

淄博市 2023 年初中学业水平考试

数学试题

本试卷共 8 页，满分 150 分，考试时间 120 分钟。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

注意事项：

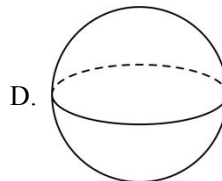
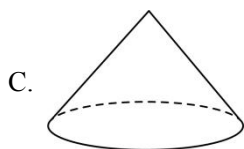
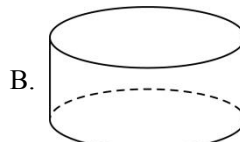
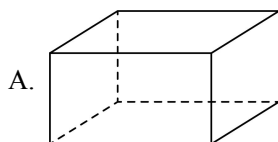
1. 答题前，考生务必用 0.5 毫米黑色签字笔将区县、学校、姓名、考试号、座号填写在答题卡和试卷规定位置，并核对条形码。
2. 选择题每小题选出答案后，用 2B 铅笔涂黑答题卡对应题目的答案标号；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
3. 非选择题必须用 0.5 毫米黑色签字笔作答，字体工整、笔迹清晰，写在答题卡各题目指定区域内；如需改动，先划掉原来答案，然后再写上新答案。严禁使用涂改液、胶带纸、修正带修改。不允许使用计算器。
4. 保证答题卡清洁、完整，严禁折叠，严禁在答题卡上做任何标记。
5. 评分以答题卡上的答案为依据。不按以上要求作答的答案无效。

一、选择题：本大题共 10 个小题，每小题 4 分，共 40 分。在每小题所给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. $-|-3|$ 的运算结果等于 ()

- A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

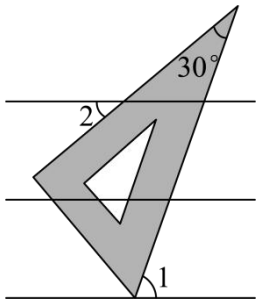
2. 在如图所示的几何体中，其主视图、左视图和俯视图完全相同的是 ()



3. 下列计算结果正确的是 ()

- A. $3a + 2a = 5a$ B. $3a - 2a = 1$ C. $3a \cdot 2a = 6a$ D. $(3a) \div (2a) = \frac{3}{2}a$

4. 将含 30° 角的直角三角板按如图所示放置到一组平行线中，若 $\angle 1 = 70^\circ$ ，则 $\angle 2$ 等于 ()

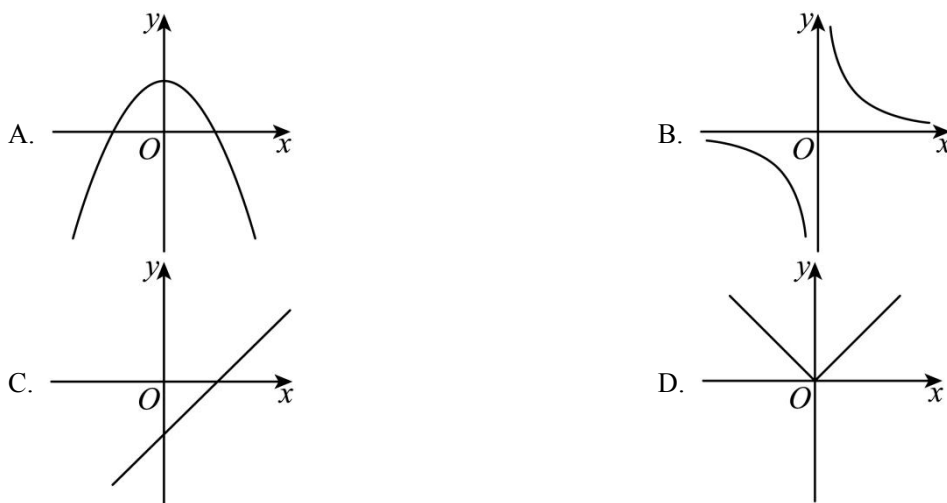


- A. 60° B. 50° C. 40° D. 30°

5. 已知 $x=1$ 是方程 $\frac{m}{2-x} - \frac{1}{x-2} = 3$ 的解，那么实数 m 的值为 ()

- A. -2 B. 2 C. -4 D. 4

6. 下列函数图象中，能反映 y 的值始终随 x 值的增大而增大的是()



