

泰安市 2024 年年初中学业水平考试

数学试题

一、选择题（本大题共 12 小题，在每小题给出的四个选项中，只有一个是正确的，请把正确选项选出来，每小题选对得 4 分，选错、不选或选出的答案超过一个，均记零分）

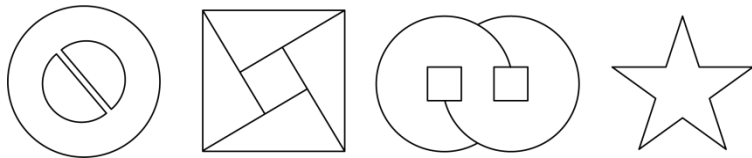
1. $-\frac{5}{6}$ 的相反数是 ()

- A. $\frac{6}{5}$ B. $-\frac{6}{5}$ C. $-\frac{5}{6}$ D. $\frac{5}{6}$

2. 下列运算正确的是 ()

- A. $2x^2y - 3xy^2 = -x^2y$ B. $4x^8y^2 \div 2x^2y^2 = 2x^4$
C. $(x-y)(-x-y) = x^2 - y^2$ D. $(x^2y^3)^2 = x^4y^6$

3. 下面图形中，中心对称图形的个数有 ()

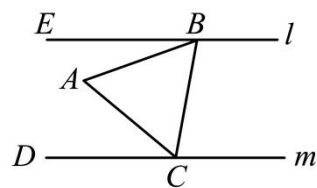


- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. 据泰山景区 2024 年 1 月 4 日消息，2023 年泰山景区累计接待进山游客超 860 万人次，同比增长 301.36%，刷新了历年游客量最高记录，数据 860 万用科学记数法表示为 ()

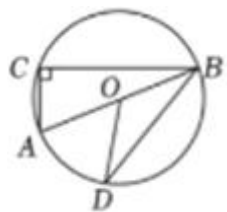
- A. 8.60×10^7 B. 86.0×10^5 C. 0.860×10^7 D. 8.60×10^6

5. 如图，直线 $l \parallel m$ ，等边三角形 ABC 的两个顶点 B, C 分别落在直线 l, m 上，若 $\angle ABE = 21^\circ$ ，则 $\angle ACD$ 的度数是 ()



- A. 45° B. 39° C. 29° D. 21°

6. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， C, D 是 $\odot O$ 上两点， BA 平分 $\angle CBD$ ，若 $\angle AOD = 50^\circ$ ，则 $\angle A$ 的度数为 ()



A. 65° B. 55° C. 50° D. 75°

7. 关于 x 的一元二次方程 $2x^2 - 3x + k = 0$ 有实数根, 则实数 k 的取值范围是 ()

A. $k < \frac{9}{8}$ B. $k \leq \frac{9}{8}$ C. $k \geq \frac{9}{8}$ D. $k < -\frac{9}{8}$

8. 我国古代《四元玉鉴》中记载“二果问价”问题, 其内容如下: 九百九十九文钱, 甜果苦果买一千, $\dots, \dots$, 试问甜苦果几个, 又问各该几个钱? 若设买甜果 x 个, 买苦果 y 个, 列出符合题意的二元一次方程组:

$$\begin{cases} x + y = 1000 \\ \frac{11}{9}x + \frac{4}{7}y = 999 \end{cases}$$

根据已有信息, 题中用“ $\dots, \dots$ ”表示的缺失的条件应为 ()

A. 甜果九个十一文, 苦果七个四文钱

B. 甜果七个四文钱, 苦果九个十一文

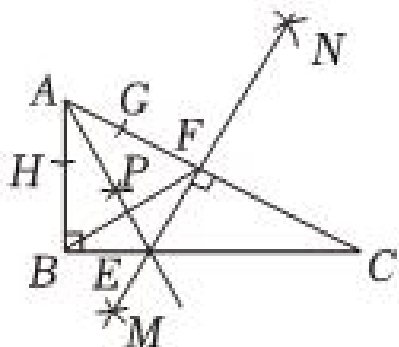
C. 甜果十一个九文, 苦果四个七文钱

D. 甜果四个七文钱, 苦果十一个九文

9. 如图, $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, 分别以顶点 A, C 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径画弧, 两弧分别相交于点 M 和点 N , 作直线 MN 分别与 BC, AC 交于点 E 和点 F ; 以点 A 为圆心, 任意长为半径画弧, 分别交 AB, AC 于点 H 和点 G , 再分别以点 H, G 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}HG$ 的长为半径画弧, 两弧交于点 P , 作射线 AP , 若射线 AP 恰好经过点 E , 则下列四个结论:

① $\angle C = 30^\circ$; ② AP 垂直平分线段 BF ; ③ $CE = 2BE$; ④ $S_{\triangle BEF} = \frac{1}{6}S_{\triangle ABC}$.

