

2024 年淄博市初中学业水平考试数学试题

一、选择题（本大题共 10 小题，每题 4 分，共 40 分）

1. 下列运算结果是正数的是（ ）

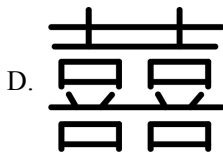
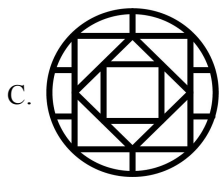
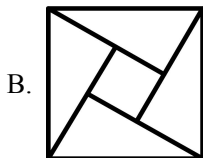
A. 3^{-1}

B. -3^2

C. $-|-3|$

D. $-\sqrt{3}$

2. 下列图案中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



3. 我国大力发展新质生产力，推动了新能源汽车产业的快速发展。据中国汽车工业协会发布的消息显示，2024 年 1 至 3 月，我国新能源汽车完成出口 30.7 万辆。将 30.7 万用科学记数法表示为 3.07×10^n 。则 n 的值是（ ）

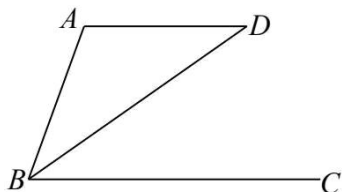
A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

4. 如图，已知 $AD \parallel BC$ ， BD 平分 $\angle ABC$ 。若 $\angle A = 110^\circ$ ，则 $\angle D$ 的度数是（ ）



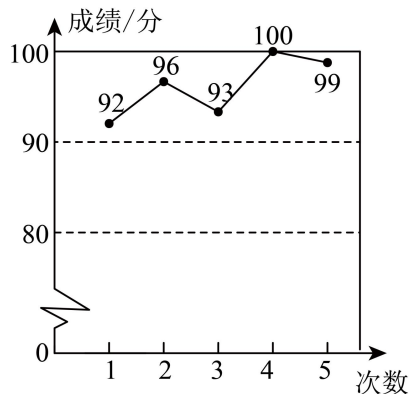
A. 40°

B. 36

C. 35°

D. 30

5. 数学兴趣小组成员小刚对自己的学习质量进行了测试。如图是他最近五次测试成绩（满分为 100 分）的折线统计图，那么其平均数和方差分别是（ ）

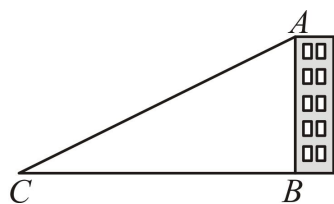


A. 95 分, $\sqrt{10}$ B. 96 分, $\sqrt{10}$

C. 95 分, 10

D. 96 分, 10

6. 如图, 在综合与实践活动课上, 小强先测得教学楼在水平地面上的影长 BC 为 35 m. 又在点 C 处测得该楼的顶端 A 的仰角是 29° . 则用科学计算器计算教学楼高度的按键顺序正确的是 ()

A. $35 \times \tan 29 =$ B. $35 \div \tan 29 =$ C. $35 \times \sin 29 =$ D. $35 \times \cos 29 =$

7. 《九章算术》中提到: 今有户高多于广六尺八寸. 两隅相去适一丈. 问户高、广各几何? 其大意为: 已知矩形门的高比宽多 6 尺 8 寸, 门的对角线长 1 丈, 那么门的高和宽各是多少? (1 丈 = 10 尺, 1 尺 = 10 寸) 若设门的高和宽分别是 x 尺和 y 尺. 则下面所列方程组正确的是 ()

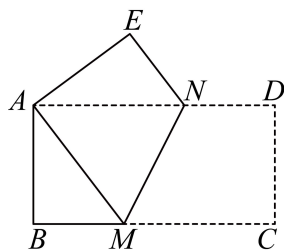
A.
$$\begin{cases} x = y - 6.8 \\ x^2 + 10^2 = y^2 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = y - 6.8 \\ x^2 + y^2 = 10^2 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = y + 6.8 \\ x^2 + 10^2 = y^2 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = y + 6.8 \\ x^2 + y^2 = 10^2 \end{cases}$$

