

# 泰安市 2023 年初中学业水平考试数学试题

## 一、选择题

1.  $-\frac{2}{3}$  的倒数是 ( )

- A.  $\frac{2}{3}$                       B.  $-\frac{2}{3}$                       C.  $\frac{3}{2}$                       D.  $-\frac{3}{2}$

2. 下列运算正确的是 ( )

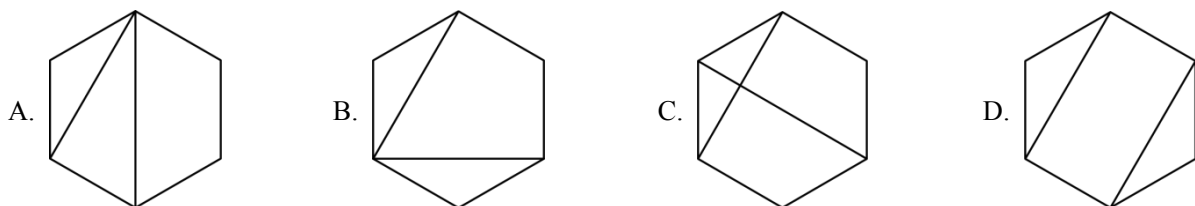
- A.  $2a + 3b = 5ab$                       B.  $(a-b)^2 = a^2 - b^2$   
C.  $(ab^2)^3 = a^3b^5$                       D.  $3a^3 \cdot (-4a^2) = -12a^5$

3. 2023 年 1 月 17 日, 国家航天局公布了我国嫦娥五号月球样品的科研成果. 科学家们通过对月球样品的研究, 精确测定了月球的年龄是 20.3 亿年, 数据 20.3 亿年用科学记数法表示为 ( )

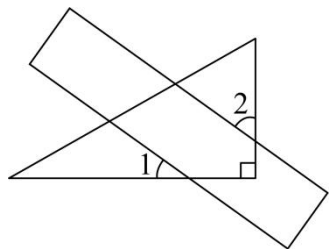


- A.  $2.03 \times 10^8$  年                      B.  $2.03 \times 10^9$  年                      C.  $2.03 \times 10^{10}$  年                      D.  $20.3 \times 10^9$  年

4. 小亮以四种不同的方式连接正六边形的两条对角线, 得到如下四种图形, 则既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ( )



5. 把一块直角三角板和一把直尺如图放置, 若  $\angle 1 = 35^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数等于 ( )



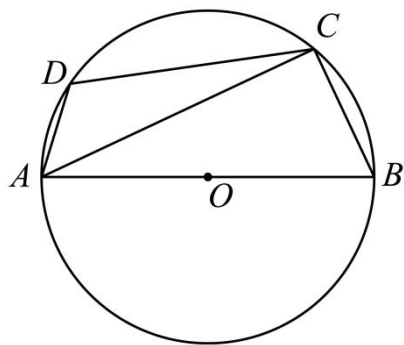
- A.  $65^\circ$                       B.  $55^\circ$                       C.  $45^\circ$                       D.  $60^\circ$

6. 为了解学生的身体素质状况, 国家每年都会进行中小学生身体素质抽测. 在今年的抽测中, 某校九年级

二班随机抽取了10名男生进行引体向上测试，他们的成绩（单位：个）如下：7，11，10，11，6，14，11，10，11，9。根据这组数据判断下列结论中错误的是（ ）

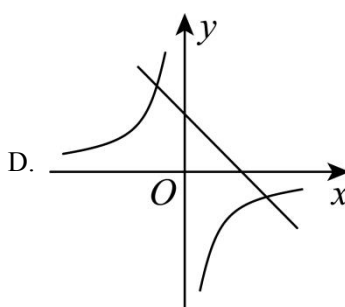
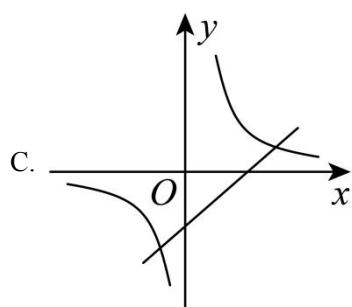
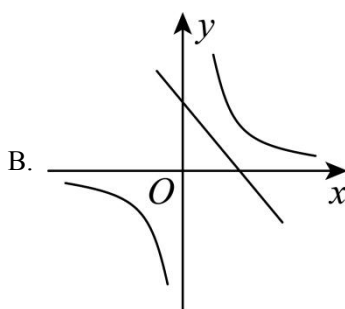
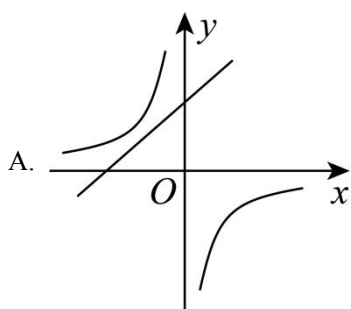
- A. 这组数据的众数是11  
B. 这组数据的中位数是10  
C. 这组数据的平均数是10  
D. 这组数据的方差是4.6