其中, 正确结论的个数有 ()



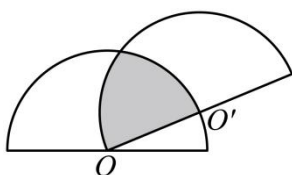
A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

10. 两个半径相等的半圆按如图方式放置, 半圆 O' 的一个直径端点与半圆 O 的圆心重合, 若半圆的半径为 2, 则阴影部分的面积是 ()



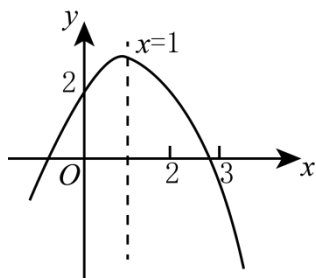
A. $\frac{4}{3}\pi - \sqrt{3}$

B. $\frac{4}{3}\pi$

C. $\frac{2}{3}\pi - \sqrt{3}$

D. $\frac{4}{3}\pi - \frac{\sqrt{3}}{4}$

11. 如图所示是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图象, 该函数图象的对称轴是直线 $x = 1$, 图象与 y 轴交点的纵坐标是 2, 则下列结论: ① $2a + b = 0$; ② 方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 一定有一个根在 -2 和 -1 之间; ③ 方程 $ax^2 + bx + c - \frac{3}{2} = 0$ 一定有两个不相等的实数根; ④ $b - a < 2$. 其中, 正确结论的个数有 ()



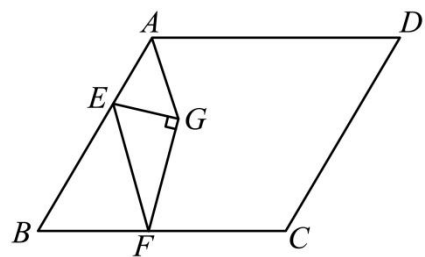
A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

12. 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $\angle B = 60^\circ$, 点 E 是 AB 边上的点, $AE = 4$, $BE = 8$, 点 F 是 BC 上的一点, $\triangle EGF$ 是以点 G 为直角顶点, $\angle EFG$ 为 30° 角的直角三角形, 连结 AG . 当点 F 在直线 BC 上运动时, 线段 AG 的最小值是 ()



A. 2

B. $4\sqrt{3} - 2$ C. $2\sqrt{3}$

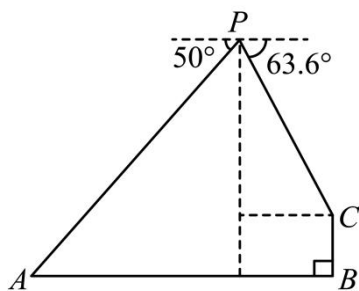
D. 4

二、填空题 (本大题共 6 小题, 满分 24 分. 只要求填写最后结果, 每小题填对得 4 分)

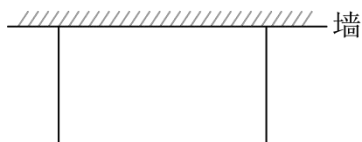
13. 单项式 $-3ab^2$ 的次数是_____.

14. 某学校在 4 月 23 日世界读书日举行“书香校园, 全员阅读”活动. 小明和小颖去学校图书室借阅书籍, 小明准备从《西游记》、《骆驼祥子》、《水浒传》中随机选择一本, 小颖准备从《西游记》、《骆驼祥子》、《朝花夕拾》中随机选择一本, 小明和小颖恰好选中书名相同的书的概率是_____.

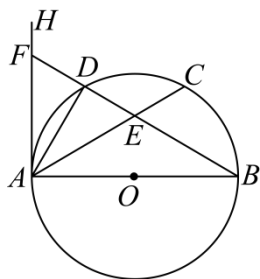
15. 在综合实践课上, 数学兴趣小组用所学数学知识测量大汶河某河段的宽度, 他们在河岸一侧的瞭望台上放飞一只无人机, 如图, 无人机在河上方距水面高 60 米的点 P 处测得瞭望台正对岸 A 处的俯角为 50° , 测得瞭望台顶端 C 处的俯角为 63.6° , 已知瞭望台 BC 高 12 米 (图中点 A , B , C , P 在同一平面内), 那么大汶河此河段的宽 AB 为_____米. (参考数据: $\sin 40^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\sin 63.6^\circ \approx \frac{9}{10}$, $\tan 50^\circ \approx \frac{6}{5}$, $\tan 63.6^\circ \approx 2$)



