

# 滨州市二〇二五年初中学业水平考试

## 数学试题

本试卷共 6 页，满分 120 分，考试用时 120 分钟，考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

1. 答题前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、准考证号和座号填写在答题卡和试卷规定的位置上。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。答案写在试卷上无效。
3. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内相应的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求作答的答案无效。

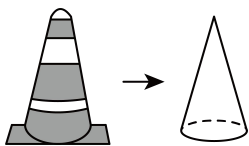
### 第 I 卷（选择题共 24 分）

一、选择题：本大题共 8 个小题，每小题 3 分，满分 24 分。每小题只有一个选项符合题目要求。

1. 截至 2025 年 5 月，国家智慧教育平台注册用户已突破  $1.64$  亿，成为世界第一大教育资源数字化中心和平台。将  $1.64$  亿用科学记数法表示应为（ ）

A.  $16.4 \times 10^7$       B.  $0.164 \times 10^9$       C.  $1.64 \times 10^8$       D.  $1.64 \times 10^9$

2. 如图，生活中常见的交通锥可以近似看作圆锥的形状。关于该圆锥的三视图，下列说法正确的是（ ）



- A. 主视图与左视图相同      B. 主视图与俯视图相同  
C. 左视图与俯视图相同      D. 三种视图都相同

3. 如图，秦岭钟南山公路隧道是我国自主设计、施工的我国最长的双洞单向高速公路隧道，一度被誉为“天下第一隧”。隧道线形为直线，建成后通行里程大大缩短。下面能解释路程缩短原因的是（ ）



- A. 垂线段最短

### B. 两点确定一条直线

### C. 两点之间，线段最短

D. 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直

4. 下列运算正确的是 ( )

A.  $a^4 + a^2 = a^6$

B.  $(2a)^5 = 2a^5$

C.  $a^8 \div a^4 = a^2$

D.  $(a^4)^2 = a^8$

5. 当自变量  $x > 1$  时, 下列函数  $y$  随  $x$  的增大而增大的是 ( )

A.  $y = -3x$

B.  $y = \frac{3}{x}$

C.  $y = 3x + 1$

D.  $y = -(x-1)^2 - 3$

6. 某市大力推进新能源汽车充电桩建设，助力绿色交通发展. 截至 2025 年初，全市公共充电桩数量已从 2023 年初的 10 万个增长至 16.9 万个. 设全市公共充电桩数量的年平均增长率为  $x$ ，则可列方程为（ ）

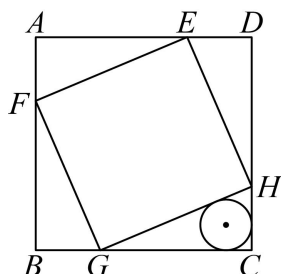
A.  $10(1+2x)=16.9$

B.  $10(1+x)^2 = 16.9$

C.  $10(1+x^2)=16.9$

D.  $10(1+x)=16.9$

7. 如图,  $E, F, G, H$  四点分别在正方形  $ABCD$  的四条边上,  $AF = BG = CH = DE$ . 若  $AB = 17$ ,  $EF = 13$ , 则  $\triangle GCH$  的内切圆半径为 ( )



A 1

B. 2

C. 3

D. 4

8. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 一张纸片被  $y$  轴分成矩形  $ABOC$  和平行四边形  $CODE$  两部分. 点  $A$  的坐标为  $(-2\sqrt{3}, 2)$ , 点  $B, C$  分别在  $x$  轴和  $y$  轴上, 点  $D$  的坐标为  $(\sqrt{3}, 1)$ . 下列结论:

①纸片的面积是  $6\sqrt{3}$ ;

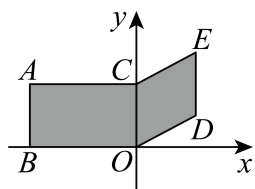
②点  $E$  的坐标为  $(\sqrt{3}, 3)$ ;

③若直线  $l$  既平分矩形  $ABOC$  的面积又平分  $\square CODE$  的面积, 则直线  $l$  的解析式为  $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x + \frac{4}{3}$ ;

④若点  $M$  是直线  $OD$  上的一个动点，连接  $EM$ ，设  $EM = m$ ，点  $C$  到  $EM$  的距离为  $n$ ，则  $m$  与  $n$  之间的关

系式为  $m = \frac{2\sqrt{3}}{n} (0 < n \leq 2)$ .

