

二〇二四年东营市初中学业水平考试

数学试题

(总分 120 分 考试时间 120 分钟)

注意事项:

1. 本试题分第 I 卷和第 II 卷两部分, 第 I 卷为选择题, 30 分; 第 II 卷为非选择题, 90 分; 本试题共 6 页.
2. 数学答题卡共 8 页. 答题前, 考生务必将自己的姓名、准考证号、座号等填写在试题和答题卡上, 考试结束, 试题和答题卡一并收回.
3. 第 I 卷每题选出答案后, 都必须用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号【ABCD】涂黑. 如需改动, 先用橡皮擦干净, 再改涂其它答案. 第 II 卷按要求用 0.5mm 碳素笔答在答题卡的相应位置上.

第 I 卷 (选择题 共 30 分)

一、选择题: 本大题共 10 小题, 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是正确的, 请把正确的选项选出来. 每小题选对得 3 分, 选错、不选或选出的答案超过一个均记零分.

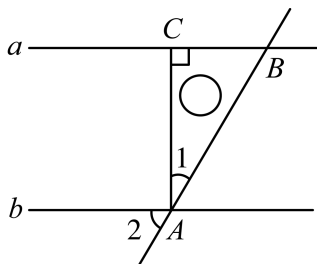
1. -3 的绝对值是 ()

- A. 3 B. -3 C. ± 3 D. $\sqrt{3}$

2. 下列计算正确的是 ()

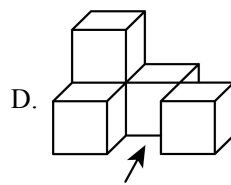
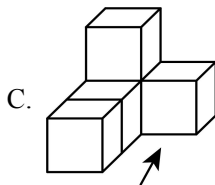
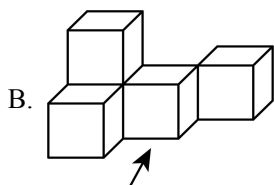
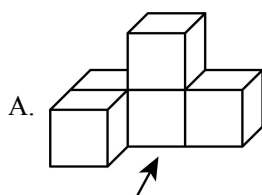
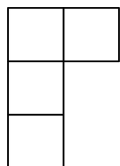
- A. $x^2 \cdot x^3 = x^6$ B. $(x-1)^2 = x^2 - 1$
C. $(xy^2)^2 = x^2y^4$ D. $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = -4$

3. 已知, 直线 $a \parallel b$, 把一块含有 30° 角的直角三角板如图放置, $\angle 1 = 30^\circ$, 三角板的斜边所在直线交 b 于点 A, 则 $\angle 2 =$ ()



- A. 50° B. 60° C. 70° D. 80°

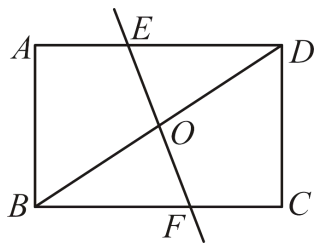
4. 某几何体的俯视图如图所示, 下列几何体 (箭头所示为正面) 的俯视图与其相同的是 ()



5. 用配方法解一元二次方程 $x^2 - 2x - 2023 = 0$ 时, 将它转化为 $(x+a)^2 = b$ 的形式, 则 a^b 的值为 ()

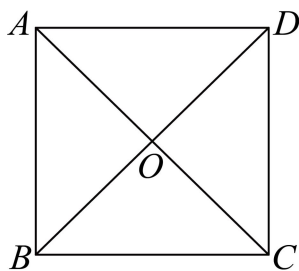
- A. -2024 B. 2024 C. -1 D. 1

6. 如图, 四边形 $ABCD$ 是矩形, 直线 EF 分别交 AD , BC , BD 于点 E , F , O , 下列条件中, 不能证明 $\triangle BOF \cong \triangle DOE$ 的是 ()



- A. O 为矩形 $ABCD$ 两条对角线的交点
- B. $EO = FO$
- C. $AE = CF$
- D. $EF \perp BD$

7. 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 从① $AC = BD$, ② $AC \perp BD$, ③ $AB = BC$, 这三个条件中任意选取两个, 能使 $\square ABCD$ 是正方形的概率为 ()



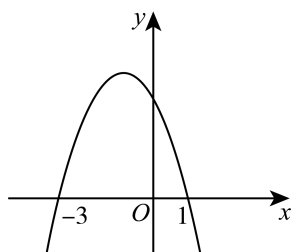
- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{6}$

