

济宁市二〇二四年初中学业水平考试

数学试题

注意事项：

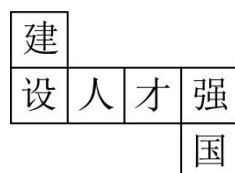
1. 本试卷共 6 页，考试时间 120 分钟，共 100 分.
2. 答题前，考生务必先核对条形码上的姓名、准考证号和座号，然后用 0.5 毫米黑色墨水签字笔将本人的姓名、准考证号和座号填写在答题卡相应位置.
3. 答选择题时，必须使用 2B 铅笔填涂答题卡上相应题目的答案标号，如需改动，必须先用橡皮擦干净，再改涂其它答案.
4. 答非选择题时，必须使用 0.5 毫米黑色墨水签字笔在答题卡上书写，务必在题号所指示的答题区域内作答.
5. 填空题请直接将答案填写在答题卡上，解答题应写出文字说明、证明过程或演算步骤.
6. 考试结束后，将本试卷和答题卡一

一、选择题：本大题共 10 小题，每小题 3 分，共 30 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项符合题目要求.

1. -3 的绝对值是 ()

- A. $-\frac{1}{3}$ B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. 3

2. 如图是一个正方体的展开图，把展开图折叠成正方体后，有“建”字一面的相对面上的字是 ()

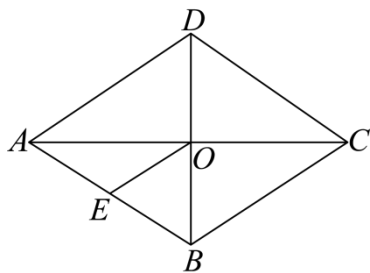


- A. 人 B. 才 C. 强 D. 国

3. 下列运算正确的是 ()

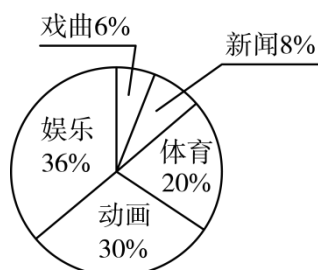
- A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $\sqrt{2} \times \sqrt{5} = \sqrt{10}$
C. $2 \div \sqrt{2} = 1$ D. $\sqrt{(-5)^2} = -5$

4. 如图，菱形 $ABCD$ 的对角线 AC ， BD 相交于点 O ， E 是 AB 的中点，连接 OE . 若 $OE = 3$ ，则菱形的边长为 ()

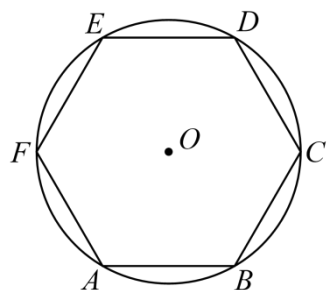


- A. 6 B. 8 C. 10 D. 12

5. 为了解全班同学对新闻、体育、动画、娱乐、戏曲五类节目的喜爱情况，班主任对全班 50 名同学进行了问卷调查（每名同学只选其中的一类），依据 50 份问卷调查结果绘制了全班同学喜爱节目情况扇形统计图（如图所示）。下列说法正确的是（ ）



- A. 班主任采用的是抽样调查 B. 喜爱动画节目的同学最多
C. 喜爱戏曲节目的同学有 6 名 D. “体育” 对应扇形的圆心角为 72°
6. 如图，边长为 2 的正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ ，则它的内切圆半径为（ ）



- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

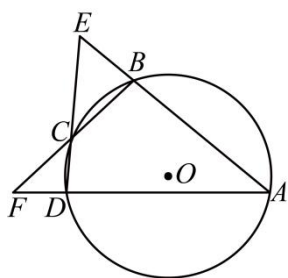
7. 已知点 $A(-2, y_1)$, $B(-1, y_2)$, $C(3, y_3)$ 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k < 0$) 的图象上，则 y_1, y_2, y_3 的大小关系是（ ）

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_2 < y_1 < y_3$ C. $y_3 < y_1 < y_2$ D. $y_3 < y_2 < y_1$

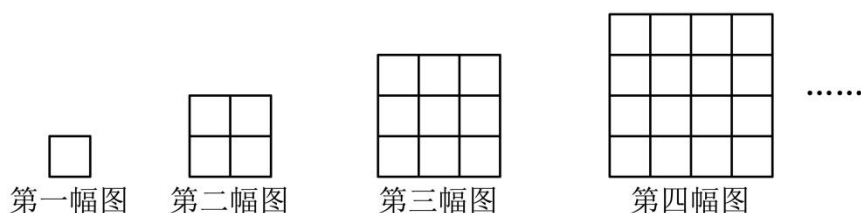
8. 解分式方程 $1 - \frac{1}{3x-1} = -\frac{5}{2-6x}$ 时，去分母变形正确的是（ ）

- A. $2 - 6x + 2 = -5$ B. $6x - 2 - 2 = -5$
C. $2 - 6x - 1 = 5$ D. $6x - 2 + 1 = 5$

