

威海市 2024 年初中学业考试

数 学

注意事项:

1. 本试卷共 6 页, 共 120 分. 考试时间 120 分钟. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.
2. 答题前, 请务必用 0.5 毫米黑色签字笔将自己的姓名、考生号、座号填写在答题卡和试卷规定的位置上.
3. 所有的试题都必须在专用的“答题卡”上作答. 写在试卷上或答题卡指定区域以外的答案一律无效.
4. 选择题用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑; 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 作图题用 2B 铅笔 (加黑加粗, 描写清楚) 或 0.5 毫米的黑色签字笔作答. 其它题目用 0.5 毫米的黑色签字笔作答. 如需改动, 先划掉原来的答案, 然后再写上新的答案; 不能使用涂改液、胶带纸、修正带.
5. 不要求保留精确度的题目, 计算结果保留准确值.

一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 3 分, 共 30 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个是正确的. 每小题选对得 3 分, 选错、不选或多选, 均不得分)

1. 一批食品, 标准质量为每袋 454g . 现随机抽取 4 个样品进行检测, 把超过标准质量的克数用正数表示, 不足的克数用负数表示. 那么, 最接近标准质量的是 ()

- A. +7 B. -5 C. -3 D. 10

2. 据央视网 2023 年 10 月 11 日消息, 中国科学技术大学中国科学院量子创新研究院与上海微系统所、国家并行计算机工程技术研究中心合作, 成功构建了 255 个光子的量子计算原型机“九章三号”, 再度刷新了光量子信息的技术水平和量子计算优越性的世界纪录. “九章三号”处理高斯玻色取样的速度比上一代“九章二号”提升一百万倍, 在百万分之一秒时间内所处理的最高复杂度的样本, 需要当前最强的超级计算机花费超过二百亿年的时间. 将“百万分之一”用科学记数法表示为 ()

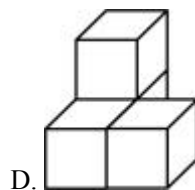
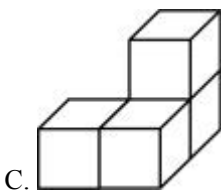
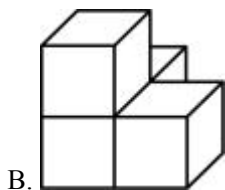
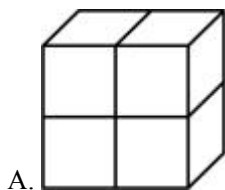
- A. 1×10^{-5} B. 1×10^{-6} C. 1×10^{-7} D. 1×10^{-8}

3. 下列各数中, 最小的数是 ()

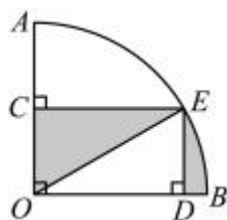
- A. -2 B. $-(-2)$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\sqrt{2}$

4. 下列运算正确的是 ()

- A. $x^5 + x^5 = x^{10}$ B. $m \div n^2 \cdot \frac{1}{n} = \frac{m}{n}$
C. $a^6 \div a^2 = a^4$ D. $(-a^2)^3 = -a^5$



6. 如图，在扇形 AOB 中， $\angle AOB = 90^\circ$ ，点 C 是 AO 的中点. 过点 C 作 $CE \perp AO$ 交 $\widehat{AB}$ 于点 E ，过点 E 作 $ED \perp OB$ ，垂足为点 D . 在扇形内随机选取一点 P ，则点 P 落在阴影部分的概率是 ()



A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

7. 定义新运算:

① 在平面直角坐标系中， $\{a, b\}$ 表示动点从原点出发，沿着 x 轴正方向 ($a \geq 0$) 或负方向 ($a < 0$)，平移 $|a|$ 个单位长度，再沿着 y 轴正方向 ($b \geq 0$) 或负方向 ($b < 0$) 平移 $|b|$ 个单位长度. 例如，动点从原点出发，沿着 x 轴负方向平移 2 个单位长度，再沿着 y 轴正方向平移 1 个单位长度，记作 $\{-2, 1\}$.

② 加法运算法则: $\{a, b\} + \{c, d\} = \{a+c, b+d\}$ ，其中 a, b, c, d 为实数.