8. 习近平总书记强调，中华优秀传统文化是中华民族的根和魂．东营市某学校组织开展中华优秀传统文化成果展示活动，小慧同学制作了一把扇形纸扇．如图， $OA = 20\text{cm}$ ， $OB = 5\text{cm}$ ，纸扇完全打开后，外侧两竹条（竹条宽度忽略不计）的夹角 $\angle AOC = 120^\circ$ ．现需在扇面一侧绘制山水画，则山水画所在纸面的面积为（ ） cm^2 ．



- A. $\frac{25}{3}\pi$ B. 75π C. 125π D. 150π

9. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像如图所示, 则下列结论正确的是 ()

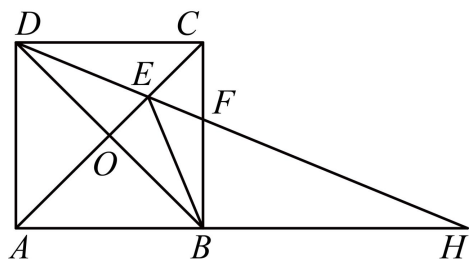


- A. $abc < 0$ B. $a - b = 0$
C. $3a - c = 0$ D. $am^2 + bm \leq a - b$ (m 为任意实数)

10. 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, AC 与 BD 交于点 O , H 为 AB 延长线上的一点, 且 $BH = BD$, 连接 DH ,

分别交 AC , BC 于点 E , F , 连接 BE , 则下列结论: ① $\frac{CF}{BF} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; ② $\tan \angle H = \sqrt{3} - 1$; ③ BE 平分 $\angle CBD$;

④ $2AB^2 = DE \cdot DH$.



其中正确结论的个数是 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 8 小题, 其中 11-14 题每小题 3 分, 15-18 题每小题 4 分, 共 28 分. 只要求填写最后结果.

11. 从 2024 年一季度 GDP 增速看, 东营市增速位居山东 16 市“第一方阵”, 一季度全市生产总值达到 957.2 亿元, 同比增长 7.1%, 957.2 亿用科学记数法表示为_____.

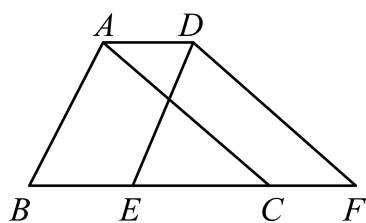
12. 因式分解: $2a^3 - 8a =$ _____.

13. 4月23日是世界读书日，东营市组织开展“书香东营，全民阅读”活动，某学校为了解学生的阅读时间，随机调查了七年级50名学生每天的平均阅读时间，统计结果如下表所示. 在本次调查中，学生每天的平均阅读时间的众数是_____小时.

时间 (小时)	0.5	1	1.5	2	2.5
人数 (人)	10	18	12	6	4

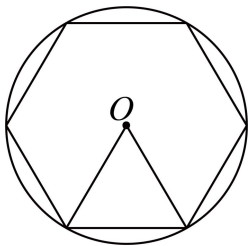
14. 在弹性限度内，弹簧的长度 $y(\text{cm})$ 是所挂物体质量 $x(\text{kg})$ 的一次函数. 一根弹簧不挂物体时长 12.5cm, 当所挂物体的质量为 2kg 时，弹簧长 13.5cm. 当所挂物体的质量为 5kg 时，弹簧的长度为_____cm,

15. 如图，将 $\triangle DEF$ 沿 FE 方向平移 3cm 得到 $\triangle ABC$ ，若 $\triangle DEF$ 的周长为 24cm，则四边形 $ABFD$ 的周长为_____cm.

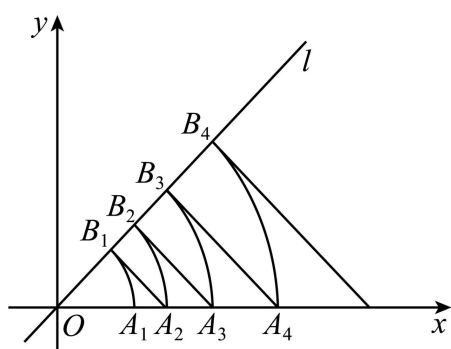


16. 水是人类赖以生存的宝贵资源，为节约用水，创建文明城市，某市经论证从今年1月1日起调整居民用水价格，每立方米水费上涨原价的 $\frac{1}{4}$. 小丽家去年5月份的水费是28元，而今年5月份的水费则是24.5元. 已知小丽家今年5月份的用水量比去年5月份的用水量少 3m^3 . 设该市去年居民用水价格为 x 元 / m^3 ，则可列分式方程为_____.

