

2025 年德州市初中学业水平考试

数学试题

本试题分选择题 40 分，非选择题 110 分，全卷满分 150 分，考试时间为 120 分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并收回。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的县（市、区）、学校、姓名、准考证号填写在答题卡和试卷规定的位置上。
2. 第 I 卷每小题选出答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选余其他答案标号。
3. 第 II 卷必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，答案必须写在答题卡各题目指定区域内的位置，不能写在试卷上；如需改动，先划掉原来的答案，然后再写上新的答案；不能使用涂改液、胶带纸、修正带。不按以上要求作答的答案无效。
4. 填空题请直接填写答案，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

第 I 卷（选择题 共 40 分）

一、选择题：本大题共 10 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的，请把正确的选项选出来。每小题选对得 4 分，选错、不选或选出的答案超过一个均记零分。

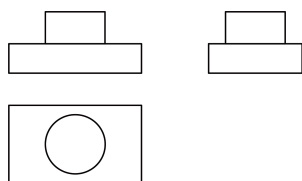
1. “九达天衢”写成篆体，四个篆体字中可以看作轴对称图形的是（ ）

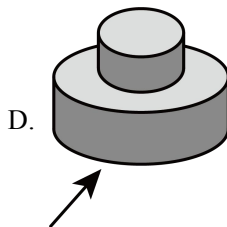
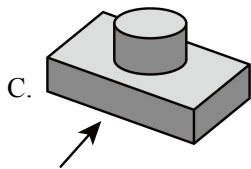


2. 下列实数为无理数的是（ ）



3. 某物体的三视图如图所示，与它对应的物体是（ ）

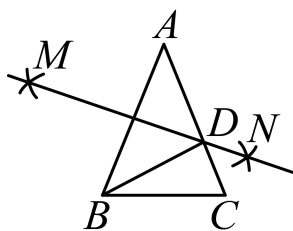




4. 已知 m, n 是正整数, 且满足 $3^m \cdot 3^m \cdot 3^m = 3^n$, 则 m 与 n 的关系正确的是 ()

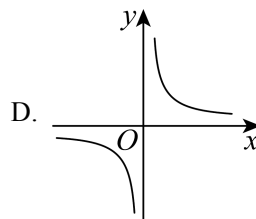
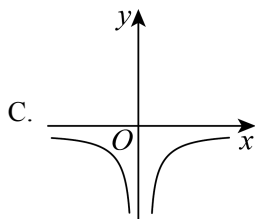
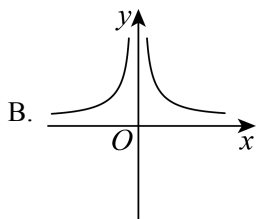
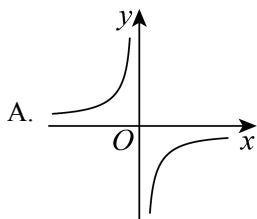
- A. $3m = n$ B. $m^3 = n$ C. $m + 3 = n$ D. $m + 1 = n$

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$. 分别以点 A 和点 B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 的长为半径作弧, 两弧交于 M, N 两点, 作直线 MN , 与 AC 交于点 D , 连接 BD , 若 $\angle A = 42^\circ$, 则 $\angle CBD$ 的度数为 ()

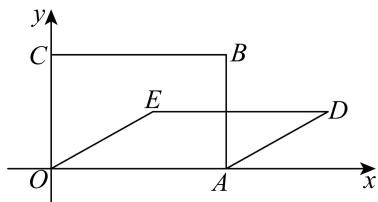


- A. 21° B. 27° C. 30° D. 34.5°

6. 在平面直角坐标系中, 函数 $y = -\frac{1}{|x|}$ 的图象是 ()

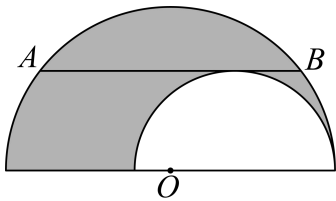


7. 如图, 矩形 $OABC$ 的顶点 O, A, C 的坐标分别是 $(0,0), (3,0), (0,2)$, $\square OADE$ 与矩形 $OABC$ 周长相等, $\square OADE$ 的面积是矩形 $OABC$ 面积的一半, 则点 D 的坐标为 ()



