

2024 年青岛市初中学业水平考试

数学试题

(考试时间: 120 分钟 满分: 120 分)

说明:

1. 本试题分第 I 卷和第 II 卷两部分, 共 25 题. 第 I 卷为选择题, 共 9 小题, 27 分; 第 II 卷为填空题、作图题、解答题, 共 16 小题, 93 分.
2. 所有题目均在答题卡上作答, 在试题上作答无效.

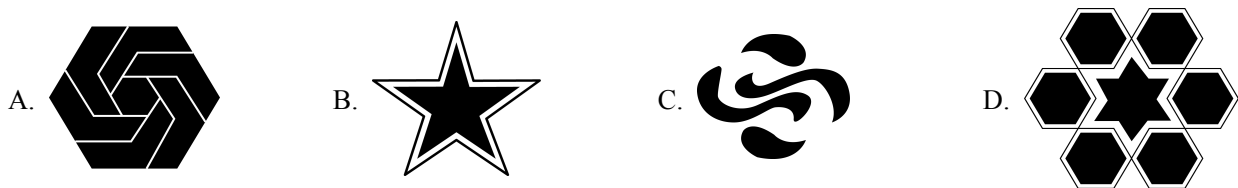
第 I 卷 (共 27 分)

一、选择题 (本大题共 9 小题, 每小题 3 分, 共 27 分)

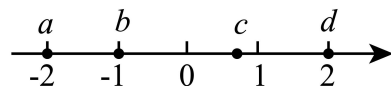
1. “海葵一号”是完全由我国自主设计建造的深水油气田“大国重器”, 集原油生产、存储、外输等功能于一体, 储油量达 60000 立方米. 将 60000 用科学记数法表示为 ()

A. 6×10^3 B. 60×10^3 C. 0.6×10^5 D. 6×10^4

2. 下列图形中, 既是轴对称图形, 又是中心对称图形的是 ()

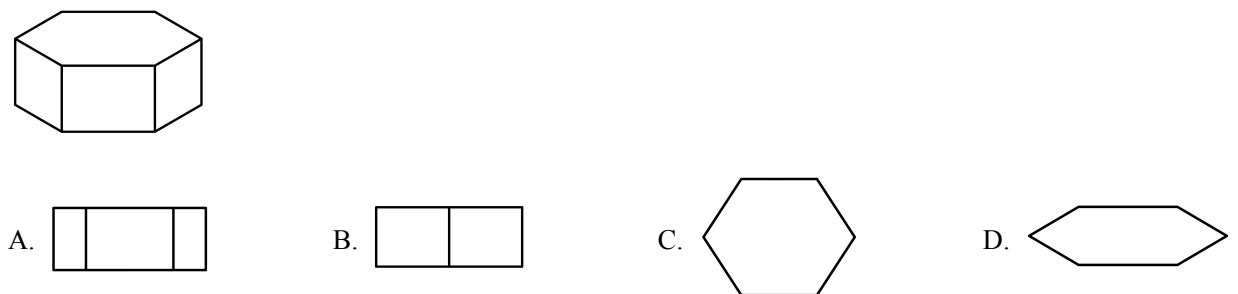


3. 实数 a, b, c, d 在数轴上对应点的位置如图所示, 这四个实数中绝对值最小的是 ()



A. a B. b C. c D. d

4. 如图所示的正六棱柱, 其俯视图是 ()



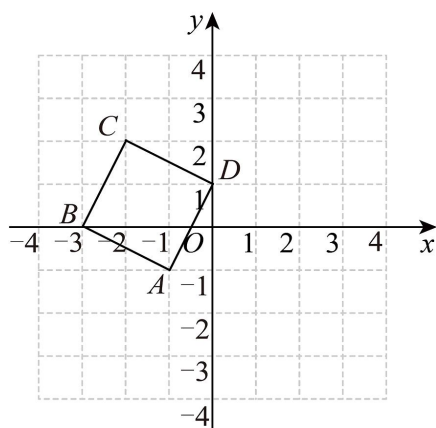
5. 下列计算正确的是 ()