9. 如图, 分别延长圆内接四边形 $ABCD$ 的两组对边, 延长线相交于点 E, F . 若 $\angle E = 54^\circ 41'$, $\angle F = 43^\circ 19'$, 则 $\angle A$ 的度数为 ()



- A. 42° B. $41^\circ 20'$ C. 41° D. $40^\circ 20'$
10. 如图, 用大小相等的小正方形按照一定规律拼正方形. 第一幅图有 1 个正方形, 第二幅图有 5 个正方形, 第三幅图有 14 个正方形……按照此规律, 第六幅图中正方形的个数为 ()



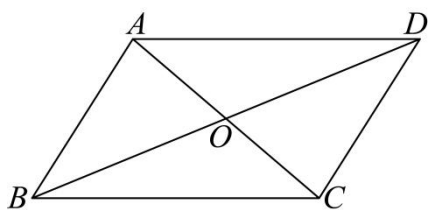
- A. 90 B. 91 C. 92 D. 93

二、填空题: 本大题共 5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分.

11. 我国自主研发的 500m 口径球面射电望远镜 ($FAST$) 有“中国天眼”之称, 它的反射面面积约为 250000m^2 . 将数 250000 用科学记数法表示为_____.

12. 已知 $a^2 - 2b + 1 = 0$, 则 $\frac{4b}{a^2 + 1}$ 的值是_____.

13. 如图, 四边形 $ABCD$ 的对角线 AC , BD 相交于点 O , $OA = OC$, 请补充一个条件_____, 使四边形 $ABCD$ 是平行四边形.



14. 将抛物线 $y = x^2 - 6x + 12$ 向下平移 k 个单位长度. 若平移后得到的抛物线与 x 轴有公共点, 则 k 的取值范围是_____.
15. 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle BAC = 90^\circ$, AD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线.

八年级（1）班 20 名学生成绩：85，95，100，90，90，80，85，90，80，100，80，85，95，90，95，95，95，95，100，95.

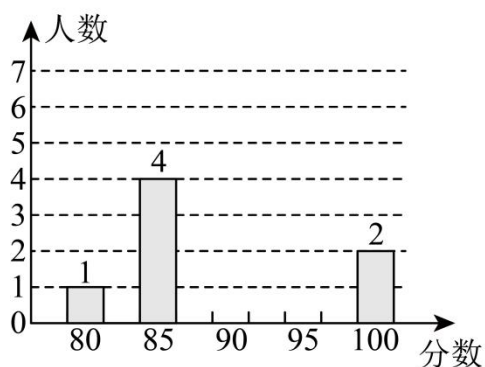
八年级（3）班 20 名学生成绩：90，80，100，95，90，85，85，100，85，95，85，90，90，95，90，90，95，90，95，95.

【描述数据】

八年级（1）班 20 名学生成绩统计表

分 数	80	85	90	95	100
人 数	3	3	a	b	3

八年级(3)前20名学生成绩条形统计图



【分析数据】

八年级（1）班和（3）班 20 名学生成绩分析表

统计量 班级	平均 数	中位 数	众 数	方 差
八年级（1） 班	m	n	95	41.5
八年级（3） 班	91	90	p	26.5

【应用数据】

根据以上信息，回答下列问题.

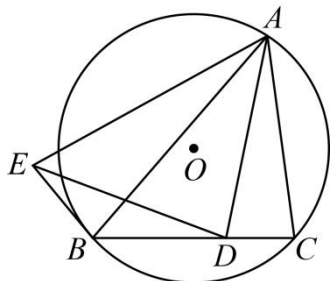
(1) 请补全条形统计图:

(2) 填空: $m =$ _____, $n =$ _____;

(3) 你认为哪个班级的成绩更好一些？请说明理由；

(4) 从上面 5 名得 100 分的学生中，随机抽取 2 名学生参加市级知识竞赛．请用列表法或画树状图法求所抽取的 2 名学生恰好在同一个班级的概率．

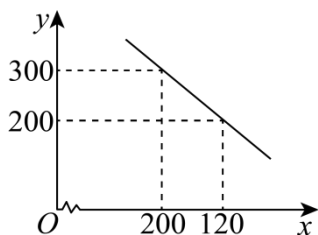
19. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， D 是 BC 上一点， $AD = AC$ ． E 是 $\odot O$ 外一点， $\angle BAE = \angle CAD, \angle ADE = \angle ACB$ ，连接 BE ．