17. 我国魏晋时期数学家刘徽在《九章算术注》中提到著名的“割圆术”，即利用圆的内接正多边形逼近圆的方法来近似估算，指出“割之弥细，所失弥少. 割之又割，以至于不可割，则与圆周合体，而无所失矣”. “割圆术”孕育了微积分思想，他用这种思想得到了圆周率 π 的近似值为 3.1416，如图， $\odot O$ 的半径为 1，运用“割圆术”，以圆内接正六边形面积近似估计 $\odot O$ 的面积，可得 π 的估计值为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. 若用圆内接正八边形近似估计 $\odot O$ 的面积，可得 π 的估计值为_____.



18. 如图，在平面直角坐标系中，已知直线 l 的表达式为 $y = x$ ，点 A_1 的坐标为 $(\sqrt{2}, 0)$ ，以 O 为圆心， OA_1 为半径画弧，交直线 l 于点 B_1 ，过点 B_1 作直线 l 的垂线交 x 轴于点 A_2 ；以 O 为圆心， OA_2 为半径画弧，交直线 l 于点 B_2 ，过点 B_2 作直线 l 的垂线交 x 轴于点 A_3 ；以 O 为圆心， OA_3 为半径画弧，交直线 l 于点 B_3 ，过点 B_3 作直线 l 的垂线交 x 轴于点 A_4 ；……按照这样的规律进行下去，点 A_{2024} 的横坐标是_____.



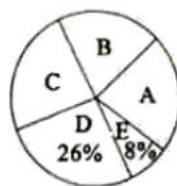
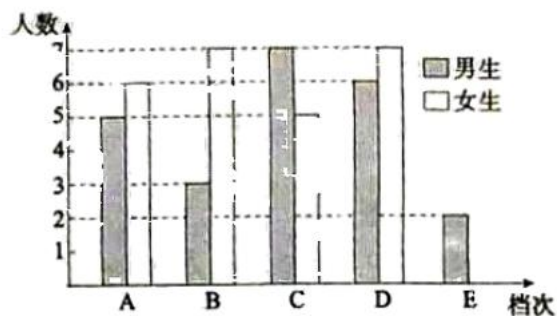
三、解答题：本大题共 7 小题，共 62 分。解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

19. (1) 计算： $\sqrt{12} - (\pi - 3.14)^0 + |2 - \sqrt{3}| - 2\sin 60^\circ$ ；

(2) 计算： $\frac{a^2 - 4a + 4}{a - 1} \div \left(a + 1 - \frac{3}{a - 1}\right)$.

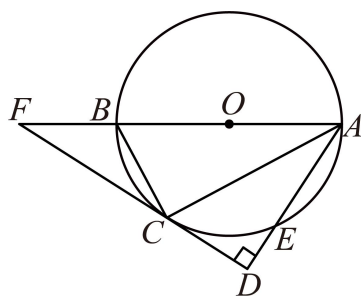
20. 为贯彻教育部《大中小学劳动教育指导纲要（试行）》文件精神，东营市某学校举办“我参与，我劳动，我快乐，我光荣”活动。为了解学生周末在家劳动情况，学校随机调查了八年级部分学生在家劳动时间（单位：小时），并进行整理和分析（劳动时间 x 分成五档：A 档： $0 \leq x < 1$ ；B 档： $1 \leq x < 2$ ；C 档： $2 \leq x < 3$ ；D 档： $3 \leq x < 4$ ；E 档： $4 \leq x$ ）。调查的八年级男生、女生劳动时间的不完整统计图如下：

根据以上信息，回答下列问题：

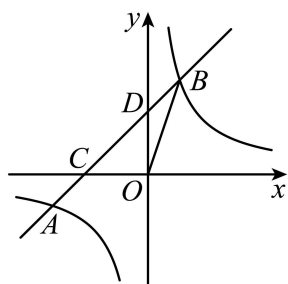


- (1) 本次调查中，共调查了_____名学生，补全条形统计图；
- (2) 调查的男生劳动时间在 C 档的数据是：2, 2.2, 2.4, 2.5, 2.7, 2.8, 2.9. 则调查的全部男生劳动时间的中位数为_____小时.
- (3) 学校为了提高学生的劳动意识，现从 E 档中选两名学生作劳动经验交流，请用列表法或画树状图的方法求所选两名学生恰好都是女生的概率.

