

试卷类型: A

2025 年潍坊市初中学业水平考试

数学试题 2025.6

注意事项:

1. 本试题满分 150 分, 考试时间 120 分钟;
2. 答卷前, 请将试卷和答题卡上的项目填涂清楚;
3. 请在答题卡相应位置作答, 不要超出答题区域, 不要答错位置.

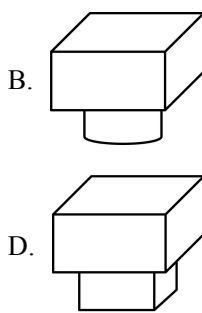
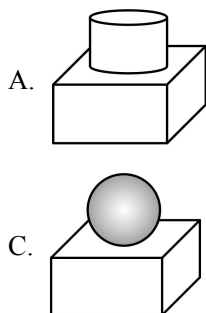
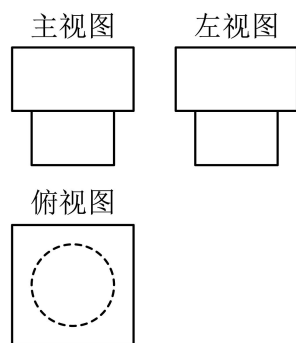
第 I 卷 (选择题共 44 分)

一、单项选择题 (共 6 小题, 每小题 4 分, 共 24 分. 每小题的四个选项中只有一项正确)

1. 实数 4 的相反数是 ()

- A. -4 B. 4 C. 2 D. $\frac{1}{4}$

2. 某物体的三视图如图所示, 则该物体可能是 ()



3. 若一元二次方程 $x^2 - 2x + c = 0$ 有两个相等的实数根, 则 c 的值为 ()

- A. -1 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. 1

4. 计算 $\frac{1}{x-1} + \frac{x}{1-x}$ 的结果是 ()

- A. 1 B. -1 C. 0 D. $\frac{x+1}{x-1}$

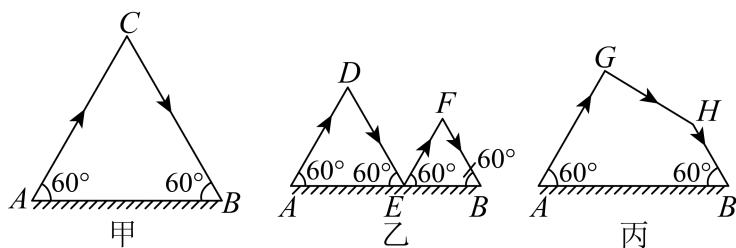
5. 如图, 甲、乙、丙三人分别沿不同的路线从 A 地到 B 地.

甲: $A \rightarrow C \rightarrow B$, 路程为 $l_{\text{甲}}$.

乙: $A \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow B$, 路程为 $l_{\text{乙}}$.

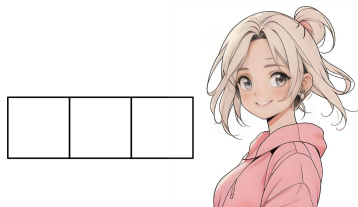
丙: $A \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow B$, 路程为 $l_{\text{丙}}$.

下列关系正确的是 ()



- A. $l_{\text{甲}} > l_{\text{乙}} > l_{\text{丙}}$ B. $l_{\text{乙}} > l_{\text{甲}} > l_{\text{丙}}$ C. $l_{\text{甲}} > l_{\text{丙}} > l_{\text{乙}}$ D. $l_{\text{甲}} = l_{\text{乙}} > l_{\text{丙}}$

6. 如图, 小莹对三个相连的方格进行涂色. 在给每个方格涂色时, 均从红、蓝两种颜色中随机选取一种, 那么相邻两个方格所涂颜色不同的概率是 ()



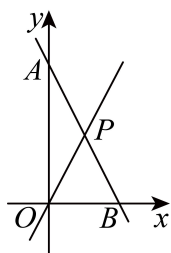
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{8}$

二、多项选择题 (共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 每小题的四个选项中, 有多项正确, 全部选对得 5 分, 部分选对得 3 分, 有错选的得 0 分)

7. 下列命题的逆命题为真命题的是 ()

- A. 若 $a^2 = b^2$, 则 $a = b$ B. 若 $|a| > |b|$, 则 $a^3 > b^3$
C. 三角形的中位线平行于第三边 D. 等腰三角形的两个底角相等