A. $a + 2a = 3a^2$ B. $a^5 \div a^2 = a^3$

C. $(-a)^2 \cdot a^3 = -a^5$

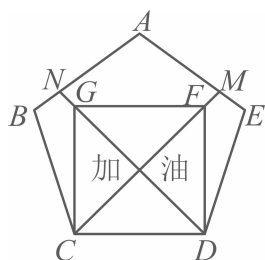
D. $(2a^3)^2 = 2a^6$

6. 如图, 将正方形 $ABCD$ 先向右平移, 使点 B 与原点 O 重合, 再将所得正方形绕原点 O 顺时针方向旋转 90° , 得到四边形 $A'B'C'D'$, 则点 A 的对应点 A' 的坐标是 ()



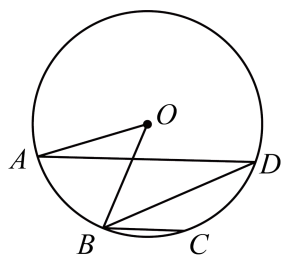
- A. $(-1, -2)$ B. $(-2, -1)$ C. $(2, 1)$ D. $(1, 2)$

7. 为筹备运动会, 小松制作了如图所示的宣传牌, 在正五边形 $ABCDE$ 和正方形 $CDFG$ 中, CF , DG 的延长线分别交 AE , AB 于点 M , N , 则 $\angle FME$ 的度数是 ()



- A. 90° B. 99° C. 108° D. 135°

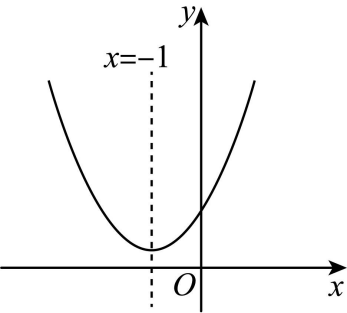
8. 如图, A , B , C , D 是 $\odot O$ 上的点, 半径 $OA = 3$, $\widehat{AB} = \widehat{CD}$, $\angle DBC = 25^\circ$, 连接 AD , 则扇形 AOB 的面积为 ()



- A. $\frac{5}{4}\pi$ B. $\frac{5}{8}\pi$ C. $\frac{5}{2}\pi$ D. $\frac{5}{12}\pi$

9. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象如图所示, 对称轴是直线 $x = -1$, 则过点 $M(c, 2a - b)$ 和点

$N(b^2 - 4ac, a - b + c)$ 的直线一定不经过 ()



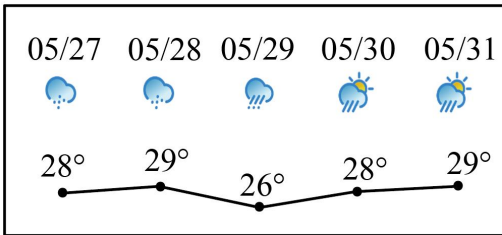
- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

第Ⅱ卷 (共 93 分)

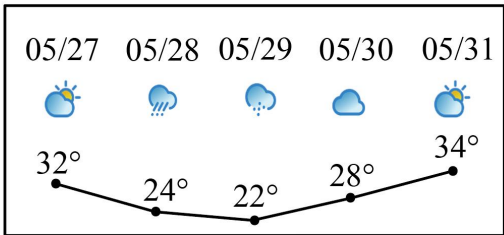
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

10. 计算: $\sqrt{18} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - 2\sin 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}.$

11. 图①和图②中的两组数据, 分别是甲、乙两地 2024 年 5 月 27 日至 31 日每天的最高气温, 设这两组数据的方差分别为 $s^2_{\text{甲}}$, $s^2_{\text{乙}}$, 则 $s^2_{\text{甲}} \underline{\hspace{1cm}} s^2_{\text{乙}}$. (填 “>”, “=”, “<”)

