

# 2023 年烟台市初中学业水平考试数学试题

## 一、选择题

1.  $-\frac{2}{3}$  的倒数是 ( )

- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $-\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{3}{2}$                       D.  $-\frac{3}{2}$

2. 下列二次根式中, 与  $\sqrt{2}$  是同类二次根式的是 ( )

- A.  $\sqrt{4}$                       B.  $\sqrt{6}$                       C.  $\sqrt{8}$                       D.  $\sqrt{12}$

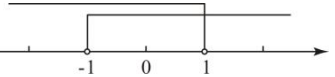
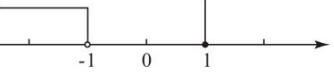
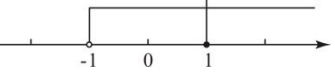
3. 下列四种图案中, 是中心对称图形的是 ( )

- A.                       B.                       C.                       D. 

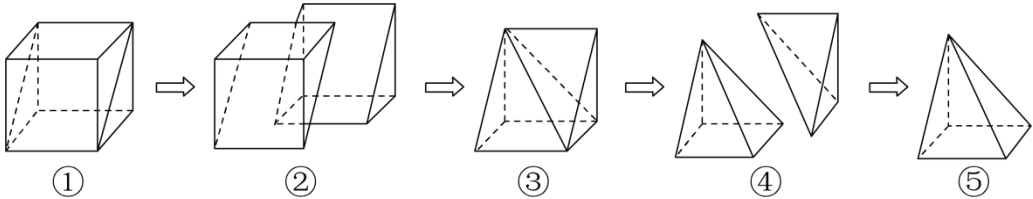
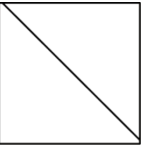
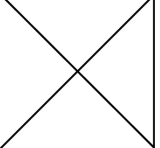
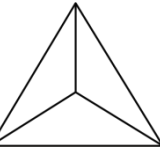
4. 下列计算正确的是 ( )

- A.  $a^2 + a^2 = 2a^4$                       B.  $(2a^2)^3 = 6a^6$                       C.  $a^2 \cdot a^3 = a^5$                       D.  $a^8 \div a^2 = a^4$

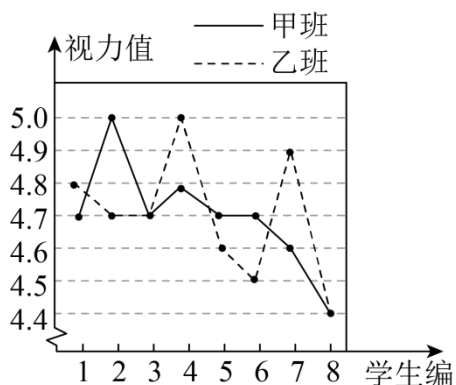
5. 不等式组  $\begin{cases} 3m-2 \geq 1, \\ 2-m > 3 \end{cases}$  的解集在同一条数轴上表示正确的是 ( )

- A.                       B.                       C.                       D. 

6. 如图, 对正方体进行两次切割, 得到如图⑤所示的几何体, 则图⑤几何体的俯视图为 ( )

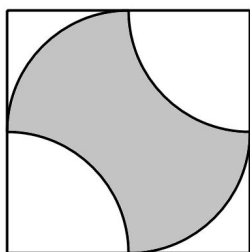
- 
- A.                       B.                       C.                       D. 

7. 长时间观看手机、电脑等电子产品对视力影响非常大. 6 月 6 日是“全国爱眼日”, 为了解学生的视力情况, 某学校从甲、乙两个班级各随机抽取 8 名学生进行调查, 并将统计数据绘制成如图所示的折线统计图, 则下列说法正确的是 ( )



- A. 甲班视力值的平均数大于乙班视力值的平均数  
 B. 甲班视力值的中位数大于乙班视力值的中位数  
 C. 甲班视力值的极差小于乙班视力值的极差  
 D. 甲班视力值的方差小于乙班视力值的方差

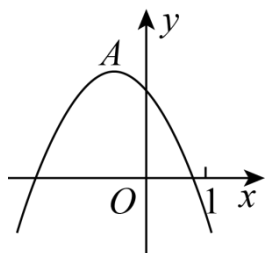
8. 如图，在正方形中，阴影部分是以正方形的顶点及其对称中心为圆心，以正方形边长的一半为半径作弧形成的封闭图形。将一个小球在该正方形内自由滚动，小球随机地停在正方形内的某一点上。若小球停在阴影部分的概率为  $P_1$ ，停在空白部分的概率为  $P_2$ ，则  $P_1$  与  $P_2$  的大小关系为 ( )