其中正确结论的个数是 ( )



A. 1

B. 2

C. 3

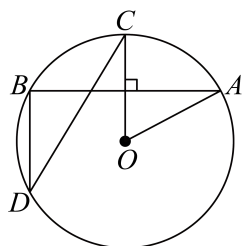
D. 4

## 第Ⅱ卷 (非选择题共 96 分)

二、填空题: 本大题共 8 个小题, 每小题 3 分, 满分 24 分.

9. 如果  $\star \times \left(-\frac{5}{9}\right) = 1$ , 则 “ $\star$ ” 表示的数是\_\_\_\_\_.

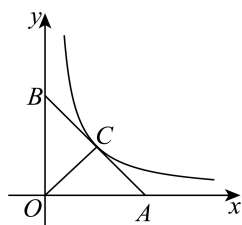
10. 如图, 点  $A, B, C, D$  在  $\odot O$  上,  $OC \perp AB$ ,  $\angle AOC = 60^\circ$ , 则  $\sin \angle BDC$  的值为\_\_\_\_\_.



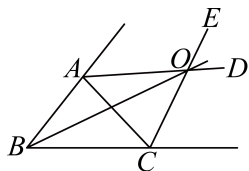
11. 在一次试验中, 每个电子元件有通电或断电两种状态, 并且这两种状态的可能性相等. 如图, 在一定时间段内,  $A, B$  之间电流能够正常通过的概率是\_\_\_\_\_.



12. 如图, 在平面直角坐标系  $xOy$  中, 点  $A, B$  分别在  $x$  轴和  $y$  轴上, 点  $C$  为  $AB$  的中点, 反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  的图象经过点  $C$ . 若点  $B$  的坐标为  $(0, 6)$ ,  $OC = 5$ , 则  $k =$ \_\_\_\_\_.



13. 如图,  $\triangle ABC$  的两个外角的平分线  $AD, CE$  相交于点  $O$ . 若点  $O$  到  $BC$  的距离为 3.5,  $AB = 4$ , 则  $\triangle ABO$  的面积为\_\_\_\_\_.



14. 据说, 我国著名数学家华罗庚在一次出国访问途中, 看到飞机上邻座的乘客阅读的杂志上有一道智力题: 一个数是 59319, 希望求它的立方根. 华罗庚脱口而出: 39. 邻座的乘客十分惊奇, 忙问计算的奥妙. 华罗庚解释如下:

①由  $10^3 = 1000$ ,  $100^3 = 1000000$ ,  $1000 < 59319 < 1000000$ , 可得  $10 < \sqrt[3]{59319} < 100$ , 由此确定  $\sqrt[3]{59319}$  是两位数;

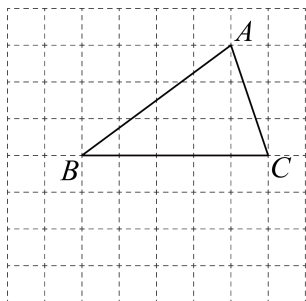
②59319 的个位上的数是 9, 因为只有  $9^3$  的个位上的数是 9, 所以  $\sqrt[3]{59319}$  的个位上的数是 9;

③如果划去 59319 后面的三位数 319 得到 59, 而  $3^3 = 27$ ,  $4^3 = 64$ , 又  $27 < 59 < 64$ , 由此确定  $\sqrt[3]{59319}$  的十位上的数是 3, 从而得到 59319 的立方根是 39.

已知 373248 是一个整数的立方, 请你按照上述方法, 确定 373248 的立方根是\_\_\_\_\_.

15. 两个非零实数  $m$ 、 $n$  满足  $m^2 + \sqrt{3}n = 5$ ,  $n^2 + \sqrt{3}m = 5$ , 且  $m \neq n$ , 则  $\frac{m}{n} + \frac{n}{m} =$ \_\_\_\_\_.

16. 如图, 每个小正方形的边长都为 1, 点  $A$ 、 $B$ 、 $C$  均在格点上.



(1) 只用无刻度的直尺在  $AC$  上找一点  $D$ , 使得  $BD$  最短 (保留作图痕迹) \_\_\_\_\_.

(2) 在 (1) 的基础上, 在  $BC$  边上找一点  $M$ , 使得  $MA + MD$  最小, 最小值为\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共 8 个小题, 满分 72 分. 解答时请写出必要的演推过程.

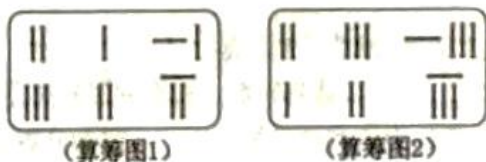
17. (1) 计算:  $(-3)^0 - \sqrt[3]{8} + 16 \div (-4)$ ;

(2) 解不等式:  $x - 3(x - 2) \geq 4$ .