8. 如图, 一次函数 $y = k_1x + b$ 经过点 $A(0, 4)$, 与 x 轴交于点 B , 与正比例函数 $y = k_2x$ 交于点 $P(1, 2)$, 则下列结论正确的是 ()



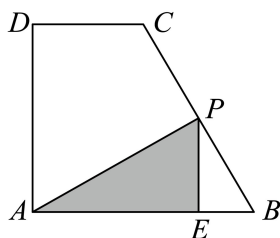
- A. $k_1 - k_2 > 0$

B. P 为 AB 的中点

C. 方程 $k_1x + b = k_2x$ 的解是 $x = 2$

D. 当 $x < 1$ 时, $k_1x + b > k_2x$

9. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $CD = \frac{1}{2}AB = 3$, 点 P 在边 BC 、 CD 上运动 (不含 B, D), 过点 P 作 $PE \perp AB$, 垂足为点 E . 设 BE 的长度为 x , $\triangle APE$ 的面积为 y , 则下列结论正确的是 ()



A. 边 BC 的长为 6

B. P 在 BC 上时, $y = \sqrt{3}x(6-x)$

C. P 在 CD 上时, $y = \frac{3\sqrt{3}}{2}(6-x)$

D. y 随 x 的增大而增大

10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$, 自变量 x 与函数值 y 的部分对应值如下表.

x	$\cdots$	-1	0	1	2	$\cdots$
y	$\cdots$	m	c	2	2	$\cdots$

下列说法正确的是 ()

A. 若 $c \leq 0$, 则函数图象的开口向上

B. 关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = m$ 的两个根是 -1 和 4

C. 点 (a, c) 在一次函数 $y = 2x + 2$ 的图象上

D. 代数式 bc 的最大值为 $\frac{3}{2}$

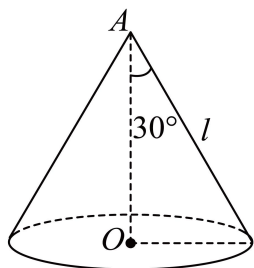
第 II 卷 (非选择题 共 106 分)

三、填空题 (共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 只写最后结果)

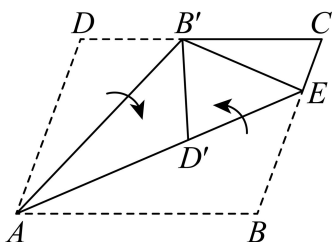
11. 计算: $(-2)^0 - 3^{-1} =$ _____.

12. 如图, 圆锥的底面圆心为 O , 顶点为 A , 母线 l 长为 4, 母线 l 与高 AO 的夹角为 30° , 那么圆锥侧面

展开图的面积为_____.



13. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, 点 E 在边 BC 上, 将 $\triangle ABE$ 沿 AE 折叠, 点 B 的对应点 B' 恰好落在边 DC 上; 将 $\triangle ADB'$ 沿 AB' 折叠, 点 D 的对应点 D' 恰好落在 AE 上. 若 $\angle C = \alpha$, 则 $\angle CB'E =$ _____. (用含 α 的式子表示)



14. 如图1, 点 $A_1(x_1, y_1)$ 是函数 $y = \frac{1}{x} (x > 0)$ 图象上任意一点, 过 A_1 向 y 轴作垂线交 y 轴于点 B_1 , 向 x 轴作垂线交 x 轴于点 C_1 , 矩形 $A_1B_1OC_1$ 的周长 $L_1 = 2(A_1B_1 + A_1C_1) = 2(x_1 + y_1) = 2\left(x_1 + \frac{1}{x_1}\right)$, 当 $x_1 = \frac{1}{x_1}$ 时, L_1 有最小值 4; 如图 2, 点 $A_2(x_2, y_2)$ 是函数 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 图象上任意一点, 同样作矩形 $A_2B_2OC_2$, 它的周长 $L_2 = 2\left(x_2 + \frac{2}{x_2}\right)$, 同理得 L_2 的最小值为 $4\sqrt{2}$; ; 点 $A_n(x_n, y_n)$ 是函数 $y = \frac{n}{x} (x > 0, n \text{ 为正整数})$ 图象上任意一点, 作矩形 $A_nB_nOC_n$, 它的周长为 L_n , 则 L_n 的最小值为_____.