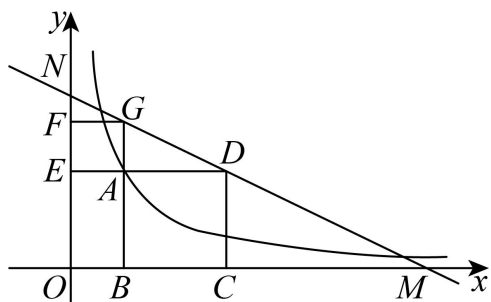
8. 如图所示, 在矩形 $ABCD$ 中, $BC = 2AB$, 点 M , N 分别在边 BC , AD 上. 连接 MN , 将四边形 $CMND$ 沿 MN 翻折, 点 C , D 分别落在点 A , E 处. 则 $\tan \angle AMN$ 的值是 ()



A. 2

B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

9. 如图所示, 正方形 $ABCD$ 与 $AEFG$ (其中边 BC , EF 分别在 x , y 轴的正半轴上) 的公共顶点 A 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 直线 DG 与 x , y 轴分别相交于点 M , N . 若这两个正方形的面积之和是 $\frac{15}{2}$, 且 $MD = 4GN$. 则 k 的值是 ()



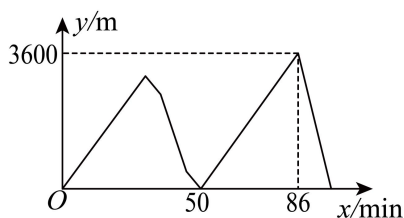
A. 5

B. 1

C. 3

D. 2

10. 某日，甲、乙两人相约在一条笔直的健身道路上锻炼. 两人都从A地匀速出发，甲健步走向B地. 途中偶遇一位朋友，驻足交流10 min后，继续以原速步行前进；乙因故比甲晚出发30 min，跑步到达B地后立刻以原速返回，在返回途中与甲第二次相遇. 下图表示甲、乙两人之间的距离 $y(\text{m})$ 与甲出发的时间 $x(\text{min})$ 之间的函数关系. ()



那么以下结论:

- ①甲、乙两人第一次相遇时，乙的锻炼用时为20min；
- ②甲出发86 min时，甲、乙两人之间的距离达到最大值3600 m；
- ③甲、乙两人第二次相遇的时间是在甲出发后100 min；
- ④A，B两地之间的距离是11200 m.

其中正确的结论有:

A. ①②③

B. ①②④

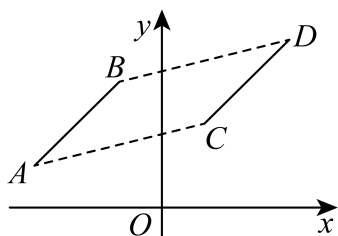
C. ①③④

D. ②③④

二、填空题 (共5小题，每题4分，共20分)

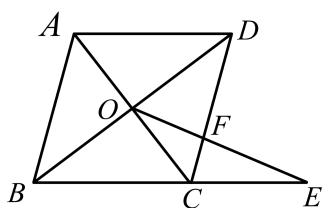
11. 计算: $\sqrt{27} - 2\sqrt{3} =$ _____.

12. 如图，已知A，B两点的坐标分别为 $A(-3,1)$ ， $B(-1,3)$ ，将线段AB平移得到线段CD. 若点A的对应点是 $C(1,2)$ ，则点B的对应点D的坐标是_____.



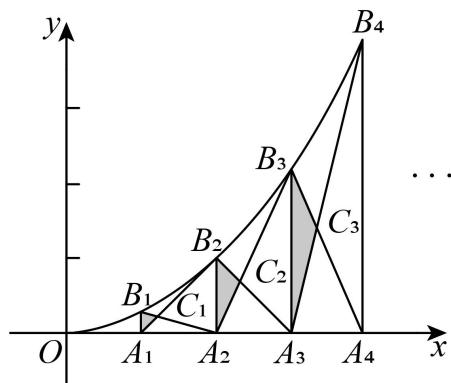
13. 若多项式 $4x^2 - mxy + 9y^2$ 能用完全平方公式因式分解, 则 m 的值是_____.

14. 如图, 在边长为 10 的菱形 $ABCD$ 中, 对角线 AC , BD 相交于点 O , 点 E 在 BC 延长线上, OE 与 CD 相交于点 F . 若 $\angle ACD = 2\angle OEC$, $\frac{OF}{FE} = \frac{5}{6}$, 则菱形 $ABCD$ 的面积为_____.



15. 如图, 在平面直角坐标系中, 作直线 $x = i$ ($i = 1, 2, 3, \dots$) 与 x 轴相交于点 A_i , 与抛物线 $y = \frac{1}{4}x^2$ 相交于点 B_i , 连接 A_iB_{i+1} , B_iA_{i+1} 相交于点 C_i , 得 $\triangle A_iB_iC_i$ 和 $\triangle A_{i+1}B_{i+1}C_i$, 若将其面积之比记为 $a_i = \frac{S_{\triangle A_iB_iC_i}}{S_{\triangle A_{i+1}B_{i+1}C_i}}$,

则 $a_{2024} =$ _____.