18. 我国古代很早就开始研究一次方程组, 在《九章算术》的“方程”章中, 古人用算筹表示一次方程组. 例

如, 算筹图 1 表示的方程组为  $\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 3x + 2y = 7 \end{cases}$ , 图中省略了未知数  $x$  和  $y$ , 各行从左到右用算筹依次表示未知

数  $x$ ,  $y$  的系数与相应的常数项. 请写出算筹图 2 所表示的方程组, 并求出该方程组的解.



19. 已知  $A = x + y$ ,  $B = x^2 - y^2$ ,  $C = \frac{x-y}{x} \div \left( x - \frac{2xy-y^2}{x} \right)$ .

(1) 若  $\frac{A}{B} = \frac{1}{5}$ , 求  $C$  的值;

(2) 当  $y = 1$ , 且  $3C$  为整数时, 求  $x$  的整数值.

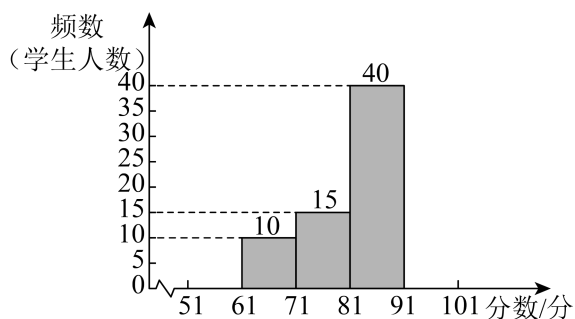
20. 2025 年 6 月 6 日是第 30 个全国“爱眼日”, 为了增强学生的护眼意识, 某校组织了一次全员护眼知识竞赛. 以下是本次护眼知识竞赛成绩抽样与数据分析过程.

【收集数据】随机抽取了部分学生的竞赛成绩组成一个样本.

【整理数据】整理发现样本数据的最低分为 51 分, 最高分为满分 100 分, 对样本数据分成 5 组进行统计整理, 绘制出如下不完整的统计表:

| 组别    | 分数                | 频数  | 百分比 |
|-------|-------------------|-----|-----|
| 第 1 组 | $51 \leq x < 61$  | $a$ | 5%  |
| 第 2 组 | $61 \leq x < 71$  | 10  | $m$ |
| 第 3 组 | $71 \leq x < 81$  | 15  | 15% |
| 第 4 组 | $81 \leq x < 91$  | 40  | 40% |
| 第 5 组 | $91 \leq x < 101$ | $b$ | $n$ |

【描述数据】根据样本数据的统计表绘制如下不完整的频数分布直方图.



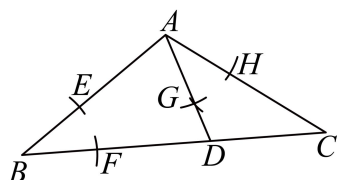
【分析数据】请根据以上信息, 解答下列问题:

(1)  $m =$  \_\_\_\_\_,  $n =$  \_\_\_\_\_; 请将频数分布直方图补充完整;

(2) 所抽取学生竞赛成绩的中位数处于第 \_\_\_\_\_ 组的分数段内;

(3) 计划将竞赛成绩不低于 91 分的学生评为“护眼知识达人”，请估计全校 3000 名学生中获得“护眼知识达人”的人数.

21. 如图， $\triangle ABC$  中， $\angle BAC = 108^\circ$ ， $AB = AC$ . 以点  $B$  为圆心，适当长为半径画弧，分别交  $BA, BC$  于点  $E, F$ ；以点  $A$  为圆心， $BE$  的长为半径画弧，交  $AC$  于点  $H$ ，以点  $H$  为圆心， $EF$  的长为半径画弧，两弧交于点  $G$ ；连接  $AG$  并延长交  $BC$  于点  $D$ .

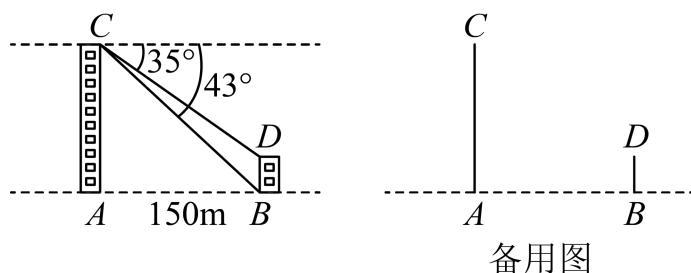


(1) 求证： $\triangle ACD \sim \triangle BCA$ ；

(2) 当  $AB = 4$  时，求  $BC$  的长.