- A.  $P_1 < P_2$       B.  $P_1 = P_2$       C.  $P_1 > P_2$       D. 无法判断

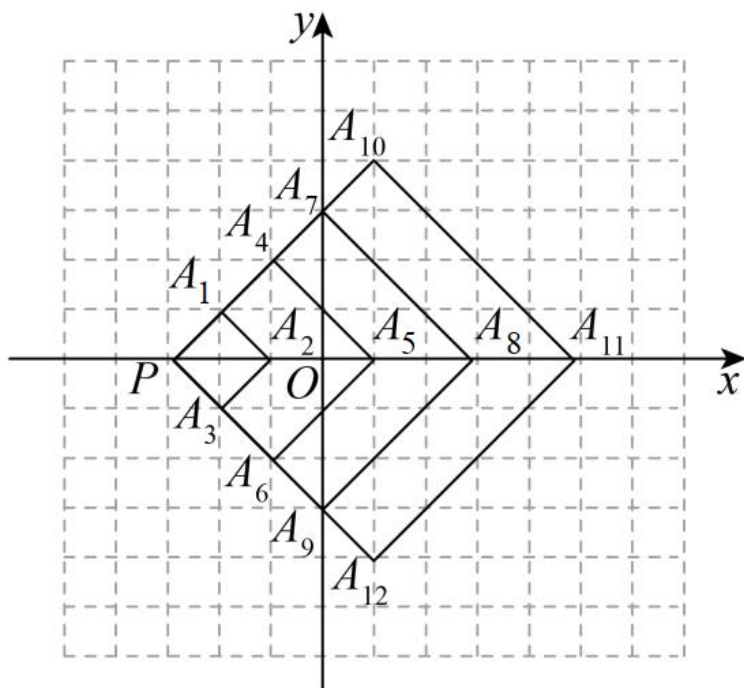
9. 如图，抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  的顶点 A 的坐标为  $\left(-\frac{1}{2}, m\right)$ ，与  $x$  轴的一个交点位于 0 和 1 之间，则

以下结论：①  $abc > 0$ ；②  $2b + c > 0$ ；③若图象经过点  $(-3, y_1), (3, y_2)$ ，则  $y_1 > y_2$ ；④若关于  $x$  的一元二次方程  $ax^2 + bx + c - 3 = 0$  无实数根，则  $m < 3$ 。其中正确结论的个数是 ( )



- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

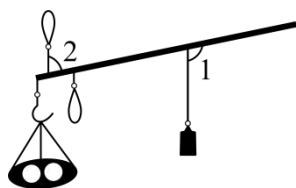
10. 如图，在直角坐标系中，每个网格小正方形的边长均为 1 个单位长度，以点  $P$  为位似中心作正方形  $PA_1A_2A_3$ ，正方形  $PA_4A_5A_6$ ，...， 按此规律作下去，所作正方形的顶点均在格点上，其中正方形  $PA_1A_2A_3$  的顶点坐标分别为  $P(-3,0)$ ， $A_1(-2,1)$ ， $A_2(-1,0)$ ， $A_3(-2,-1)$ ，则顶点  $A_{100}$  的坐标为 ( )



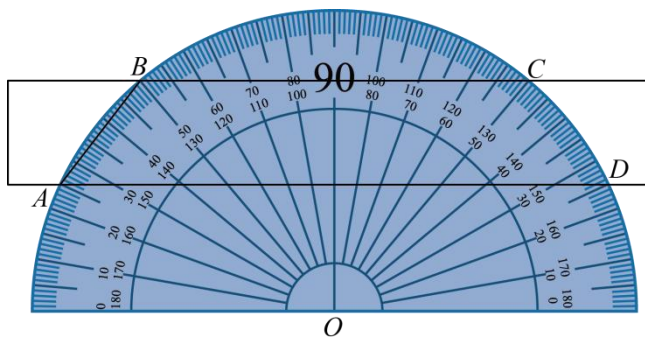
- A.  $(31,34)$       B.  $(31,-34)$       C.  $(32,35)$       D.  $(32,0)$

## 二、填空题

11. “北斗系统”是我国自主建设运行的全球卫星导航系统，国内多个导航地图采用北斗优先定位。目前，北斗定位服务日均使用量已超过 3600 亿次。3600 亿用科学记数法表示为\_\_\_\_\_。
12. 一杆古秤在称物时的状态如图所示，已知  $\angle 1 = 102^\circ$ ，则  $\angle 2$  的度数为\_\_\_\_\_。