若 $\{3, 5\} + \{m, n\} = \{-1, 2\}$ ，则下列结论正确的是 ()

A. $m = 2, n = 7$

B. $m = -4, n = -3$

C. $m = 4, n = 3$

D. $m = -4, n = 3$

8. 《九章算术》是我国古老的数学经典著作，书中提到这样一道题目：以绳测井. 若将绳三折测之，绳多四尺；若将绳四折测之，绳多一尺. 绳长、井深各几何？题目大意是：用绳子测量水井的深度. 如果将绳子折成三等份，一份绳长比井深多 4 尺；如果将绳子折成四等份，一份绳长比井深多 1 尺. 绳长、井深各是多少尺？若设绳长 x 尺，井深 y 尺，则符合题意的方程组是 ()

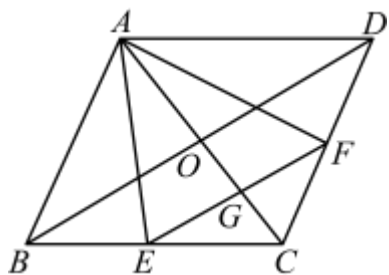
A.
$$\begin{cases} 3x - y = 4 \\ 4x - y = 1 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 3x + 4 = y \\ 4x + 1 = y \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} \frac{x}{3} - y = 4 \\ \frac{x}{4} - y = 1 \end{cases}$$

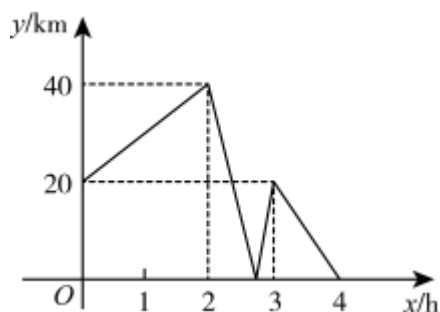
D.
$$\begin{cases} \frac{x}{3} + 4 = y \\ \frac{x}{4} + 1 = y \end{cases}$$

9. 如图，在 $\square ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 交于点 O ，点 E 在 BC 上，点 F 在 CD 上，连接 AE ， AF ， EF ， EF 交 AC 于点 G 。下列结论错误的是（ ）



- A. 若 $\frac{CE}{CF} = \frac{AD}{AB}$ ，则 $EF \parallel BD$
- B. 若 $AE \perp BC$ ， $AF \perp CD$ ， $AE = AF$ ，则 $EF \parallel BD$
- C. 若 $EF \parallel BD$ ， $CE = CF$ ，则 $\angle EAC = \angle FAC$
- D. 若 $AB = AD$ ， $AE = AF$ ，则 $EF \parallel BD$

10. 同一条公路连接 A ， B ， C 三地， B 地在 A ， C 两地之间。甲、乙两车分别从 A 地、 B 地同时出发前往 C 地。甲车速度始终保持不变，乙车中途休息一段时间，继续行驶。下图表示甲、乙两车之间的距离 y (km) 与时间 x (h) 的函数关系。下列结论正确的是（ ）



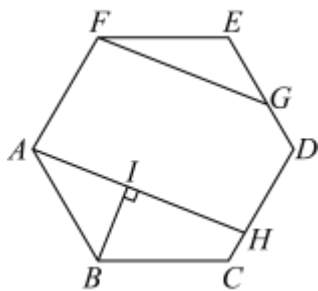
- A. 甲车行驶 $\frac{8}{3}$ h 与乙车相遇
- B. A ， C 两地相距 220km
- C. 甲车的速度是 70km/h
- D. 乙车中途休息 36 分钟

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分。只要求填出最后结果)

11. 计算: $\sqrt{12} - \sqrt{8} \cdot \sqrt{6} = \underline{\hspace{2cm}}$.

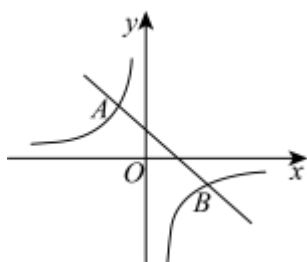
12. 因式分解: $(x+2)(x+4)+1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 如图，在正六边形 $ABCDEF$ 中， $AH \parallel FG$ ， $BI \perp AH$ ，垂足为点 I 。若 $\angle EFG = 20^\circ$ ，则 $\angle ABI = \underline{\hspace{2cm}}$.

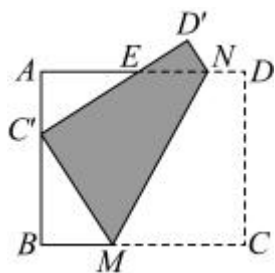


14. 计算: $\frac{4}{x-2} + \frac{x^2}{2-x} =$ _____.

15. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 $y_1 = ax + b (a \neq 0)$ 与双曲线 $y_2 = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 交于点 $A(-1, m)$, $B(2, -1)$. 则满足 $y_1 \leq y_2$ 的 x 的取值范围_____.



16. 将一张矩形纸片 (四边形 $ABCD$) 按如图所示的方式对折, 使点 C 落在 AB 上的点 C' 处, 折痕为 MN , 点 D 落在点 D' 处, $C'D'$ 交 AD 于点 E . 若 $BM = 3$, $BC' = 4$, $AC' = 3$, 则 $DN =$ _____.



