

济南市 2025 年九年级学业水平考试

数学试题

(考试时间: 120 分钟 满分: 150 分)

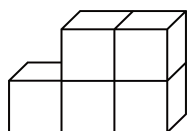
选择题部分 共 40 分

一、选择题 (本大题共 10 个小题, 每小题 4 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.)

1. 下列各数中为负数的是 ()

- A. $\sqrt{3}$ B. 0 C. 2 D. -1

2. 如图是由几个大小相同的小立方块搭成的几何体, 其主视图是 ()



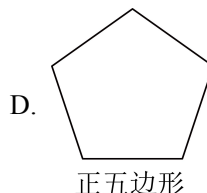
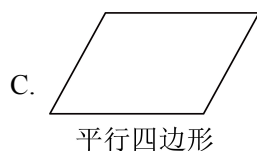
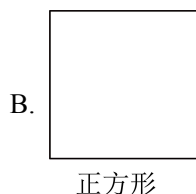
正面

- A.  B.  C.  D. 

3. 2025 年“五一”假期, 济南市图书馆推出全民阅读文化市集、集邮展销等活动, 累计接待读者 96110 人次, 数据 96110 用科学记数法表示为 ()

- A. 9.611×10^3 B. 96.11×10^3 C. 9.611×10^4 D. 0.961×10^5

4. 下列图形中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



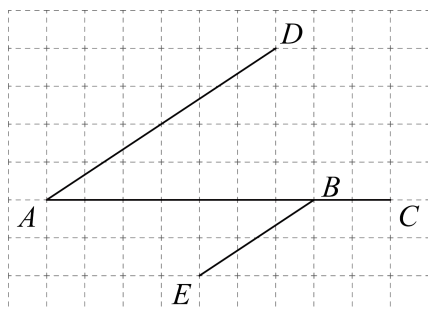
5. 下列运算正确的是 ()

- A. $m^2 \cdot m^3 = m^5$ B. $m^6 \div m^2 = m^3$
C. $2m + 3n = 5mn$ D. $(m^2)^3 = m^5$

6. 已知 $a > b$, 则下列不等式一定成立的是 ()

- A. $a-1 < b-1$ B. $\frac{a}{2} < \frac{b}{2}$ C. $-a > -b$ D. $2a > a+b$

7. 如图，在由边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，点 A, B, C, D, E 都在网格的格点上，则下列结论正确的是（ ）



- A. $\angle DAC > \angle EBA$ B. $\angle DAC < \angle EBA$
C. $\angle DAC = \angle EBA$ D. $\angle DAC + \angle EBA = 60^\circ$

8. 某学校食堂准备了 A, B, C, D 四种营养套餐，如果小明和小亮每人随机选择其中一种营养套餐，则他们恰好选到同一种营养套餐的概率是（ ）

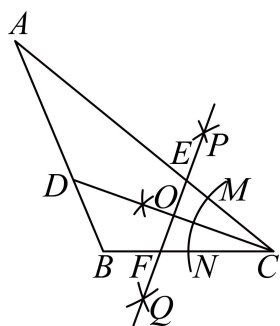
- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$

9. 如图，在 ABC 中，按如下步骤作图：

①在 CA 和 CB 上分别截取 CM, CN ，使 $CM = CN$ ，分别以点 M 和 N 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧，两弧在 $\angle ACB$ 内交于点 O ，作射线 CO 交 AB 于点 D ，

②分别以点 C 和 D 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}CD$ 的长为半径作弧，两弧相交于点 P 和 Q ，作直线 PQ 交 AC 于点 E ，交 BC 于点 F 。

根据以上作图，若 $AD = 4$ ， $DB = 2$ ， $BC = 3\sqrt{2}$ ，则线段 AE 的长为（ ）



- A. $\frac{11\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{11}{2}$ C. 5 D. $4\sqrt{2}$

10. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 为常数， $a \neq 0$) 图像的顶点坐标是 $(-1, n)$ ，且经过 $(1, 0)$ ， $(0, m)$ 两点， $3 < m < 4$ 。有下列结论：

①关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c - n + 1 = 0 (a \neq 0)$ 有两个不相等的实数根;

②当 $x > -1$ 时, y 的值随 x 值的增大而减小; ③ $-\frac{4}{3} < a < -1$;

④ $4a - 2b + c > 0$; ⑤对于任意实数 t , 总有 $(t+1)(at - a + b) \leq 0$.

以上结论正确的有 ()

A. 5 个

B. 4 个

C. 3 个

D. 2 个

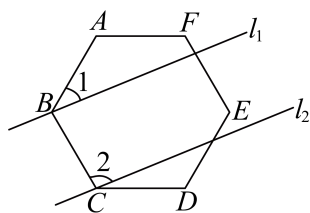
二、填空题: 本题共 5 小题, 每小题 4 分, 共 20 分. 直接填写答案.

11. 已知一个正方形的面积为 2, 则其边长为_____.

12. 在一个不透明的袋中有 2 个红球、3 个黄球和 4 个白球, 这些球除颜色外都相同. 从中随机摸出一个球, 这个球是红球的概率为_____.