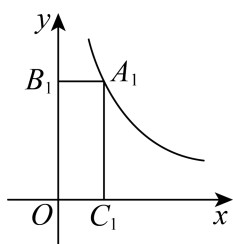


图1

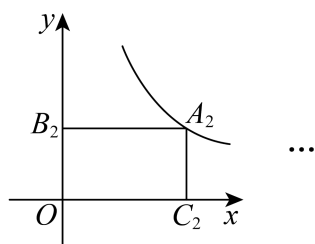


图2

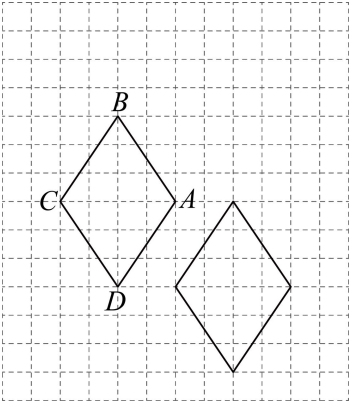
四、解答题 (共 8 小题, 共 90 分. 写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

15. (1) 先化简, 再求值: $x(5x - 8y) - 4(x - y)^2$, 其中 x, y 满足 $x + 2y = 0$.

(2) 解方程组:
$$\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + 3y = -1 \end{cases}$$

16. 如图, 已知菱形 $ABCD$ 的顶点在方格纸的格点上, 其中 A, B, C 的坐标分别为 $(0, 1), (-2, 4),$

$(-4,1)$. 该菱形经过中心对称得到它右侧的菱形 (顶点均在格点上).

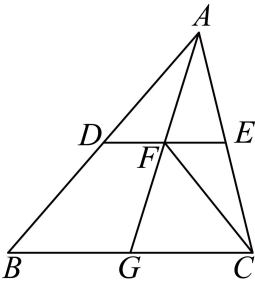


- (1) 画出平面直角坐标系，并写出对称中心 G 的坐标和点 B 的对应点 B' 的坐标；
- (2) 将菱形 $ABCD$ 平移，使点 C 的对应点为点 B ，画出平移后的菱形.

17. 某企业为提高生产效率，采购了相同数量的 A 型、B 型两种智能机器人，购买 A 型机器人的总费用为 90 万元，购买 B 型机器人的总费用为 60 万元，B 型机器人单价比 A 型机器人单价低 3 万元.

- (1) 求 A 型、B 型两种机器人的单价；
- (2) 该企业计划从采购的这批机器人中选择 10 台配备到某生产线，要求 A、B 两种型号的机器人各至少配备 1 台，且购买这 10 台机器人的总费用不超过 70 万元. 求出所有配备方案.

18. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 、 E 、 G 分别是边 AB 、 AC 、 BC 的中点, DE 与 AG 相交于点 F , 连接 CF , $AG = AC$. 证明:



- (1) $\frac{AF}{AG} = \frac{DE}{BC}$;
- (2) $\triangle ADF \cong \triangle CFE$.

19. 为培育玉米新品种，研究人员对某生长期试验田和对照田中的玉米株高进行抽样调查并作比较研究，分别随机选取 40 株玉米测量其株高，整理数据如下.

【数据收集】

试验田玉米株高（cm）	对照田玉米株高（cm）
56, 43, 51, 52, 45, 55, 46, 55, 46, 51,	41, 52, 40, 48, 60, 40, 44, 54, 44, 45,
54, 54, 48, 55, 48, 49, 51, 50, 48, 49,	46, 55, 48, 40, 48, 54, 50, 50, 52, 52,

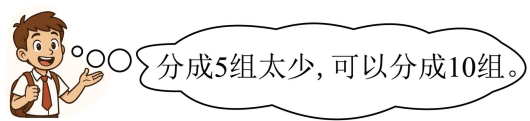
49, 51, 46, 51, 43, 51, 52, 47, 54, 49, 55, 46, 48, 45, 53, 47, 43, 54, 43, 56.	52, 60, 52, 52, 40, 54, 48, 40, 54, 54, 55, 46, 56, 40, 60, 60, 56, 57, 52, 60.
--	--

【数据整理】

把数据分为 5 组，制成如下频数分布表. (用 h 表示株高, $40\text{cm} \leq h \leq 60\text{cm}$)