- A. $(3 + \sqrt{3}, 1)$ B. $(3 + \sqrt{2}, \sqrt{2})$ C. $(5, 1)$ D. $(3 + \sqrt{3}, \sqrt{3})$

8. 如图, 从一张半圆形的铁片上剪下一个小的半圆形铁片, 为了计算剩余部分的面积, 在图中作出一条小圆的切线, 并使它平行于大圆的直径. 设这条切线交大圆于点 A, B , 量得 AB 的长是 5cm , 则剩余部分的面积是 ()



- A. $25\pi\text{cm}^2$ B. $\frac{25}{2}\pi\text{cm}^2$ C. $\frac{25}{4}\pi\text{cm}^2$ D. $\frac{25}{8}\pi\text{cm}^2$

9. 如图，题目中的部分文字被墨水污染无法辨认，导致题目因缺少条件而无法解答。经查看答案解析发现，

若设第一次购买了 x 个魔方，则可列方程 $\frac{1500}{x} - \frac{1000}{x-10} = 5$ 进行解答。则被墨水污染部分的文字为 ()

某校为魔方社团采购某款魔方，第一次用1500元买了若干个，第二次用1000元在同一商家购买同款的魔方，这次比上次多买了10个。求第一次购买了多少个魔方。

- A. 这次商家每个魔方涨价 5 元，结果比上次多买了 10 个
 B. 这次商家每个魔方涨价 5 元，结果比上次少买了 10 个
 C. 这次商家每个魔方优惠 5 元，结果比上次多买了 10 个
 D. 这次商家每个魔方优惠 5 元，结果比上次少买了 10 个

10. 我们探究发现，关于 x, y 的方程 $x + 2y = 3$ 的正整数解有 1 组， $x + 2y = 5$ 的正整数解有 2 组， $x + 2y = 7$ 的正整数解有 3 组， $\cdots$ ，那么关于 x, y, z 的方程 $x + 2y + 2z = 15$ 的正整数解有 ()

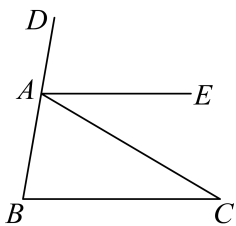
- A. 7 组 B. 21 组 C. 28 组 D. 42 组

第 II 卷 (非选择题 共 110 分)

二、填空题：本大题共 5 小题，共 20 分。只要求填写最后结果，每小题填对得 4 分。

11. 若 $\sqrt{x-3}$ 在实数范围内有意义，则实数 x 的取值范围是_____。

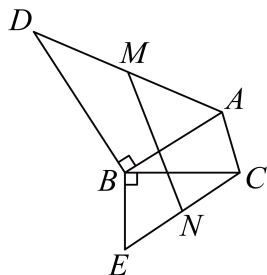
12. 如图， $\angle DAC$ 是 $\triangle ABC$ 的外角，射线 AE 在 $\angle DAC$ 的内部，添加一个条件_____，使得 $AE \parallel BC$ 。(写出一种情况即可)



13. 把英文单词“PEOPLE”中的字母依次写在完全相同的 6 张卡片上，每张卡片上只写其中的 1 个字母。然后将卡片洗匀，从中随机抽取 2 张，恰好是字母相同的两张卡的概率是_____。

14. 已知点 $P(a, b)$ 在双曲线 $y_1 = \frac{1}{x}$ 上, 点 $M(6a, b)$, $N(a, c)$ 在双曲线 $y_2 = \frac{k}{x}$ 上, 若 $|b - c| = 2$, 则 N 的坐标为_____.

15. 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 30^\circ$, $AB = 3$, $BC = 2\sqrt{2}$, 分别以 AB , BC 为直角边, 以 B 为直角顶点向 $\triangle ABC$ 外作 $\text{Rt}\triangle ABD$ 和 $\text{Rt}\triangle CBE$, 且 $\angle DAB = \angle E$, M, N 分别是 AD , CE 的中点, 连接 MN . 若 $AD = 3\sqrt{3}$, 则 MN 的长度为_____.