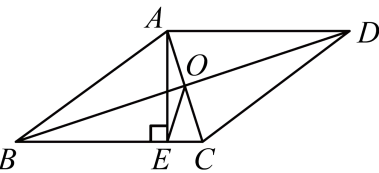


图①

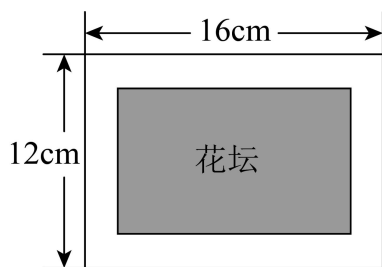


图②

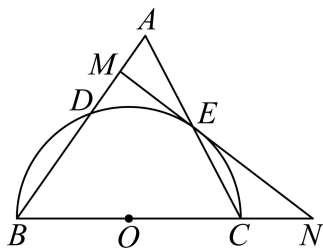
12. 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $BC = 10$, 面积为 60, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 过点 A 作 $AE \perp BC$, 交边 BC 于点 E , 连接 EO , 则 $EO = \underline{\hspace{2cm}}.$



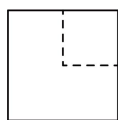
13. 如图, 某小区要在长为 16m, 宽为 12m 的矩形空地上建造一个花坛, 使花坛四周小路的宽度相等, 且花坛所占面积为空地面积的一半, 则小路宽为 $\underline{\hspace{2cm}}$ m.



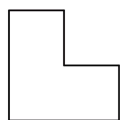
14. 如图, $\triangle ABC$ 中, $BA = BC$, 以 BC 为直径的半圆 O 分别交 AB , AC 于点 D , E , 过点 E 作半圆 O 的切线, 交 AB 于点 M , 交 BC 的延长线于点 N . 若 $ON = 10$, $\cos \angle ABC = \frac{3}{5}$, 则半径 OC 的长为_____.



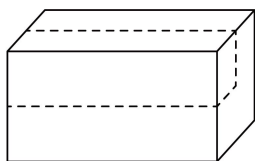
15. 如图①, 将边长为 2 的正方形纸板沿虚线剪掉边长为 1 的小正方形, 得到如图②的“纸板卡”, 若用这样完全相同的“纸板卡”拼成正方形, 最少需要_____块; 如图③, 将长、宽、高分别为 4, 2, 2 的长方体砖块, 切割掉长、宽、高分别为 4, 1, 1 的长方体, 得到如图④的“直角砖块”, 若用这样完全相同的“直角砖块”拼成正方体, 最少需要_____块.



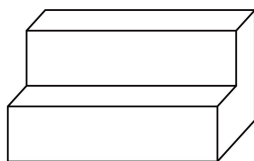
图①



图②



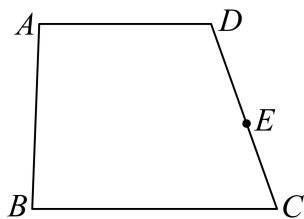
图③



图④

三、作图题 (本大题满分 4 分) 请用直尺、圆规作图, 不写作法, 但要保留作图痕迹.

16. 已知: 如图, 四边形 $ABCD$, E 为 DC 边上一点.



求作: 四边形内一点 P , 使 $EP \parallel BC$, 且点 P 到 AB , AD 的距离相等.