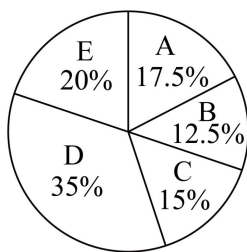
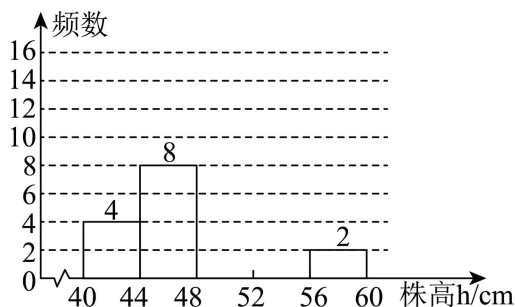
组 别 类 型	A $(40 \leq h < 44)$	B $(44 \leq h < 48)$	C $(48 \leq h < 52)$	D $(52 \leq h < 56)$	E $(56 \leq h \leq 60)$
试 验 田 玉 米 株 频 数	4	8	15	11	2
对 照 田 玉 米 株 频 数	7	5	6	14	8

(1) 你赞同下面小亮的观点吗？请说明你的理由.



【数据描述】

根据频数分布表分别制作试验田频数直方图和对照田扇形统计图.



- (2) 补全试验田频数直方图并计算对照田 D 组所占圆心角的度数;
- (3) 已知此生长期的玉米株高 h 满足 $48\text{cm} \leq h < 56\text{cm}$ 为长势良好. 比较以上两个统计图, 写出图中蕴含的信息. (一条即可)

【数据分析】

对收集的数据进行分析, 得出的统计量如下表:

统计量	中位数	众数	平均数	方差
试验田	49.5	51	49.73	15.10
对照田	52	52	50.28	40.05

- (4) 根据 (3) 中“长势良好”的标准及以上信息, 评估此生长期试验田的玉米生长情况.
20. 图1是某摩天轮的实景图. 摩天轮可视为半径为 50 米的 $\odot O$, 其上的某个座舱可视为 $\odot O$ 上的点 A , 座舱距离地面的最低高度 BC 为 10 米, 地面 l 上的观察点 D 到点 C 的距离 DC 为 80 米, 平面示意图如图 2 所示.



图1

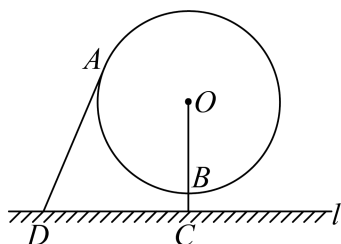
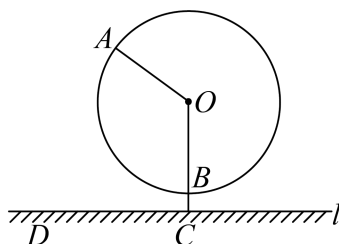


图2



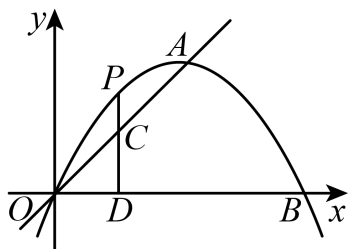
备用图

- (1) 当视线 DA 与 $\odot O$ 相切时, 求点 A 处的座舱到地面的距离;
- (2) 已知摩天轮匀速转动一周需要 30 分钟, 当座舱距离地面不低于 85 米时, 在座舱中观赏风景的体验最佳, 点 A 处的座舱随摩天轮匀速转动一周的过程中, 求该座舱中乘客最佳观赏风景的时长, 并求这段时间内该座舱经过的圆弧的长.

(以上结果均保留小数点后一位数字, 参考数据: $\tan 36.87^\circ \approx \frac{3}{4}$, $\sin 66.87^\circ \approx 0.92$, $\cos 66.87^\circ \approx 0.39$, $\sqrt{3} \approx 1.73$, $\pi \approx 3.14$)

21. 如图, 在平面直角坐标系中, 二次函数 $y = ax^2 + bx$ ($a < 0$) 与正比例函数 $y = kx$ 的图象都经过点

$A(3,3)$ ，点 P 为二次函数图象上点 O 与点 A 之间的一点，过点 P 作 x 轴的垂线，交 OA 于点 C ，交 x 轴于点 D 。



(1) 若点 A 为该二次函数的顶点，

① 求二次函数的表达式；

② 求线段 PC 长度的最大值；

(2) 若该二次函数与 x 轴的一个交点为 $B(m,0)$ ，且 $m > 4$ ，求 a 的取值范围。

22. 黄金分割被广泛应用在建筑、艺术等领域，我国早在战国时期就已经知道并能应用黄金分割。中国澳门发行的邮票小型张《科学与科技——黄金比例》(如图1)就是用黄金分割比作为主题设计的。