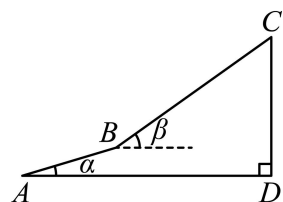


三、解答题: 本大题共 8 小题, 共 90 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

16. (1) 计算: $\sqrt{12} + |\sqrt{3} - 2| - \left(\frac{1}{2}\right)^2$;

(2) 化简: $\frac{2m-4}{m^2-1} \cdot \frac{m^2+2m+1}{m-2} - \frac{m+2}{m-1}$.

17. 暑假期间, 小明一家到某旅游风景区登山. 他们从山底 A 处出发, 先步行 200m 到达 B 处, 再从 B 处坐缆车到达山顶 C 处. 已知山坡 AB 的坡角 $\alpha = 16^\circ$, 缆车的行驶路线 BC 与水平面的夹角 $\beta = 37^\circ$, 这座山的高度 $CD = 296\text{m}$, A, B, C, D 在同一平面内.



(1) 求小明一家步行上升的垂直高度 (结果取整数);

(2) 求缆车的行驶路线 BC 的长 (结果取整数). (参考数据: $\sin 16^\circ \approx 0.28$, $\cos 16^\circ \approx 0.96$, $\tan 16^\circ \approx 0.29$; $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$)

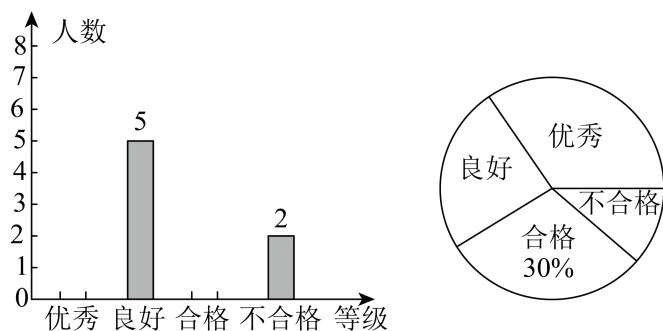
18. 本学期, 为提高七年级学生排球垫球水平, 某校对七年级学生实施了“百日提升训练计划”, 并分别于 3 月份和 6 月份进行了一分钟垫球数量测试, 测试成绩用 x (单位: 个) 表示, 分为四个等级, 包括优秀: $x \geq 30$; 良好: $25 \leq x < 30$; 合格: $20 \leq x < 25$; 不合格: $x < 20$.

为了解本计划的实施效果, 随机抽取了 20 名学生, 对他们 3 月份和 6 月份的测试成绩进行整理、描述和分析, 部分信息如下:

信息一: 3 月份测试成绩如下:

17 33 28 27 35 19 21 22 25 22
25 27 19 27 18 27 28 29 31 32

信息二：6 月份测试成绩绘制成不完整的条形图和扇形图如下：



信息三：测试成绩对比表如下：

月份	平均数/个	众数/个	优秀率
3 月	25.6	a	b
6 月	27.7	29	c

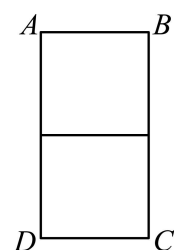
请根据以上信息；完成下面问题：

- 补全条形图；
- 表中的 $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____；
- 已知该校七年级共 400 人，请估算七年级，6 月份达到“优秀”等级的学生比 3 月份增加了多少人？

19. 综合与实践

【活动背景】

数学活动课上，老师提供了如下素材：



某窗户生产厂家要用一根长为 6m 的铝合金型材制作一个“日”字形窗户框架 $ABCD$ (如图)，要求恰好用完整条铝合金型材（接缝及型材宽度忽略不计）。

【活动任务】

结合素材信息，运用所学数学知识，给出合理的窗户框架设计方案。

【方案一】

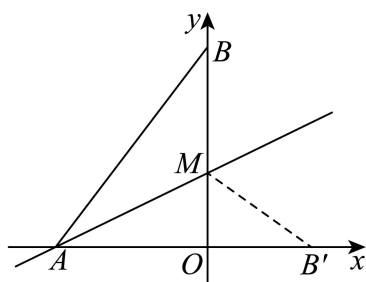
甲学习小组从美观角度出发，计划把窗户框架长宽之比设计为接近黄金分割比的 5:3. 请帮助甲学习小组

求出此时窗户框架的宽 AB .