13. 如图，将一个量角器与一把无刻度直尺水平摆放，直尺的长边与量角器的外弧分别交于点  $A$ ， $B$ ， $C$ ， $D$ ，连接  $AB$ ，则  $\angle BAD$  的度数为\_\_\_\_\_。



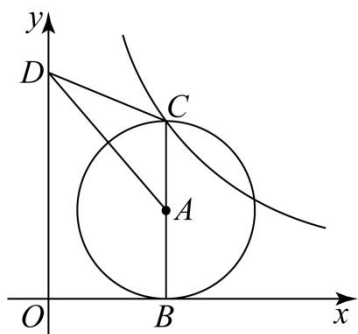
14. 如图，利用课本上的计算器进行计算，其按键顺序及结果如下：



- ①  $\boxed{2\text{ndF}} \boxed{\sqrt{\phantom{x}}} \boxed{6} \boxed{4} \boxed{=}$  按键的结果为 4；
- ②  $\boxed{4} \boxed{+} \boxed{(} \boxed{(-)} \boxed{2} \boxed{)} \boxed{y^x} \boxed{3} \boxed{=}$  按键的结果为 8；
- ③  $\boxed{\sin} \boxed{(} \boxed{4} \boxed{5} \boxed{-} \boxed{1} \boxed{5} \boxed{)} \boxed{=}$  按键的结果为 0.5；
- ④  $\boxed{(} \boxed{3} \boxed{-} \boxed{1} \boxed{\div} \boxed{2} \boxed{)} \boxed{\times} \boxed{2} \boxed{x^2} \boxed{=}$  按键的结果为 25.

以上说法正确的序号是\_\_\_\_\_.

15. 如图，在直角坐标系中， $\odot A$  与  $x$  轴相切于点  $B$ ,  $CB$  为  $\odot A$  的直径，点  $C$  在函数  $y = \frac{k}{x} (k > 0, x > 0)$  的图象上， $D$  为  $y$  轴上一点， $\triangle ACD$  的面积为 6，则  $k$  的值为\_\_\_\_\_.



16. 如图 1，在  $\triangle ABC$  中，动点  $P$  从点  $A$  出发沿折线  $AB \rightarrow BC \rightarrow CA$  匀速运动至点  $A$  后停止. 设点  $P$  的运动路程为  $x$ ，线段  $AP$  的长度为  $y$ ，图 2 是  $y$  与  $x$  的函数关系的大致图象，其中点  $F$  为曲线  $DE$  的最低点，则  $\triangle ABC$  的高  $CG$  的长为\_\_\_\_\_.

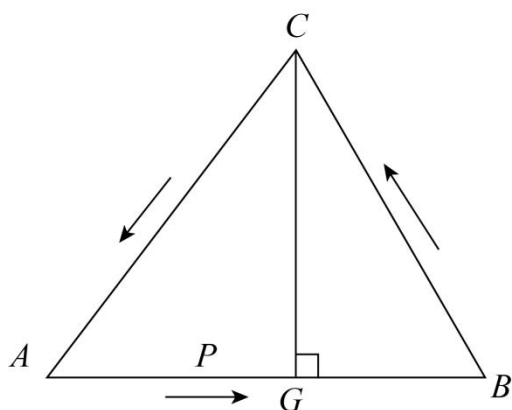


图1

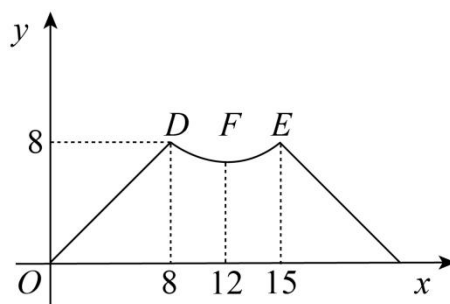
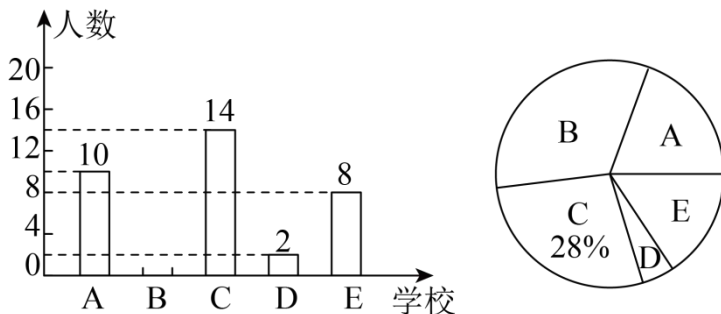


图2

### 三、解答题

17. 先化简，再求值： $\frac{a^2 - 6a + 9}{a - 2} \div \left(a + 2 + \frac{5}{2 - a}\right)$ ，其中  $a$  是使不等式  $\frac{a-1}{2} \leq 1$  成立的正整数.