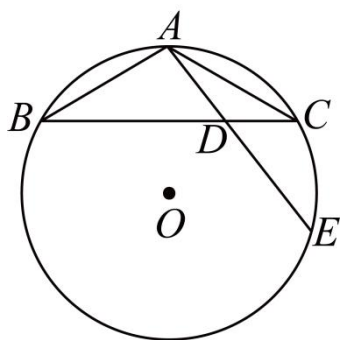
7. 为贯彻落实习近平总书记关于黄河流域生态保护和高质量发展的重要讲话精神，某学校组织初一、初二两个年级学生到黄河岸边开展植树造林活动. 已知初一植树900棵与初二植树1200棵所用的时间相同，两个年级平均每小时共植树350棵. 求初一年级平均每小时植树多少棵？设初一年级平均每小时植树 x 棵，则下面所列方程中正确的是 ()

- A. $\frac{900}{350-x} = \frac{1200}{x}$ B. $\frac{900}{x} = \frac{1200}{350+x}$ C. $\frac{900}{350+x} = \frac{1200}{x}$ D. $\frac{900}{x} = \frac{1200}{350-x}$

8. “敬老爱老”是中华民族的优秀传统美德. 小刚、小强计划利用暑期从 A, B, C 三处养老服务中心中，随机选择一处参加志愿服务活动，则两人恰好选到同一处的概率是 ()

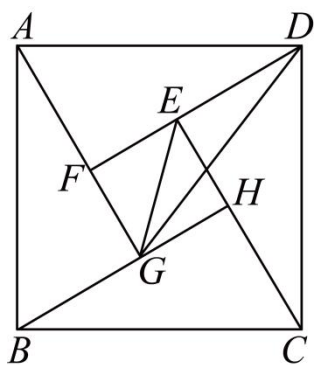
- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{2}{9}$

9. 如图， $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形， $AB=AC$ ， $\angle BAC=120^\circ$ ， D 是 BC 边上一点，连接 AD 并延长交 $\odot O$ 于点 E . 若 $AD=2$ ， $DE=3$ ，则 $\odot O$ 的半径为 ()



- A. $\sqrt{10}$ B. $\frac{3}{2}\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{10}$ D. $3\sqrt{10}$

10. 勾股定理的证明方法丰富多样，其中我国古代数学家赵爽利用“弦图”的证明简明、直观，是世界公认最巧妙的方法．“赵爽弦图”已成为我国古代数学成就的一个重要标志，千百年来倍受人们的喜爱．小亮在如图所示的“赵爽弦图”中，连接 EG ， DG ．若正方形 $ABCD$ 与 $EFGH$ 的边长之比为 $\sqrt{5}:1$ ，则 $\sin\angle DGE$ 等于 ()

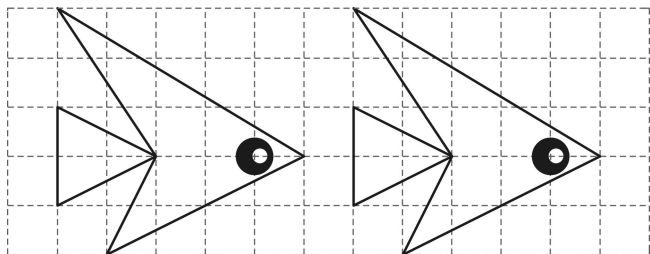


- A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{3}{10}\sqrt{10}$ D. $\frac{2}{5}\sqrt{5}$

二、填空题：本大题共 5 个小题，每小题 4 分，共 20 分．

11. 25 的平方根是_____．

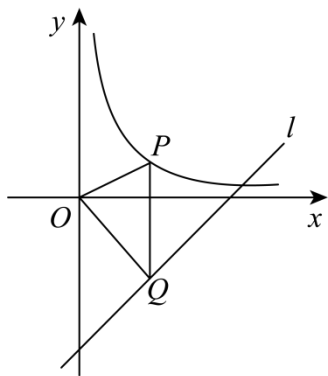
12. 在边长为 1 的正方形网格中，右边的“小鱼”图案是由左边的图案经过一次平移得到的，则平移的距离是_____．



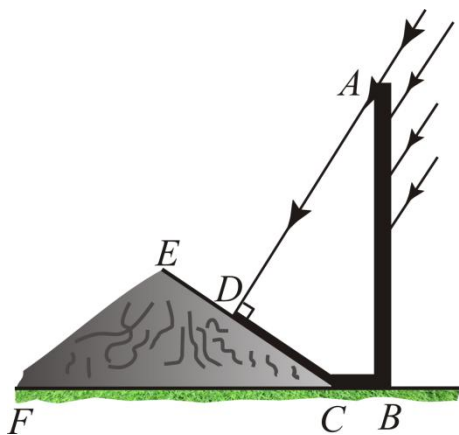
13. 分解因式： $2a^2 - 8b^2 =$ _____．

14. 如图，在直线 $l: y = x - 4$ 上方的双曲线 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 上有一个动点 P ，过点 P 作 x 轴的垂线，交直线

l 于点 Q ，连接 OP ， OQ ，则 $\triangle POQ$ 面积的最大值是_____.