【方案二】

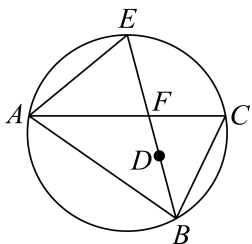
乙学习小组从实用角度出发, 计划把窗户面积设计得尽可能大, 从而使采光效果更好. 请帮助乙学习小组求出窗户的最大面积.

20. 如图, $A(-6,0), B(0,8)$, 点 M 在线段 OB 上, 将 $\triangle ABM$ 沿直线 AM 折叠, 点 B 恰好落在点 $B'(a,0)$ 处.



- (1) 求 a 的值;
- (2) 求直线 AM 的解析式;
- (3) 若直线 $y = -x + t$ 与直线 AM 的交点在直线 $x = a$ 的左侧, 请直接写出 t 的取值范围.

21. 如图, 点 D 是 $\triangle ABC$ 的内心, 连接 BD 并延长交 $\triangle ABC$ 的外接圆于点 E , BE 与 AC 交于点 F , 连接 AE .



- (1) 设 $\angle ABC = \alpha$, 则 $\angle EAC =$ _____; (用含 α 的式子表示)
- (2) 求证: $AE = DE$;
- (3) 若 $DE = 2, BD = 1$, 求 EF 的长.

22. 已知抛物线 $y = x^2 + (2m+3)x + n$ (m, n 为常数) 过点 $(1,5)$.

- (1) 若该抛物线与 y 轴交于点 $(0,-1)$.

①求该抛物线的解析式;

②已知 $A(x_1, y_1), B(2, y_2)$ 在该抛物线上, 若对于 $3t-1 < x_1 < 3t+2$, 都有 $y_1 > y_2$, 求 t 的取值范围;

- (2) 若对于任意实数 x , 都有 $x^2 + (2m+3)x + n \geq 3x + 2$, 此时抛物线 $y = x^2 + (2m+3)x + n$ 与直线 $y = 4$ 交于 M, N 两点, 求 MN 的长.

23. 已知点 O 是正方形 $ABCD$ 的中心，点 P, E 分别是对角线 AC ，边 BC 上的动点（均不与端点重合），作射线 PE 。

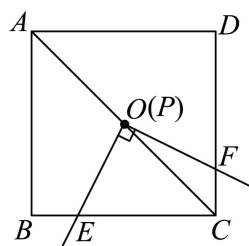


图1

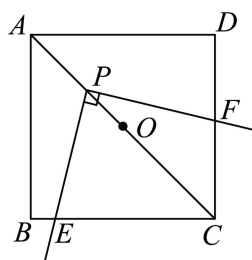


图2

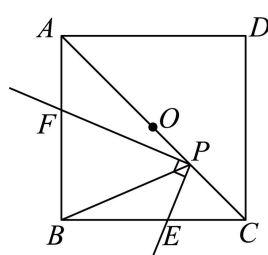


图3

(1) 将射线 PE 绕点 P 逆时针旋转 90° ，交边 CD 于点 F 。

①如图 1，当点 P 与点 O 重合时，求证： $PE = PF$ ；

②如图 2，当 $\frac{AP}{PC} = \frac{1}{2}$ 时，请判断 $\frac{S_{\text{四边形}PECF}}{S_{\text{正方形}ABCD}}$ 是否为定值。如果是，请求出该定值；如果不是，请说明理由；

(2) 如图 3，连接 BP ，当 $\angle BPE = 45^\circ$ 时，将射线 PE 绕点 P 顺时针旋转 90° ，交边 AB 于点 F 。若 $\frac{AP}{PC} = k$ ， $PE = a$ ，求四边形 $PEBF$ 的面积（用含 a, k 的式子表示）。