四、解答题 (本大题共 9 小题, 共 71 分)

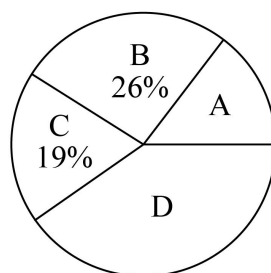
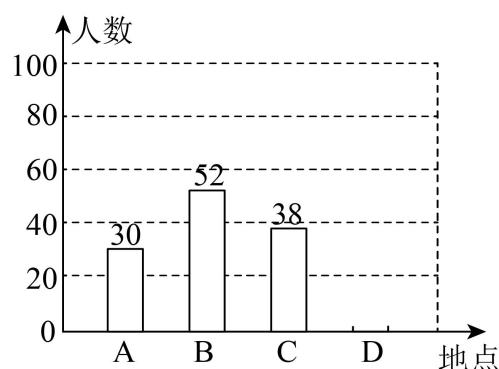
17. (1) 解不等式组:
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} \leq 1 \\ x < 3(x+2) \end{cases};$$

(2) 先化简 $\left(\frac{a^2+1}{a}-2\right) \div \frac{a^2-1}{a}$ ，再从 $-2, 0, 3$ 中选一个合适的数作为 a 的值代入求值。

18. 某校准备开展“行走的课堂，生动的教育”研学活动，并计划从博物馆、动物园、植物园、海洋馆（依次用字母 A, B, C, D 表示）中选择一处作为研学地点。为了解学生的选择意向，学校随机抽取部分学生进行调查，整理绘制了如下不完整的条形统计图和扇形统计图。

研学地点选择人数条形统计图

研学地点选择人数扇形统计图



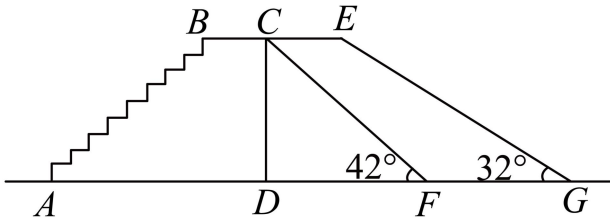
根据以上信息，解答下列问题：

- 补全条形统计图；扇形统计图中 A 所对应的圆心角的度数为_____°；
- 该校共有 1600 名学生，请你估计该校有多少名学生想去海洋馆；
- 根据以上数据，学校最终将海洋馆作为研学地点，研学后，学校从八年级各班分别随机抽取 10 名学生开展海洋知识竞赛。甲班 10 名学生的成绩（单位：分）分别是：75，80，80，82，83，85，90，90，90，95；乙班 10 名学生的成绩（单位：分）的平均数、中位数、众数分别是：84，83，88。根据以上数据判断_____班的竞赛成绩更好。（填“甲”或“乙”）

19. 学校拟举办庆祝“建国 75 周年”文艺汇演，每班选派一名志愿者，九年级一班的小明和小红都想参加，于是两人决定一起做“摸牌”游戏，获胜者参加。规则如下：将牌面数字分别为 1，2，3 的三张纸牌（除牌面数字外，其余都相同）背面朝上，洗匀后放在桌面上，小明先从中随机摸出一张，记下数字后放回并洗匀，小红再从中随机摸出一张。若两次摸到的数字之和大于 4，则小明胜；若和小于 4，则小红胜；若和等于 4，则重复上述过程。

- 小明从三张纸牌中随机摸出一张，摸到“1”的概率是_____；
 - 请用列表或画树状图的方法，说明这个游戏对双方是否公平。
20. “滑滑梯”是同学们小时候经常玩的游戏，滑梯的坡角越小，安全性越高。从安全性及适用性出发，小亮同学对所在小区的一处滑梯进行调研，制定了如下改造方案，请你帮小亮解决方案中的问题。

方	滑梯安全改造
---	--------

案 名 称	
测 量 工 具	测角仪、皮尺等
方 案 设 计	如图，将滑梯顶端 BC 拓宽为 BE，使 $CE = 1\text{m}$，并将原来的滑梯 CF 改为 EG，（图中所有点均在同一平面内，点 B, C, E 在同一直线上，点 A, D, F, G 在同一直线上） 
测 量 数 据	【步骤一】利用皮尺测量滑梯的高度 $CD = 1.8\text{m}$； 【步骤二】在点 F 处用测角仪测得 $\angle CFD = 42^\circ$； 【步骤三】在点 G 处用测角仪测得 $\angle EGD = 32^\circ$。
解 决 问 题	调整后的滑梯会多占多长一段地面？（即求 FG 的长）