22. 【活动背景】

如图，建筑物  $AC$ 、 $BD$  的高度不可直接测量. 为测量建筑物  $AC$ 、 $BD$  的高度，技术员小李用皮尺测得  $A$ 、 $B$  之间的水平距离为 150m，用测角仪在  $C$  处测得  $D$  点的俯角为  $35^\circ$ ，测得  $B$  点的俯角为  $43^\circ$ .



【问题解决】

(1) 请运用技术员小李提供的数据求出建筑物  $AC$ 、 $BD$  的高度 (结果保留整数)；(参考数据： $\sin 35^\circ \approx 0.57$ ， $\cos 35^\circ \approx 0.82$ ， $\tan 35^\circ \approx 0.70$ ， $\sin 43^\circ \approx 0.68$ ， $\cos 43^\circ \approx 0.73$ ， $\tan 43^\circ \approx 0.93$ )

(2) 请再设计一种测量建筑物  $AC$ 、 $BD$  高度的方案 (建筑物的宽度忽略不计)，画出平面示意图，把应测数据在示意图中用字母标记出来，并用含字母的式子表示出建筑物  $AC$ 、 $BD$  的高度. (可提供的测量工具：皮尺、测角仪)

23. 在平面直角坐标系  $xOy$  中，已知点  $M(2, -3)$  在抛物线  $y = x^2 - \frac{2}{3}mx - m$  上.

(1) 求抛物线的顶点坐标；

(2) 点  $N(a, b)$  在抛物线上，若点  $N$  到  $y$  轴的距离小于 4，请直接写出  $b$  的取值范围.

(3) 把直线  $y = x$  向下平移  $n$  ( $n > 0$ ) 个单位长度后与抛物线的两个交点都在第四象限，求  $n$  的取值范围.

24. 【背景资料】

最小覆盖圆在几何学和计算机科学中有着广泛的应用. 我们把能完全覆盖某平面图形的最小的圆称为该平面图形的最小覆盖圆. 如线段的最小覆盖圆是以线段为直径的圆, 锐角三角形的最小覆盖圆是这个三角形的外接圆, 直角三角形的最小覆盖圆是以斜边为直径的圆, 钝角三角形的最小覆盖圆是以最长边为直径的圆, 正方形的最小覆盖圆是以对角线为直径的圆.

### 【动手操作】

如图 1,  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC > 90^\circ$ , 请作出  $\triangle ABC$  的最小覆盖圆. (要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 不写作法.)

### 【迁移运用】

正方形  $ABCD$  的边长为 7, 在边  $CD$  上截取  $CE = 2$ , 以  $CE$  为边向外作正方形  $CEFG$ .

(1) 如图 2, 连接  $AF, DF$ , 求  $\triangle ADF$  的最小覆盖圆的直径;

(2) 将图 2 中的正方形  $CEFG$  绕点  $C$  逆时针旋转  $90^\circ$  (如图 3),  $\odot O$  经过  $A, D, F$  三点, 且与边  $AB, CD$  分别交于点  $I, L$ , 求  $\triangle ADF$  的最小覆盖圆的直径;

(3) 将正方形  $CEFG$  绕点  $C$  旋转, 分别取  $DB, BG, GE, ED$  的中点  $M, N, P, Q$ , 顺次连接各中点, 得到四边形  $MNPQ$  (如图 4). 在旋转过程中, 四边形  $MNPQ$  的最小覆盖圆的直径  $d$  的值是否发生变化? 如果不变, 请直接写出  $d$  的值; 如果变化, 请直接写出  $d$  的取值范围.

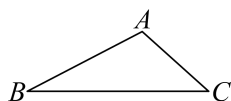


图1

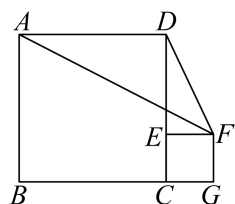


图2

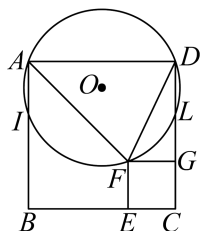


图3

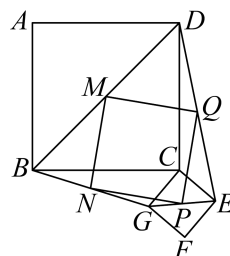


图4