13. 如图, 两条直线 l_1 , l_2 分别经过正六边形 $ABCDEF$ 的顶点 B , C , 且 $l_1 \parallel l_2$. 当 $\angle 1 = 37^\circ$ 时,

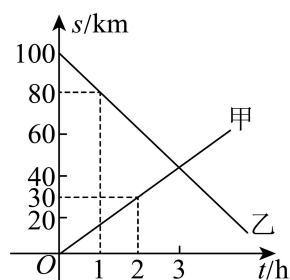
$\angle 2 =$ _____ $^\circ$.



14. A , B 两地相距 100km, 甲、乙两人骑车同时分别从 A , B 两地相向而行. 假设他们都保持匀速行驶,

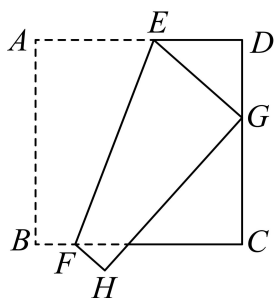
甲、乙两人各自到 A 地的距离 s (km) 与骑车时间 t (h) 的关系如图所示, 则他们相遇时距离 A 地_____

km.



15. 如图, 正方形纸片 $ABCD$ 中, E 是 AD 上一点, 将纸片沿过点 E 的直线折叠, 使点 A 落在 CD 上的点

G 处, 点 B 落在点 H 处, 折痕 EF 交 BC 于点 F . 若 $CG = 4$, $EF = 4\sqrt{3}$, 则 $AB =$ _____.

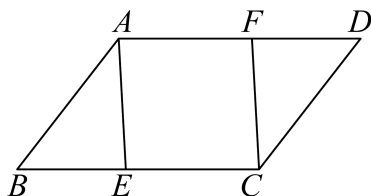


三、解答题：本题共 10 小题，共 90 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．

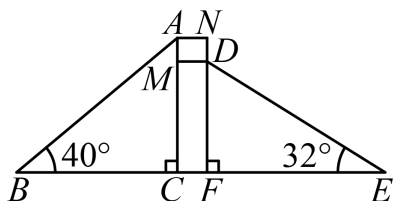
16. 计算： $(\pi-3)^0 + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + |-5| + 2\sin 45^\circ - \sqrt{8}$.

17. 解不等式组 $\begin{cases} 4-x > 2(1-x) & \textcircled{1} \\ \frac{x-2}{2} < \frac{7-x}{3} & \textcircled{2} \end{cases}$ 并写出它的所有整数解.

18. 已知：如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，点 E, F 分别在 BC 和 AD 上，且 $AF = CE$. 求证： $\angle AEB = \angle CFD$.



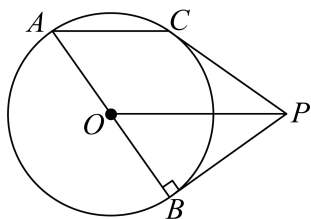
19. 某水上乐园有两个相邻的水上滑梯，如图所示，左边滑梯的长度 AB 为 21m，倾斜角为 40° ，右边滑梯的高度 DF 为 11m，倾斜角为 32° ，支架 AC ， NF 都与地面垂直， AN ， MD 都与地面平行，两支架之间的距离 CF 为 3m（点 B, C, F, E 在同一条直线上）



(1) 求两滑梯的高度差；

(2) 两滑梯的底端分别为 B, E ，求 BE 的长．（结果精确到 0.01m．参考数据： $\sin 32^\circ \approx 0.530$ ， $\cos 32^\circ \approx 0.848$ ， $\tan 32^\circ \approx 0.625$ ， $\sin 40^\circ \approx 0.643$ ， $\cos 40^\circ \approx 0.766$ ， $\tan 40^\circ \approx 0.839$ ）

20. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C 为 $\odot O$ 上一点， P 为 $\odot O$ 外一点， $OP \parallel AC$ ，且 $\angle OBP = 90^\circ$ ，连接 PC .



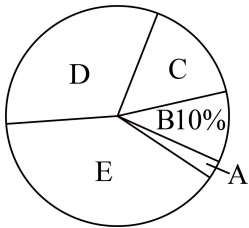
(1) 求证： PC 与 $\odot O$ 相切；

(2) 若 $AO=3$ ， $OP=5$ ，求 AC 的长.

21. 某学校为了更好地开展学生体育活动，组织八年级学生进行体育测试（百分制），从中随机抽取了部分学生的成绩（成绩用 x 表示，单位：分），并对数据（成绩）进行整理，数据分为五组，下面给出了部分信息：

a. 抽取的学生体育测试成绩统计表和不完整的扇形统计图如下：

组别	成绩/分	人数（频数）
A	$0 \leq x < 20$	1
B	$20 \leq x < 40$	5
C	$40 \leq x < 60$	m
D	$60 \leq x < 80$	16
E	$80 \leq x \leq 100$	20



b. D 组的数据：60，60，61，62，62，63，63，66，67，67，70，70，71，74，75，79

请根据以上信息完成下列问题：

- (1) 求随机抽取的学生人数；
- (2) 统计表中的 $m =$ _____，扇形统计图中 E 组所对应扇形的圆心角为 _____ 度；
- (3) 抽取的八年级学生体育测试成绩的中位数为 _____ 分；
- (4) 若该校八年级共有 800 名学生参加了此次体育测试，请你估计该校八年级参加此次体育测试成绩达到 60 分及以上的学生人数.