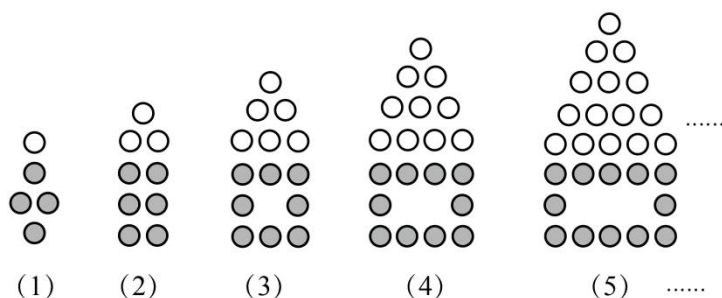
16. 如图，小明的父亲想用长为 60 米的栅栏，再借助房屋的外墙围成一个矩形的菜园，已知房屋外墙长 40 米，则可围成的菜园的最大面积是_____平方米.



17. 如图， AB 是 $\odot O$ 的直径， AH 是 $\odot O$ 的切线，点 C 为 $\odot O$ 上任意一点，点 D 为 $\widehat{AC}$ 的中点，连接 BD 交 AC 于点 E ，延长 BD 与 AH 相交于点 F ，若 $DF=1$ ， $\tan B = \frac{1}{2}$ ，则 AE 的长为_____.



18. 如图所示，是用图形“○”和“●”按一定规律摆成的“小屋子”. 按照此规律继续摆下去，第_____个“小屋子”中图形“○”个数是图形“●”个数的 3 倍.



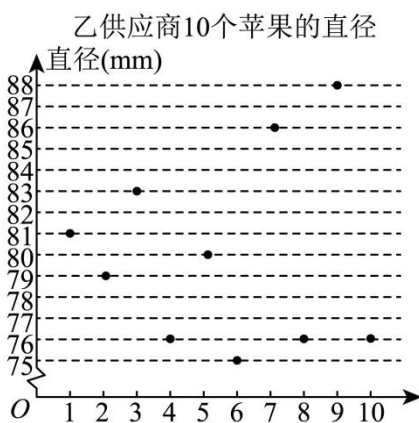
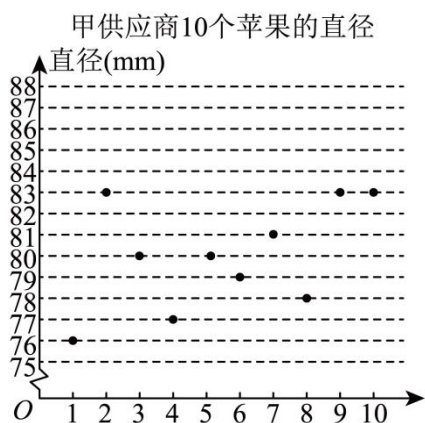
三、解答题 (本大题共 7 小题，满分 8 分. 解答应写出必要的文字说明、证明过程或推演步骤)

19. (1) 计算: $2 \tan 60^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} - |-\sqrt{12}| + \sqrt{(-3)^2}$;

(2) 化简: $\left(x - \frac{2x-1}{x}\right) \div \frac{x^2-1}{x}$.

20. 某超市打算购进一批苹果，现从甲、乙两个供应商供应的苹果中各随机抽取 10 个，测得它们的直径 (单

位: mm), 并制作统计图如下:



根据以上信息, 解答下列问题:

(1)

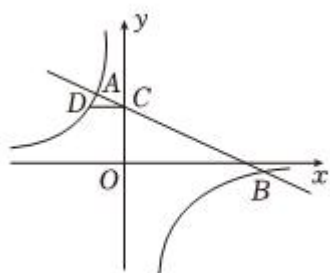
统计量供应 商	平均 数	中位 数	众 数
甲	80	80	b
乙	m	a	76

则 $m =$ _____, $a =$ _____, $b =$ _____.

(2) 苹果直径的方差越小, 苹果的大小越整齐, 据此判断, _____ 供应商供应的苹果大小更为整齐. (填“甲”或“乙”)

(3) 超市规定直径 82mm (含 82mm) 以上的苹果为大果, 超市打算购进甲供应商的苹果 2000 个, 其中, 大果约有多少个?

21. 直线 $y_1 = kx + b$ ($k \neq 0$) 与反比例函数 $y_2 = -\frac{8}{x}$ 的图象相交于点 $A(-2, m)$, $B(n, -1)$, 与 y 轴交于点 C .



(1) 求直线 y_1 的表达式;

(2) 若 $y_1 > y_2$, 请直接写出满足条件的 x 的取值范围;

(3) 过 C 点作 x 轴的平行线交反比例函数的图象于点 D , 求 $\triangle ACD$ 的面积.