三、解答题 (共 8 题 90 分)

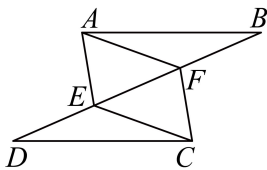
16. 解不等式组: $\begin{cases} \frac{1}{2} + 2x < -\frac{3}{2}x + 4 \\ x - 3 < 1 + 2x \end{cases}$ 并求所有整数解的和.

17. 如图, 已知 $AB = CD$, 点 E , F 在线段 BD 上, 且 $AF = CE$.

请从① $BF = DE$; ② $\angle BAF = \angle DCE$; ③ $AF = CF$ 中. 选择一个合适的选项作为已知条件, 使得 $\triangle ABF \cong \triangle CDE$.

你添加的条件是: _____ (只填写一个序号).

添加条件后，请证明 $AE \parallel CF$.



18. 化简分式: $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2} + \frac{1 - a - b}{a - b}$, 并求值 (请从小宇和小丽的对话中确定 a , b 的值)



小宇

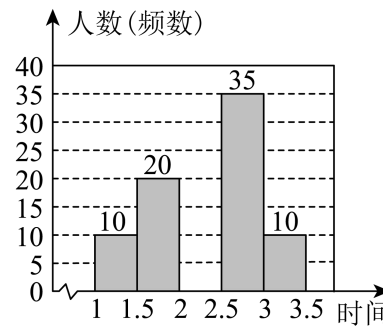
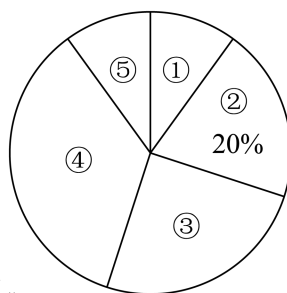
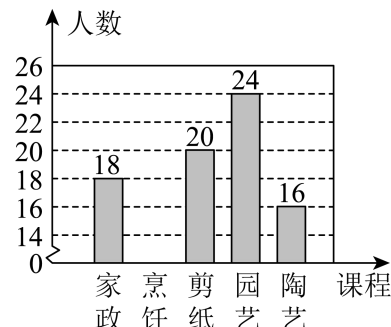
a 是3的相反数。



小丽

b 是大于1且小于 $\sqrt{5}$ 的整数。

19. 希望中学做了如下表的调查报告 (不完整):

调查目的	了解本校学生：(1) 周家务劳动的时间；(2) 最喜欢的劳动课程		
调查方式	随机问卷调查		
调查对象	部分七年级学生（该校所有学生周家务劳动时间都在1~3.5 <i>h</i> 范围内）		
调查内容	(1) 你的周家务劳动时间（单位：<i>h</i>）是①1~1.5②1.5~2③2~2.5④2.5~3⑤3~3.5 (2) 你最喜欢的劳动课程是（必选且只选一门） <i>A</i> 家政 <i>B</i> 烹饪 <i>C</i>.剪纸 <i>D</i>.园艺 <i>E</i>. 陶艺		
调查结果	周家务劳动时间频数直方图  周家务劳动时间扇形统计图  劳动课程条形统计图 		

结合调查信息，回答下列问题:

- (1) 参与本次问卷调查的学生人数_____名; 在扇形统计图中，第④组所对应扇形的圆心角的度数为_____度;
- (2) 补全周家务劳动时间的频数直方图:
- (3) 若该校七年级学生共有 800 人，请估计最喜欢“烹饪”课程的学生人数;

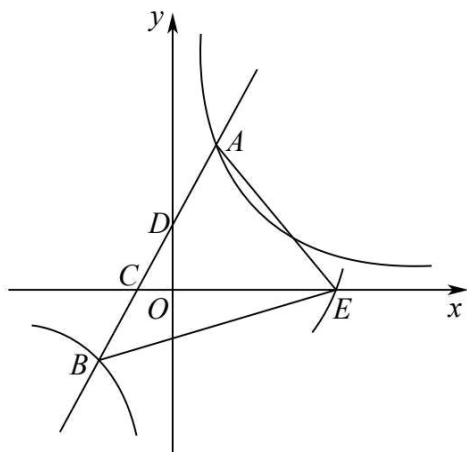
(4) 小红和小颖分别从“家政”等五门最喜欢的劳动课程中任选一门学习，请用列表法或画树状图的方法，求两人恰好选到同一门课程的概率.