22. 随着“体重管理年”三年行动的实施，全民体重管理意识和技能逐步提升. 某健身中心要采购甲、乙两种型号的健身器材以满足群众的健身需求. 据了解，甲型健身器材的单价比乙型健身器材的单价低 300 元，用 50000 元购买甲型健身器材的数量和用 56000 元购买乙型健身器材的数量相同.

- (1) 求甲、乙两种型号健身器材的单价各是多少元.
- (2) 该健身中心计划购买甲、乙两种型号的健身器材共 20 台，且甲型健身器材的购买数量不超过乙型健身器材购买数量的 3 倍，购买甲型健身器材多少台时采购费用最少？最少采购费用是多少元？

23. 一次函数 $y = 2x + 4$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图象交于点 $A(m, 6)$ ，与 x 轴交于点 B ，与 y 轴交于点 C 。

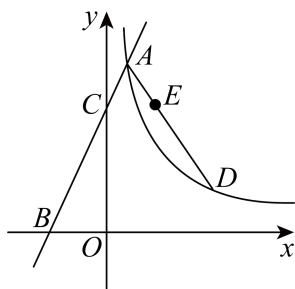


图1

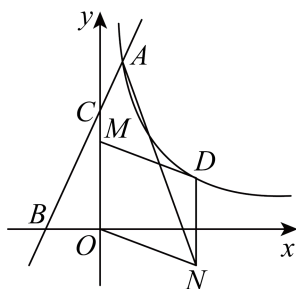


图2

(1) 求 m, k 的值.

(2) D 为反比例函数图象上的一点且横坐标大于 m .

①如图 1, 若点 D 的横坐标为 4, 连接 AD , E 为线段 AD 上一点, 且 $\frac{AE}{ED} = \frac{1}{2}$, 求点 E 的坐标;

②如图 2, M 为线段 OC 上一点, 且 $CM = 1$, 四边形 $OMDN$ 是平行四边形, 连接 AN , 若 $\angle BAN = 45^\circ$, 求点 D 的坐标.

24. 二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象经过 $A(3, 1)$, $B(0, -2)$ 两点, 顶点为 G .

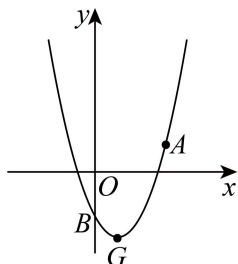


图1

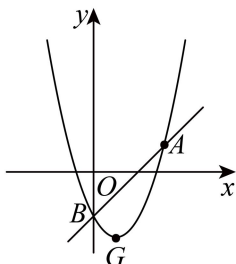


图2

(1) 求二次函数的表达式和顶点 G 的坐标.

(2) 如图 1, 将二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象沿 x 轴方向平移 $n (n > 0)$ 个单位长度得到一个新函数的图象, 当 $0 \leq x \leq 3$ 时, 新函数的最大值是 8, 求 n 的值.

(3) 如图 2, 将二次函数 $y = x^2 + bx + c$ 的图象沿直线 AB 平移, 点 A, G 的对应点分别为 A', G' , 连接 $AG', A'G$, 线段 AG' 与 $A'G$ 交于点 M . 若 $\tan \angle BMG = \frac{1}{3}$, 请直接写出点 G' 的坐标.

25. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 6$, $BC = 8$, 点 O 为 AC 的中点. 在 $\text{Rt}\triangle DBE$ 中, $\angle DBE = 90^\circ$, $DB = 3$, $BE = 4$, 连接 EO 并延长到点 F , 使 $OF = EO$, 连接 AF .

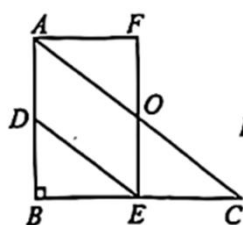


图 1

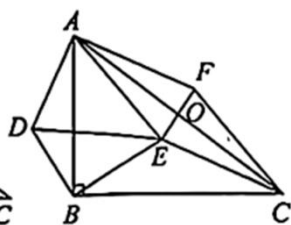
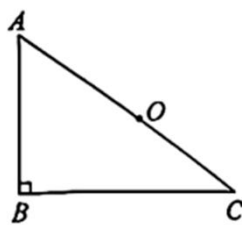


图 2



备用图

【初步感知】(1) 如图 1, 当点 D, E 分别在 AB, BC 上时, 请完成填空: $\angle DAF =$ _____ $^\circ$;

$$\frac{AD}{AF} = \text{_____}.$$

【深入探究】(2) 如图 2, 若将图 1 中的 $\triangle DBE$ 绕点 B 按逆时针方向旋转一定的角度 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$), 连接 AD, CE, AE, CF .

① (1) 中的结论是否仍然成立? 若成立, 请予以证明; 若不成立, 请说明理由.

② 当四边形 $AECF$ 的面积最小时, 求线段 AD 的长.