三、解答题 (本大题共 8 小题, 共 72 分)

17. 某公司为节能环保, 安装了一批 **A** 型节能灯, 一年用电 16000 千瓦·时. 后购进一批相同数量的 **B** 型节能灯, 一年用电 9600 千瓦·时. 一盏 **A** 型节能灯每年的用电量比一盏 **B** 型节能灯每年用电量的 2 倍少 32 千瓦·时. 求一盏 **A** 型节能灯每年的用电量.

18. 为增强学生体质, 某校在八年级男生中试行“每日锻炼, 每月测试”的引体向上训练活动, 设定 6 个及以上为合格. 体育组为了解一学期的训练效果, 随机抽查了 20 名男生 2 至 6 月份的测试成绩. 其中, 2 月份测试成绩如表 1, 6 月份测试成绩如图 1 (尚不完整). 整理本学期测试数据得到表 2 和图 2 (尚不完整).

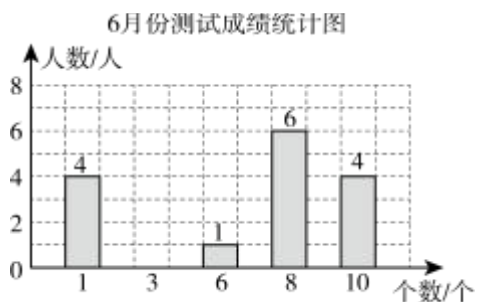


图1

2月份测试成绩统计表

个数	0	1	3	6	8	10
人数	4	8	4	1	2	1

表 1

本学期测试成绩统计表

1	平均数/ 个	众数/ 个	中位数/ 个	合 格 率
2月	2.6	a	1	20%
3月	3.1	3	4	25%
4月	4	4	5	35%
5月	4.55	5	5	40%
6月	b	8	6	c

表 2

本学期合格率统计图

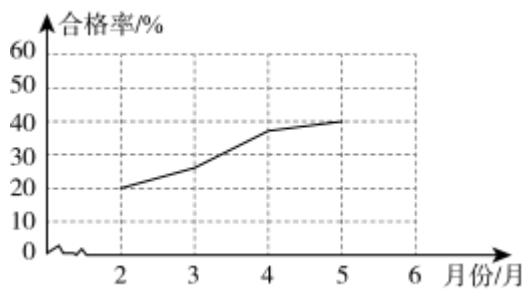


图2

请根据图表中的信息，解答下列问题：

- (1) 将图 1 和图 2 中的统计图补充完整，并直接写出 a , b , c 的值；
- (2) 从多角度分析本次引体向上训练活动的效果；

(3) 若将此活动在邻校八年级推广，该校八年级男生按 400 人计算，以随机抽查的 20 名男生训练成绩为样本，估算经过一学期的引体向上训练，可达到合格水平的男生人数.

19. 某校九年级学生开展利用三角函数解决实际问题的综合与实践活动，活动之一是测量某护堤石坝与地平面的倾斜角. 测量报告如下表（尚不完整）

课题	测量某护堤石坝与地平面的倾斜角	
成员	组长：××× 组员：×××，×××，×××	
测量工具	竹竿，米尺	
测量示意图		说明： AC 是一根笔直的竹竿. 点 D 是竹竿上一点. 线段 DE 的长度是点 D 到地面的距离. $\angle\alpha$ 是要测量的倾斜角.
测量数据		
.....		

(1) 设 $AB=a$ ， $BC=b$ ， $AC=c$ ， $CE=d$ ， $DE=e$ ， $CD=f$ ， $BE=g$ ， $AD=h$ ，请根据表中的测量示意图，从以上线段中选出你认为需要测量的数据，把表示数据的小写字母填写在“测量数据”一栏.

(2) 根据（1）中选择的数据，写出求 $\angle\alpha$ 的一种三角函数值的推导过程.

(3) 假设 $\sin\alpha\approx 0.86$ ， $\cos\alpha\approx 0.52$ ， $\tan\alpha\approx 1.66$ ，根据（2）中的推导结果，利用计算器求出 $\angle\alpha$ 的度数，你选择的按键顺序为_____.

- ① 2ndFsin0·86=
- ② sin0·86=
- ③ 2ndFcos0·52=
- ④ cos0·52=
- ⑤ 2ndFtan1·66=
- ⑥ tan1·66=

20. 感悟

如图 1，在 $\triangle ABE$ 中，点 C ， D 在边 BE 上， $AB=AE$ ， $BC=DE$. 求证： $\angle BAC=\angle EAD$.