15. 如图，与斜坡 CE 垂直的太阳光线照射立柱 AB （与水平地面 BF 垂直）形成的影子，一部分落在地面上，另一部分落在斜坡上. 若 $BC = 2$ 米， $CD = 8.48$ 米，斜坡的坡角 $\angle ECF = 32^\circ$ ，则立柱 AB 的高为_____米（结果精确到0.1米）.



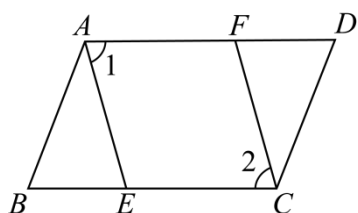
科学计算器按键顺序	计算结果（已取近似值）
$\sin$ 3 2 =	0.530
$\cos$ 3 2 =	0.848

tan	3	2	=	0.625
-----	---	---	---	-------

三、解答题：本大题共 8 个小题，共 90 分．解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．

16. 先化简，再求值： $(x-2y)^2 + x(5y-x) - 4y^2$ ，其中 $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$ ， $y = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ ．

17. 如图，在 $ABCD$ 中， E ， F 分别是边 BC 和 AD 上的点，连接 AE ， CF ，且 $AE \parallel CF$ ．求证：



(1) $\angle 1 = \angle 2$ ；

(2) $\triangle ABE \cong \triangle CDF$ ．

18. 若实数 m ， n 分别满足下列条件：

(1) $2(m-1)^2 - 7 = -5$ ；

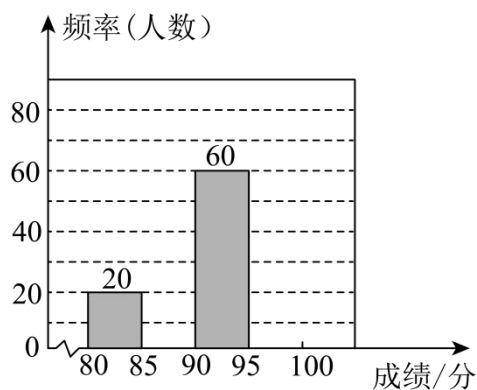
(2) $n-3 > 0$ ．

试判断点 $P\left(2m-3, \frac{3n-m}{2}\right)$ 所在的象限．

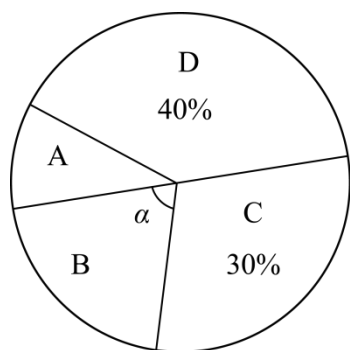
19. 举世瞩目的中国共产党第二十次全国代表大会于 2022 年 10 月在北京成功召开．为弘扬党的二十大精神，某学校举办了“学习二十大，奋进新征程”的知识竞赛活动．赛后随机抽取了部分学生的成绩（满分：100 分），分为 A， B， C， D 四组，绘制了如下不完整的统计图表：

组别	成绩（ x ：分）	频数
A	$80 < x \leq 85$	20
B	$85 < x \leq 90$	m
C	$90 < x \leq 95$	60
D	$95 < x \leq 100$	n

学生成绩频数分布直方图



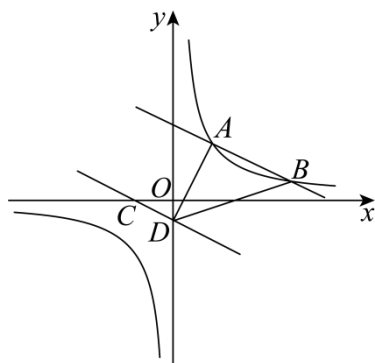
学生成绩扇形统计图



根据以上信息，解答以下问题：

- (1) 直接写出统计表中的 $m =$ _____, $n =$ _____;
- (2) 学生成绩数据的中位数落在_____组内；在学生成绩扇形统计图中， B 组对应的扇形圆心角 α 是 _____度；
- (3) 将上面的学生成绩频数分布直方图补充完整；
- (4) 若全校有 1500 名学生参加了这次竞赛，请估计成绩高于 90 分的学生人数.