(1) 若 $AB = 8$ ，求 AE 的长；

(2) 求证： EB 是 $\odot O$ 的切线．

20. 某商场以每件 80 元的价格购进一种商品，在一段时间内，销售量 y （单位：件）与销售单价 x （单位：元/件）之间是一次函数关系，其部分图象如图所示．



(1) 求这段时间内 y 与 x 之间的函数解析式；

(2) 在这段时间内，若销售单价不低于 100 元，且商场还要完成不少于 220 件的销售任务，当销售单价为多少时，商场获得利润最大？最大利润是多少？

21. 综合与实践

某校数学课外活动小组用一张矩形纸片（如图 1，矩形 $ABCD$ 中， $AB > AD$ 且 AB 足够长）进行探究活动．

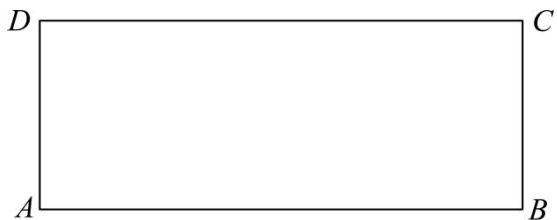


图1

【动手操作】

如图 2，第一步，沿点 A 所在直线折叠，使点 D 落在 AB 上的点 E 处，折痕为 AF ，连接 EF ，把纸片展平．

第二步，把四边形 $AEFD$ 折叠，使点 A 与点 E 重合，点 D 与点 F 重合，折痕为 GH ，再把纸片展平.

第三步，连接 GF .

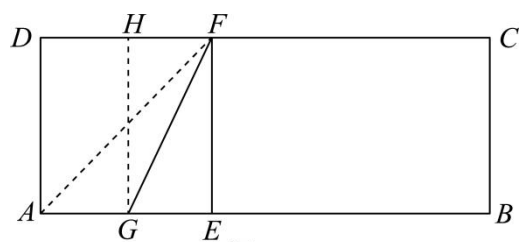


图2

【探究发现】

根据以上操作，甲、乙两同学分别写出了一个结论.

甲同学的结论：四边形 $AEFD$ 是正方形.

乙同学的结论： $\tan \angle AFG = \frac{1}{3}$.

(1) 请分别判断甲、乙两同学的结论是否正确. 若正确，写出证明过程；若不正确，请说明理由.

【继续探究】

在上面操作的基础上，丙同学继续操作.

如图 3，第四步，沿点 G 所在直线折叠，使点 F 落在 AB 上的点 M 处，折痕为 GP ，连接 PM ，把纸片展平.

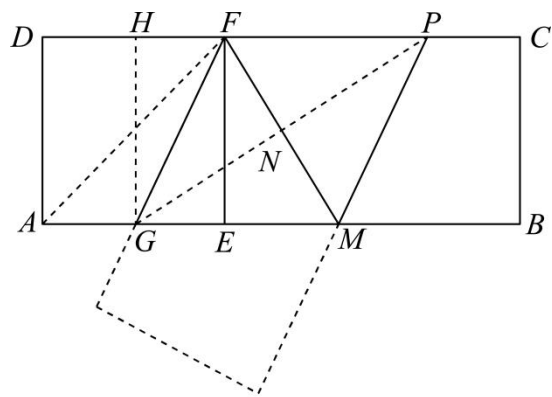


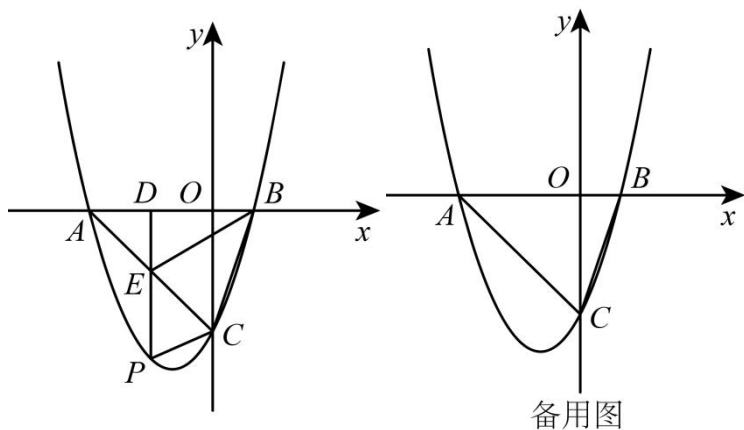
图3

第五步，连接 FM 交 GP 于点 N .

根据以上操作，丁同学写出了一个正确结论： $FN \cdot AM = GN \cdot AD$.

(2) 请证明这个结论.

22. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图像经过 $(0, -3)$ ， $(-b, c)$ 两点，其中 a ， b ， c 为常数，且 $ab > 0$.



(1) 求 a, c 的值;

(2) 若该二次函数的最小值是 -4 , 且它的图像与 x 轴交于点 A, B (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C .

①求该二次函数的解析式, 并直接写出点 A, B 的坐标;

②如图, 在 y 轴左侧该二次函数的图像上有一动点 P , 过点 P 作 x 轴的垂线, 垂足为 D , 与直线 AC 交于点

E , 连接 PC, CB, BE . 是否存在点 P , 使 $\frac{S_{\triangle PCE}}{S_{\triangle CBE}} = \frac{3}{8}$? 若存在, 求此时点 P 的横坐标; 若不存在, 请

说明理由.