（参考数据： $\sin 32^\circ \approx \frac{17}{32}$, $\cos 32^\circ \approx \frac{17}{20}$, $\tan 32^\circ \approx \frac{5}{8}$, $\sin 42^\circ \approx \frac{27}{40}$, $\cos 42^\circ \approx \frac{3}{4}$, $\tan 42^\circ \approx \frac{9}{10}$ ）

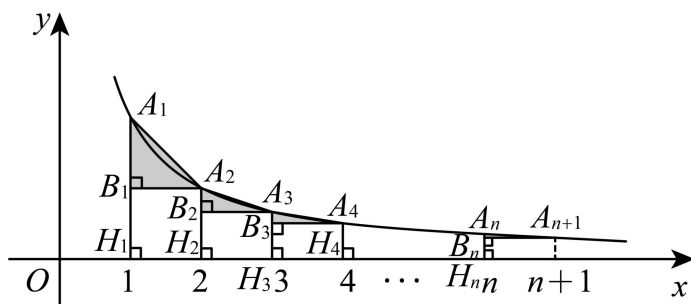
21. 为培养学生的创新意识，提高学生的动手能力，某校计划购买一批航空、航海模型．已知商场某品牌航空模型的单价比航海模型的单价多 35 元，用 2000 元购买航空模型的数量是用 1800 元购买航海模型数量的 $\frac{4}{5}$ ．

（1）求航空和航海模型的单价；

（2）学校采购时恰逢该商场“六一儿童节”促销：航空模型八折优惠．若购买航空、航海模型共 120 个，

且航空模型数量不少于航海模型数量的 $\frac{1}{2}$ ，请问分别购买多少个航空和航海模型，学校花费最少？

22. 如图，点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, A_{n+1}$ 为反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 图象上的点，其横坐标依次为 $1, 2, 3, \dots, n, n+1$. 过点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ 作 x 轴的垂线，垂足分别为点 $H_1, H_2, H_3, \dots, H_n$ ；过点 A_2 作 $A_2B_1 \perp A_1H_1$ 于点 B_1 ，过点 A_3 作 $A_3B_2 \perp A_2H_2$ 于点 B_2 ，...，过点 A_{n+1} 作 $A_{n+1}B_n \perp A_nH_n$ 于点 B_n . 记 $\triangle A_1B_1A_2$ 的面积为 S_1 ， $\triangle A_2B_2A_3$ 的面积为 S_2 ， $\dots$ ， $\triangle A_nB_nA_{n+1}$ 的面积为 S_n .

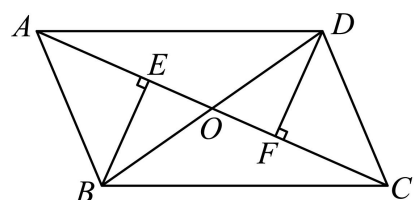


(1) 当 $k = 2$ 时，点 B_1 的坐标为 _____， $S_1 + S_2 =$ _____， $S_1 + S_2 + S_3 =$ _____，

$S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n =$ _____ (用含 n 的代数式表示)；

(2) 当 $k = 3$ 时， $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n =$ _____ (用含 n 的代数式表示)。

23. 如图，在四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 相交于点 O ， $\angle ABD = \angle CDB$ ， $BE \perp AC$ 于点 E ， $DF \perp AC$ 于点 F ，且 $BE = DF$.



(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是平行四边形；

(2) 若 $AB = BO$ ，当 $\angle ABE$ 等于多少度时，四边形 $ABCD$ 是矩形？请说明理由，并直接写出此时 $\frac{BC}{AB}$ 的值.