20. “我运动，我健康，我快乐！”随着人们对身心健康的关注度越来越高. 某市参加健身运动的人数逐年增多，从 2021 年的 32 万人增加到 2023 年的 50 万人.

(1) 求该市参加健身运动人数的年均增长率；

(2) 为支持市民的健身运动，市政府决定从 A 公司购买某种套装健身器材. 该公司规定：若购买不超过 100 套，每套售价 1600 元；若超过 100 套，每增加 10 套，售价每套可降低 40 元. 但最低售价不得少于 1000 元. 已知市政府向该公司支付货款 24 万元，求购买的这种健身器材的套数.

21. 如图，一次函数 $y = k_1x + 2$ 的图象与反比例函数 $y = \frac{k_2}{x}$ 的图象相交于 $A(m, 4)$ ， B 两点，与 x ， y 轴分别相交于点 C ， D . 且 $\tan \angle ACO = 2$.



(1) 分别求这两个函数的表达式；

(2) 以点 D 为圆心，线段 DB 的长为半径作弧与 x 轴正半轴相交于点 E ，连接 AE ， BE . 求 $\triangle ABE$ 的面积；

(3) 根据函数的图象直接写出关于 x 的不等式 $k_1x + 2 > \frac{k_2}{x}$ 的解集.

22. 在综合与实践活动课上，小明以“圆”为主题开展研究性学习.

【操作发现】

小明作出了 $\odot O$ 的内接等腰三角形 ABC ， $AB = AC$. 并在 BC 边上任取一点 D （不与点 B ， C 重合），连接 AD ，然后将 $\triangle ABD$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle ACE$. 如图①

小明发现： CE 与 $\odot O$ 的位置关系是_____，请说明理由：

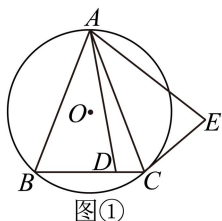
【实践探究】

连接 DE ，与 AC 相交于点 F . 如图②，小明又发现：当 ABC 确定时，线段 CF 的长存在最大值.

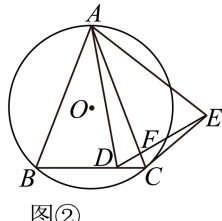
请求出当 $AB = 3\sqrt{10}$ ， $BC = 6$ 时， CF 长的最大值；

【问题解决】

在图②中，小明进一步发现：点 D 分线段 BC 所成的比 $CD:DB$ 与点 F 分线段 DE 所成的比 $DF:FE$ 始终相等。请予以证明。

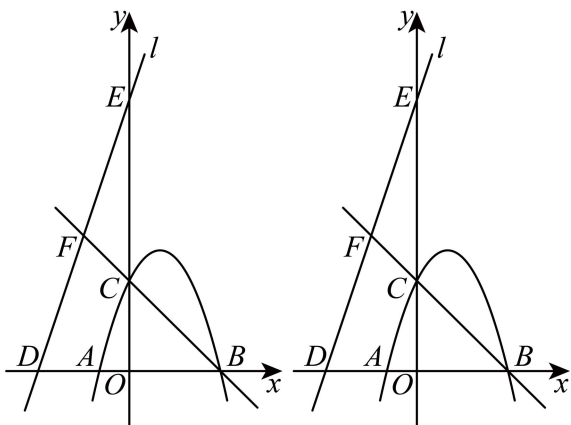


图①



图②

23. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ 与 x 轴相交于 $A(x_1, 0)$ ， $B(x_2, 0)$ 两点（点 A 在点 B 的左侧），其中 x_1 ， x_2 是方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的两个根，抛物线与 y 轴相交于点 C 。



备用图

(1) 求该抛物线对应的函数表达式；

(2) 已知直线 $l: y = 3x + 9$ 与 x ， y 轴分别相交于点 D ， E 。

① 设直线 BC 与 l 相交于点 F ，问在第三象限内的抛物线上是否存在点 P ，使得 $\angle PBF = \angle DFB$ ？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，说明理由；

② 过抛物线上一点 M 作直线 BC 的平行线，与抛物线相交于另一点 N 。设直线 MB ， NC 相交于点 Q 。连接 QD ， QE 。求线段 $QD + QE$ 的最小值。