18. “基础学科拔尖学生培养试验计划”简称“珠峰计划”，是国家为回应“钱学森之问”而推出的一项人才培养计划，旨在培养中国自己的杰出人才. 已知  $A$ ， $B$ ， $C$ ， $D$ ， $E$  五所大学设有数学学科拔尖学生培养基地，并开设了暑期夏令营活动，参加活动的每名中学生只能选择其中一所大学. 某市为了解中学生的参与情况，随机抽取部分学生进行调查，并将统计数据整理后，绘制了如下不完整的条形统计图和扇形统计图.



(1) 请将条形统计图补充完整；

(2) 在扇形统计图中， $D$  所在的扇形的圆心角的度数为\_\_\_\_\_；若该市有1000名中学生参加本次活动，则选择  $A$  大学的大约有\_\_\_\_\_人；

(3) 甲、乙两位同学计划从  $A$ ， $B$ ， $C$  三所大学中任选一所学校参加夏令营活动，请利用树状图或表格求两人恰好选取同一所大学的概率.

19. 风电项目对于调整能源结构和转变经济发展方式具有重要意义. 某电力部门在一处坡角为  $30^\circ$  的坡地新安装了一架风力发电机，如图 1. 某校实践活动小组对该坡地上的这架风力发电机的塔杆高度进行了测量，图 2 为测量示意图. 已知斜坡  $CD$  长 16 米，在地面点  $A$  处测得风力发电机塔杆顶端  $P$  点的仰角为  $45^\circ$ ，利用无人机在点  $A$  的正上方 53 米的点  $B$  处测得  $P$  点的俯角为  $18^\circ$ ，求该风力发电机塔杆  $PD$  的高度. (参考数

据:  $\sin 18^\circ \approx 0.309$ ,  $\cos 18^\circ \approx 0.951$ ,  $\tan 18^\circ \approx 0.325$ )



图1

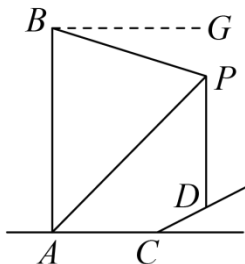


图2

## 20. 【问题背景】

如图 1, 数学实践课上, 学习小组进行探究活动, 老师要求大家对矩形  $ABCD$  进行如下操作: ①分别以点  $B, C$  为圆心, 以大于  $\frac{1}{2}BC$  的长度为半径作弧, 两弧相交于点  $E, F$ , 作直线  $EF$  交  $BC$  于点  $O$ , 连接  $AO$ ;

②将  $\triangle ABO$  沿  $AO$  翻折, 点  $B$  的对应点落在点  $P$  处, 作射线  $AP$  交  $CD$  于点  $Q$ .

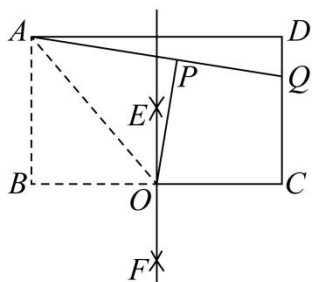


图1

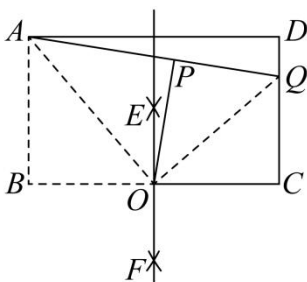


图2

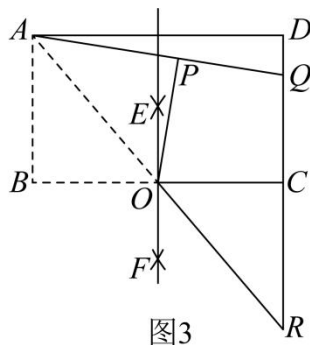


图3

## 【问题提出】

在矩形  $ABCD$  中,  $AD = 5$ ,  $AB = 3$ , 求线段  $CQ$  的长.