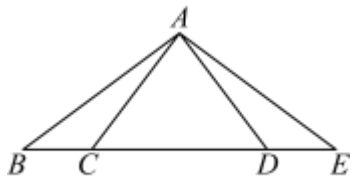


图1

应用

(1) 如图 2, 用直尺和圆规在直线 BC 上取点 D , 点 E (点 D 在点 E 的左侧), 使得 $\angle EAD = \angle BAC$, 且 $DE = BC$ (不写作法, 保留作图痕迹);

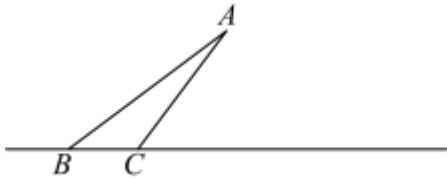


图2

(2) 如图 3, 用直尺和圆规在直线 AC 上取一点 D , 在直线 BC 上取一点 E , 使得 $\angle CDE = \angle BAC$, 且 $DE = AB$ (不写作法, 保留作图痕迹).

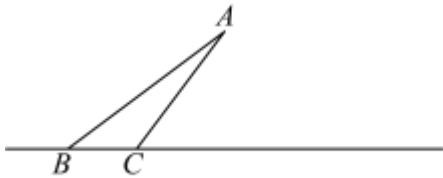


图3

21. 定义

我们把数轴上表示数 a 的点与原点的距离叫做数 a 的绝对值. 数轴上表示数 a, b 的点 A, B 之间的距离 $AB = a - b (a \geq b)$. 特别的, 当 $a \geq 0$ 时, 表示数 a 的点与原点的距离等于 $a - 0$. 当 $a < 0$ 时, 表示数 a 的

点与原点的距离等于 $0 - a$.

应用

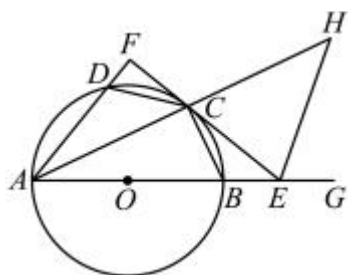
如图, 在数轴上, 动点 A 从表示 -3 的点出发, 以 1 个单位/秒的速度沿着数轴的正方向运动. 同时, 动点 B 从表示 12 的点出发, 以 2 个单位/秒的速度沿着数轴的负方向运动.



(1) 经过多长时间, 点 A, B 之间的距离等于 3 个单位长度?

(2) 求点 A, B 到原点距离之和的最小值.

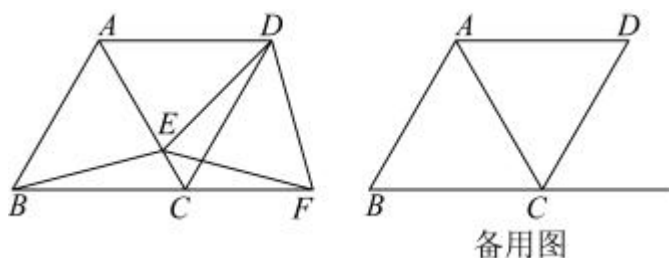
22. 如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C, D 在 $\odot O$ 上, 且 $BC = CD$. 点 E 是线段 AB 延长线上一点, 连接 EC 并延长交射线 AD 于点 F . $\angle FEG$ 的平分线 EH 交射线 AC 于点 H , $\angle H = 45^\circ$.



(1) 求证: EF 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $BE=2$, $CE=4$, 求 AF 的长.

23. 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=10\text{cm}$, $\angle ABC=60^\circ$, E 为对角线 AC 上一动点, 以 DE 为一边作 $\angle DEF=60^\circ$, EF 交射线 BC 于点 F , 连接 BE , DF . 点 E 从点 C 出发, 沿 CA 方向以每秒 2cm 的速度运动至点 A 处停止. 设 $\triangle BEF$ 的面积为 $y\text{cm}^2$, 点 E 的运动时间为 x 秒.



(1) 求证: $BE=EF$;

(2) 求 y 与 x 的函数表达式, 并写出自变量 x 的取值范围;

(3) 求 x 为何值时, 线段 DF 的长度最短.

24. 已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ ($b<0$) 与 x 轴交点的坐标分别为 $(x_1,0)$, $(x_2,0)$, 且 $x_1<x_2$.

(1) 若抛物线 $y_1=x^2+bx+c+1$ ($b<0$) 与 x 轴交点的坐标分别为 $(x_3,0)$, $(x_4,0)$, 且 $x_3<x_4$. 试判断

下列每组数据的大小 (填写 $<$, $=$ 或 $>$):

① x_1+x_2 _____ x_3+x_4 ; ② x_1-x_3 _____ x_2-x_4 ; ③ x_2+x_3 _____ x_1+x_4 .

(2) 若 $x_1=1$, $2<x_2<3$, 求 b 的取值范围;

(3) 当 $0\leq x\leq 1$ 时, $y=x^2+bx+c$ ($b<0$) 最大值与最小值的差为 $\frac{9}{16}$, 求 b 的值.