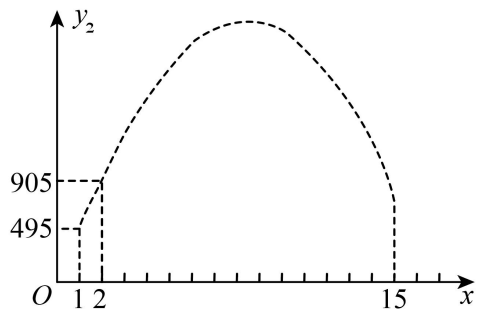
24. 5 月中旬，樱桃相继成熟，果农们迎来了繁忙的采摘销售季. 为了解樱桃的收益情况，从第 1 天销售开始，小明对自己家的两处樱桃园连续 15 天的销售情况进行了统计与分析：

A 樱桃园 第 x 天的单价、销售量与 x 的关系如下表：	B 樱桃园 第 x 天的利润 y_2 (元) 与 x 的关系可以近似地用二次函数
---	---

	单价 (元/盒)	销售量 (盒)
第 1 天	50	20
第 2 天	48	30
第 3 天	46	40
第 4 天	44	50
...	...	...
第 x 天		$10x+10$

第 x 天的单价与 x 近似地满足一次函数关系，已知每天的固定成本为 745 元.

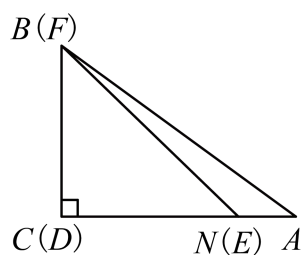
$y_2 = ax^2 + bx + 25$ 刻画，其图象如图：



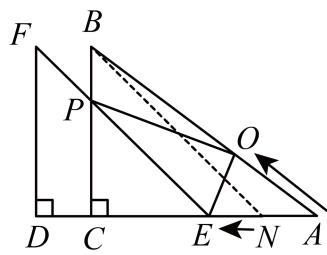
- (1) A 樱桃园第 x 天的单价是_____元/盒 (用含 x 的代数式表示)；
- (2) 求 A 樱桃园第 x 天的利润 y_1 (元) 与 x 的函数关系式；(利润 = 单价 $\times$ 销售量 - 固定成本)
- (3) ① y_2 与 x 的函数关系式是_____；
- ②求第几天两处樱桃园的利润之和 (即 $y_1 + y_2$) 最大，最大是多少元？
- (4) 这 15 天中，共有_____天 B 樱桃园的利润 y_2 比 A 樱桃园的利润 y_1 大.

25. 如图①， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8\text{cm}$, $BC = 6\text{cm}$, $\text{Rt}\triangle EDF$ 中， $\angle EDF = 90^\circ$, $DE = DF = 6\text{cm}$ ，边 BC 与 FD 重合，且顶点 E 与 AC 边上的定点 N 重合，如图②， $\triangle EDF$ 从图①所示位置出发，沿射线 NC 方向匀速运动，速度为 1cm/s ；同时，动点 O 从点 A 出发，沿 AB 方向匀速运动，速度为 2cm/s ， EF 与 BC 交于点 P ，连接 OP ， OE ，设运动时间为 $t(\text{s})$ $\left(0 < t \leq \frac{16}{5}\right)$. 解答

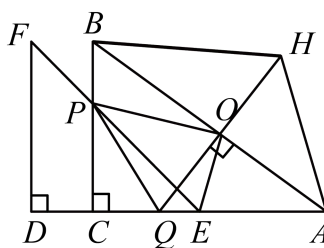
下列问题：



图①



图②



图③

- (1) 当 t 为何值时，点 A 在线段 OE 的垂直平分线上？
- (2) 设四边形 $PCEO$ 的面积为 S ，求 S 与 t 的函数关系式；
- (3) 如图③，过点 O 作 $OQ \perp AB$ ，交 AC 于点 Q ， $\triangle AOH$ 与 $\triangle AOQ$ 关于直线 AB 对称，连接 HB ．是否存在某一时刻 t ，使 $PO \parallel BH$ ？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由．