## 【问题解决】

经过小组合作、探究、展示, 其中的两个方案如下:

方案一: 连接  $OQ$ , 如图 2. 经过推理、计算可求出线段  $CQ$  的长;

方案二: 将  $\triangle ABO$  绕点  $O$  旋转  $180^\circ$  至  $\triangle RCO$  处, 如图 3. 经过推理、计算可求出线段  $CQ$  的长.

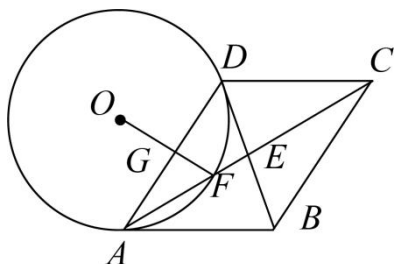
请你任选其中一种方案求线段  $CQ$  的长.

21. 中华优秀传统文化源远流长、是中华文明的智慧结晶.《孙子算经》、《周髀算经》是我国古代较为普及的算书、许多问题浅显有趣. 某书店的《孙子算经》单价是《周髀算经》单价的  $\frac{3}{4}$ , 用 600 元购买《孙子算经》比购买《周髀算经》多买 5 本.

(1) 求两种图书的单价分别为多少元?

(2) 为筹备“3. 14 数学节”活动，某校计划到该书店购买这两种图书共 80 本，且购买的《周髀算经》数量不少于《孙子算经》数量的一半．由于购买量大，书店折优惠，两种图书均按八折出售．求两种图书分别购买多少本时费用最少？

22. 如图，在菱形  $ABCD$  中，对角线  $AC, BD$  相交于点  $E$ ， $\odot O$  经过  $A, D$  两点，交对角线  $AC$  于点  $F$ ，连接  $OF$  交  $AD$  于点  $G$ ，且  $AG = GD$ ．



(1) 求证：  $AB$  是  $\odot O$  的切线；

(2) 已知  $\odot O$  的半径与菱形的边长之比为  $5:8$ ，求  $\tan \angle ADB$  的值．

23. 如图，点  $C$  为线段  $AB$  上一点，分别以  $AC, BC$  为等腰三角形的底边，在  $AB$  的同侧作等腰  $\triangle ACD$  和等腰  $\triangle BCE$ ，且  $\angle A = \angle CBE$ ．在线段  $EC$  上取一点  $F$ ，使  $EF = AD$ ，连接  $BF, DE$ ．

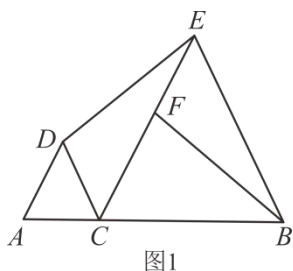


图1

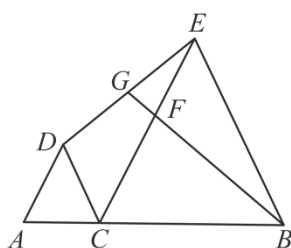
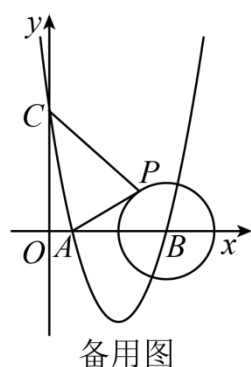
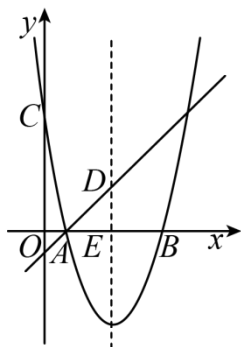


图2

(1) 如图 1，求证：  $DE = BF$ ；

(2) 如图 2，若  $AD = 2$ ， $BF$  的延长线恰好经过  $DE$  的中点  $G$ ，求  $BE$  的长．

24. 如图，抛物线  $y = ax^2 + bx + 5$  与  $x$  轴交于  $A, B$  两点，与  $y$  轴交于点  $C$ ， $AB = 4$ ．抛物线的对称轴  $x = 3$  与经过点  $A$  的直线  $y = kx - 1$  交于点  $D$ ，与  $x$  轴交于点  $E$ ．



备用图

(1) 求直线  $AD$  及抛物线的表达式；

(2) 在抛物线上是否存在点  $M$ ，使得  $\triangle ADM$  是以  $AD$  为直角边的直角三角形?若存在，求出所有点  $M$  的坐标；若不存在，请说明理由；

(3) 以点  $B$  为圆心，画半径为 2 的圆，点  $P$  为  $\odot B$  上一个动点，请求出  $PC + \frac{1}{2}PA$  的最小值.