21. 如图， $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$ ， AB 是 $\odot O$ 的直径，点 E 在 $\odot O$ 上，点 C 是 $\widehat{BE}$ 的中点， $AE \perp CD$ ，垂足为点 D ， DC 的延长线交 AB 的延长线于点 F .



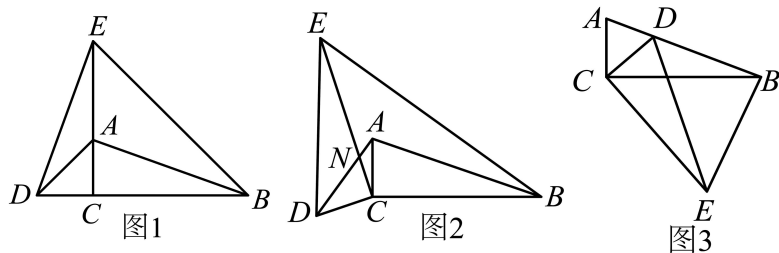
- (1) 求证： CD 是 $\odot O$ 的切线；
- (2) 若 $CD = \sqrt{3}$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，求线段 AF 的长.
22. 如图，一次函数 $y = mx + n$ ($m \neq 0$) 的图象与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象交于点 $A(-3, a)$ ， $B(1, 3)$ ，且一次函数与 x 轴， y 轴分别交于点 C ， D .



- (1) 求反比例函数和一次函数的表达式；
- (2) 根据图象直接写出不等式 $mx + n > \frac{k}{x}$ 的解集；
- (3) 在第三象限的反比例函数图象上有一点 P ，使得 $S_{\triangle OCP} = 4S_{\triangle OBD}$ ，求点 P 的坐标.
23. 随着新能源汽车的发展，东营市某公交公司计划用新能源公交车淘汰“冒黑烟”较严重的燃油公交车. 新能源公交车有 A 型和 B 型两种车型，若购买 A 型公交车 3 辆， B 型公交车 1 辆，共需 260 万元；若购买 A 型公交车 2 辆， B 型公交车 3 辆，共需 360 万元.
- (1) 求购买 A 型和 B 型新能源公交车每辆各需多少万元？
- (2) 经调研，某条线路上的 A 型和 B 型新能源公交车每辆年均载客量分别为 70 万人次和 100 万人次. 公

司准备购买 10 辆 A 型、B 型两种新能源公交车，总费用不超过 650 万元. 为保障该线路的年均载客总量最大，请设计购买方案，并求出年均载客总量的最大值.

24. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AC = 1$ ， $BC = 3$.



(1) 问题发现

如图 1，将 $\triangle CAB$ 绕点 C 按逆时针方向旋转 90° 得到 $\triangle CDE$ ，连接 AD ， BE ，线段 AD 与 BE 的数量关系是_____， AD 与 BE 的位置关系是_____；

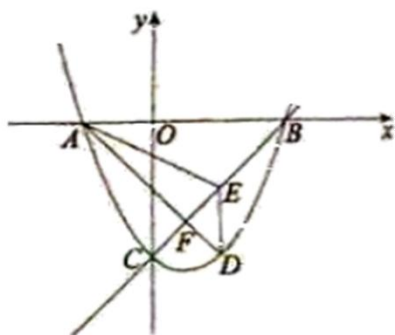
(2) 类比探究

将 $\triangle CAB$ 绕点 C 按逆时针方向旋转任意角度得到 $\triangle CDE$ ，连接 AD ， BE ，线段 AD 与 BE 的数量关系、位置关系与 (1) 中结论是否一致？若 AD 交 CE 于点 N ，请结合图 2 说明理由；

(3) 迁移应用

如图 3，将 $\triangle CAB$ 绕点 C 旋转一定角度得到 $\triangle CDE$ ，当点 D 落到 AB 边上时，连接 BE ，求线段 BE 的长.

25. 如图，在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ ， $B(2, 0)$ 两点，与 y 轴交于点 C ，点 D 是抛物线上的一个动点.



(1) 求抛物线的表达式；

(2) 当点 D 在直线 BC 下方的抛物线上时，过点 D 作 y 轴的平行线交 BC 于点 E ，设点 D 的横坐标为 t ， DE 的长为 l ，请写出 l 关于 t 的函数表达式，并写出自变量 t 的取值范围；

(3) 连接 AD ，交 BC 于点 F ，求 $\frac{S_{\triangle DEF}}{S_{\triangle AEF}}$ 的最大值.