PD = \frac{1}{2}OC$ 时，求 m 的值；

②当点 P 在直线 AB 上方时，连接 OP ，过点 B 作 $BQ \perp x$ 轴于点 Q ， BQ 与 OP 交于点 F ，连接 DF 。设四边形 $FQED$ 的面积为 S ，求 S 关于 m 的函数表达式，并求出 S 的最大值。