20. 如图，直线 $y = kx + b$ 与双曲线 $y = \frac{m}{x}$ 相交于点 $A(2, 3)$, $B(n, 1)$.



- (1) 求双曲线及直线对应的函数表达式；
- (2) 将直线 AB 向下平移至 CD 处，其中点 $C(-2, 0)$ ，点 D 在 y 轴上. 连接 AD , BD ，求 $\triangle ABD$ 的面积；

(3) 请直接写出关于 x 的不等式 $kx + b > \frac{m}{x}$ 的解集.

21. 某古镇为发展旅游产业, 吸引更多的游客前往游览, 助力乡村振兴, 决定在“五一”期间对团队*旅游实行门票特价优惠活动, 价格如下表:

购票人数 m (人)	$10 \leq m \leq 50$	$51 \leq m \leq 100$	$m > 100$
每人门票价 (元)	60	50	40

*题中的团队人数均不少于 10 人

现有甲、乙两个团队共 102 人, 计划利用“五一”假期到该古镇旅游, 其中甲团队不足 50 人, 乙团队多于 50 人.

(1) 如果两个团队分别购票, 一共应付 5580 元, 问甲、乙团队各有多少人?

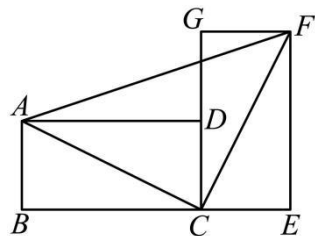
(2) 如果两个团队联合起来作为一个“大团队”购票, 比两个团队各自购票节省的费用不少于 1200 元, 问甲团队最少多少人?

22. 在数学综合与实践活动课上, 小红以“矩形的旋转”为主题开展探究活动.

(1) 操作判断

小红将两个完全相同的矩形纸片 $ABCD$ 和 $CEFG$ 拼成“L”形图案, 如图①.

试判断: $\triangle ACF$ 的形状为_____.



图①

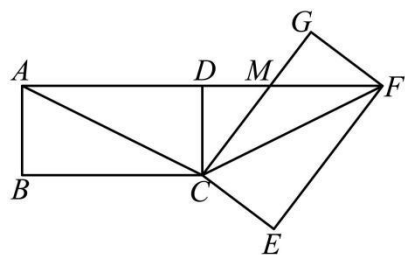
(2) 深入探究

小红在保持矩形 $ABCD$ 不动的条件下, 将矩形 $CEFG$ 绕点 C 旋转, 若 $AB = 2$, $AD = 4$.

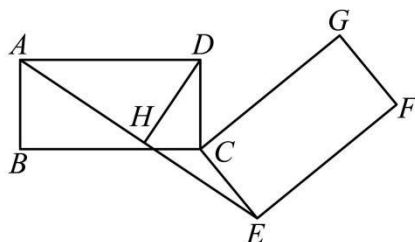
探究一: 当点 F 恰好落在 AD 的延长线上时, 设 CG 与 DF 相交于点 M , 如图②. 求 $\triangle CMF$ 的面积.

探究二: 连接 AE , 取 AE 的中点 H , 连接 DH , 如图③.

求线段 DH 长度的最大值和最小值.

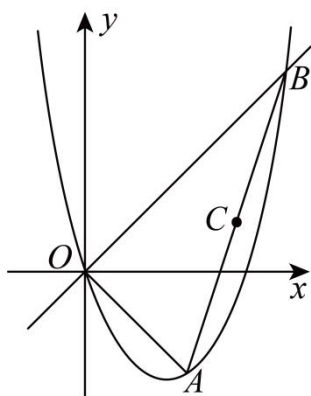


图②



图③

23. 如图，一条抛物线 $y = ax^2 + bx$ 经过 $\triangle OAB$ 的三个顶点，其中 O 为坐标原点，点 $A(3, -3)$ ，点 B 在第一象限内，对称轴是直线 $x = \frac{9}{4}$ ，且 $\triangle OAB$ 的面积为 18



- (1) 求该抛物线对应的函数表达式；
- (2) 求点 B 的坐标；
- (3) 设 C 为线段 AB 的中点， P 为直线 OB 上的一个动点，连接 AP ， CP ，将 $\triangle ACP$ 沿 CP 翻折，点 A 的对应点为 A_1 ．问是否存在点 P ，使得以 A_1 ， P ， C ， B 为顶点的四边形是平行四边形？若存在，求出所有符合条件的点 P 的坐标；若不存在，请说明理由．