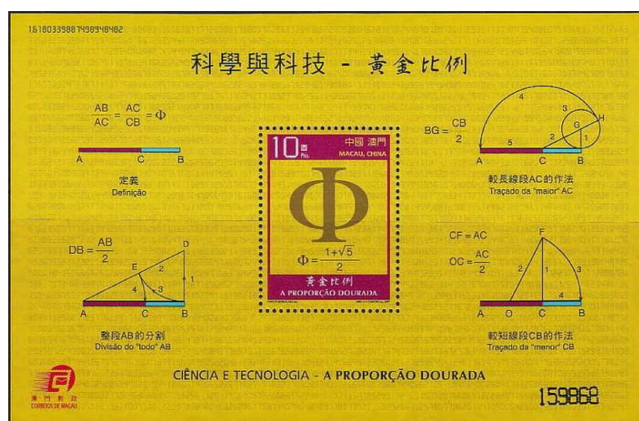


图1

【阅读观察】

材料1：黄金分割点的定义

如图2，若线段 AB 上的点 C 满足 $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{AB}$ ，则点 C 称作线段 AB 的黄金分割点，其

中 $\frac{AC}{AB}$ 的比值称作黄金分割比 $\varphi = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ，而 $\frac{AB}{AC}$ 的比值为 $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ， Φ 与 φ 互为

倒数。

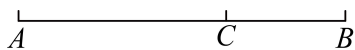


图2

材料2：黄金分割点的作法（借助尺规作图可以用不同方法确定图2中线段 AB 的黄金分割点 C ）

方法1：如图3，①过点 B 作 $l \perp AB$ ；
②在直线 l 上截取 $BD = \frac{1}{2}AB$ ，连接 AD ；
③在 DA 上截取 $DE = DB$ ；
④在 AB 上截取 $AC = AE$ ， C 即为所求。

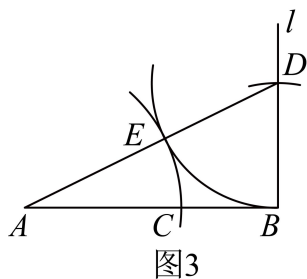


图3

方法2：如图4，

①以 AB 为边作正方形 $ABED$ ；
②取 AD 中点 F ，连接 BF ；
③以点 F 为圆心， FB 为半径作圆弧，与 DA 的延长线交于点 H ；
④以 AH 为边在 AB 一侧作正方形 $AHGC$ ， GC 交 AB 于点 C ，可得 $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{AB}$ 。点 C 即为所求。

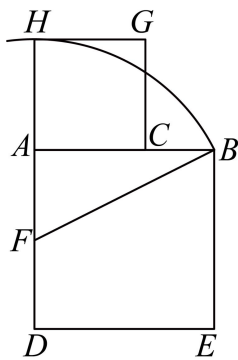


图4

【思考探究】

- (1) 说明图3中 $\frac{AC}{AB} = \varphi$ ；
- (2) 用不同于（1）的方法，说明图4中 $\frac{BC}{AC} = \frac{AC}{AB}$ ；

【迁移拓展】

如图5，作圆内接正五边形：

- ①作 $\odot O$ 的两条互相垂直的半径 OA 和 OM ，取 OM 的中点 N ，连接 AN ；
- ②作 $\angle ONA$ 的平分线，交 OA 于点 K ；
- ③过点 K 作 OA 的垂线，交 $\odot O$ 于点 B ， E ，连接 AB ， AE ；
- ④截取 $BC = BA$ ， $CD = CB$ ，连接 BC ， CD ， DE ，五边形 $ABCDE$ 即为所求。

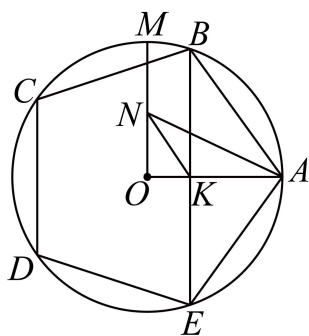


图5

(3) 若 $OA = 2$ ，根据以上作法，证明： $AB^2 = \varphi^2 \cdot BE^2$.