22. 随着快递行业的快速发展, 全国各地的农产品有了更广阔的销售空间, 某农产品加工企业有甲、乙两个

组共 35 名工人. 甲组每天加工 3000 件农产品, 乙组每天加工 2700 件农产品, 已知乙组每人每天平均加工的农产品数量是甲组每人每天平均加工农产品数量的 1.2 倍, 求甲、乙两组各有多少名工人?

23. 综合与实践

为了研究折纸过程蕴含的数学知识, 某校九年级数学兴趣小组的同学进行了数学折纸探究活动.

【探究发现】

(1) 同学们对一张矩形纸片进行折叠, 如图 1, 把矩形纸片 $ABCD$ 翻折, 使矩形顶点 B 的对应点 G 恰好落在矩形的一边 CD 上, 折痕为 EF , 将纸片展平, 连结 BG , EF 与 BG 相交于点 H . 同学们发现图形中四条线段成比例, 即 $\frac{EF}{BG} = \frac{AB}{BC}$, 请你判断同学们的发现是否正确, 并说明理由.

【拓展延伸】

(2) 同学们对老师给出的一张平行四边形纸片进行研究, 如图 2, BD 是平行四边形纸片 $ABCD$ 的一条对角线, 同学们将该平行四边形纸片翻折, 使点 A 的对应点 G , 点 C 的对应点 H 都落在对角线 BD 上, 折痕分别是 BE 和 DF , 将纸片展平, 连结 EG , FH , FG , 同学们探究后发现, 若 $FG \parallel CD$, 那么点 G 恰好是对角线 BD 的一个“黄金分割点”, 即 $BG^2 = BD \cdot GD$. 请你判断同学们的发现是否正确, 并说明理由.

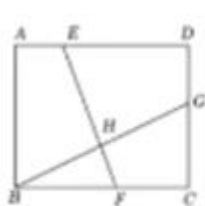


图 1

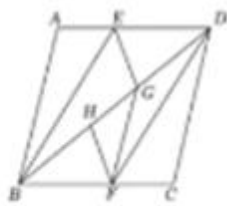


图 2

24. 如图 1, 在等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = CB$, 点 D , E 分别在 AB , CB 上, $DB = EB$, 连接 AE , CD , 取 AE 中点 F , 连接 BF .

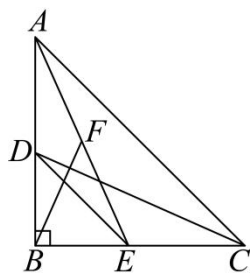


图 1

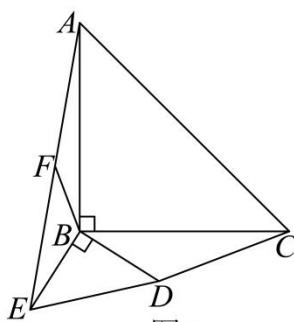


图 2

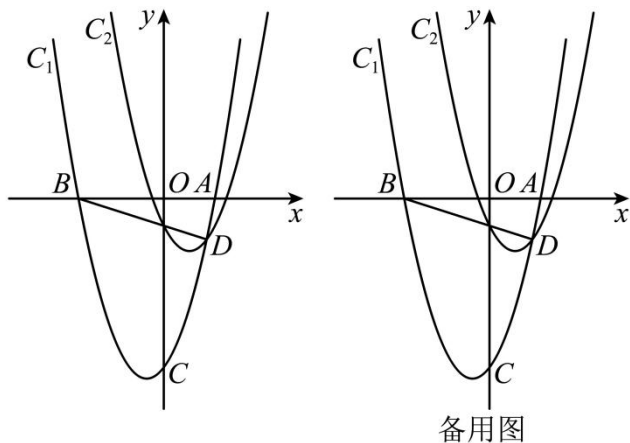
(1) 求证: $CD = 2BF$, $CD \perp BF$;

(2) 将 $\triangle DBE$ 绕点 B 顺时针旋转到图 2 的位置.

①请直接写出 BF 与 CD 的位置关系: _____;

②求证: $CD = 2BF$.

25. 如图，抛物线 $C_1: y = ax^2 + \frac{4}{3}x - 4$ 的图象经过点 $D(1, -1)$ ，与 x 轴交于点 A ，点 B 。



- (1) 求抛物线 C_1 的表达式；
- (2) 将抛物线 C_1 向右平移 1 个单位，再向上平移 3 个单位得到抛物线 C_2 ，求抛物线 C_2 的表达式，并判断点 D 是否在抛物线 C_2 上；
- (3) 在 x 轴上方的抛物线 C_2 上，是否存在点 P ，使 $\triangle PBD$ 是等腰直角三角形。若存在，请求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由。