7. 如图， $AB$  是  $\odot O$  的直径， $D, C$  是  $\odot O$  上的点， $\angle ADC = 115^\circ$ ，则  $\angle BAC$  的度数是（ ）

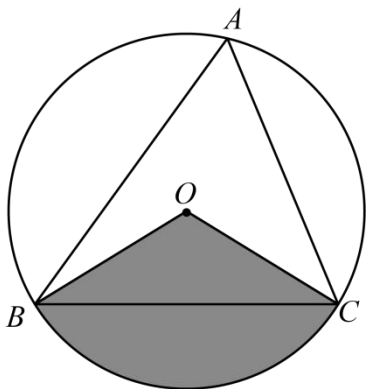


- A.  $25^\circ$   
B.  $30^\circ$   
C.  $35^\circ$   
D.  $40^\circ$

8. 一次函数  $y = ax + b$  与反比例函数  $y = \frac{ab}{x}$  ( $a, b$  为常数且均不等于 0) 在同一坐标系内的图象可能是（ ）



9. 如图， $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆，半径为 4，连接  $OB, OC, OA$ ，若  $\angle CAO = 40^\circ$ ， $\angle ACB = 70^\circ$ ，则阴影部分的面积是（ ）

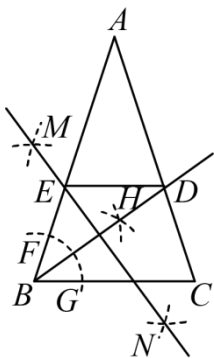


- A.  $\frac{4}{3}\pi$       B.  $\frac{8}{3}\pi$       C.  $\frac{16}{3}\pi$       D.  $\frac{32}{3}\pi$

10. 《九章算术》是我国古代数学的经典著作，书中有一个问题：“今有黄金九枚，白银一十一枚，称之重适等，交易其一，金轻十三两，问金、银各重几何？”意思是：甲袋中装有黄金9枚（每枚黄金重量相同），乙袋中装有白银11枚（每枚白银重量相同），称重两袋相等，两袋互相交换1枚后，甲袋比乙袋轻了13两（袋子重量忽略不计），问黄金、白银每枚各重多少两？设每枚黄金重  $x$  两，每枚白银重  $y$  两。根据题意得（ ）

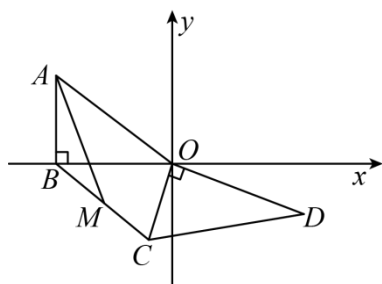
- A.  $\begin{cases} 11x = 9y, \\ (10y + x) - (8x + y) = 13. \end{cases}$       B.  $\begin{cases} 10y + x = 8x + y, \\ 9x + 13 = 11y. \end{cases}$
- C.  $\begin{cases} 9x = 11y, \\ (10y + x) - (8x + y) = 13. \end{cases}$       D.  $\begin{cases} 9x = 11y \\ (8x + y) - (10y + x) = 13. \end{cases}$

11. 如图， $\triangle ABC$  是等腰三角形， $AB = AC$ ， $\angle A = 36^\circ$ 。以点  $B$  为圆心，任意长为半径作弧，交  $AB$  于点  $F$ ，交  $BC$  于点  $G$ ，分别以点  $F$  和点  $G$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}FG$  的长为半径作弧，两弧相交于点  $H$ ，作射线  $BH$  交  $AC$  于点  $D$ ；分别以点  $B$  和点  $D$  为圆心，大于  $\frac{1}{2}BD$  的长为半径作弧，两弧相交于  $M$ 、 $N$  两点，作直线  $MN$  交  $AB$  于点  $E$ ，连接  $DE$ 。下列四个结论：①  $\angle AED = \angle ABC$ ；②  $BC = AE$ ；③  $ED = \frac{1}{2}BC$ ；④当  $AC = 2$  时， $AD = \sqrt{5} - 1$ 。其中正确结论的个数是（ ）



- A. 1      B. 2      C. 3      D. 4

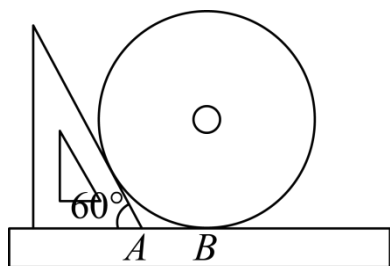
12. 如图，在平面直角坐标系中， $\text{Rt}\triangle AOB$  的一条直角边  $OB$  在  $x$  轴上，点  $A$  的坐标为  $(-6,4)$ ； $\text{Rt}\triangle COD$  中， $\angle COD = 90^\circ$ ， $OD = 4\sqrt{3}$ ， $\angle D = 30^\circ$ ，连接  $BC$ ，点  $M$  是  $BC$  中点，连接  $AM$ 。将  $\text{Rt}\triangle COD$  以点  $O$  为旋转中心按顺时针方向旋转，在旋转过程中，线段  $AM$  的最小值是 ( )



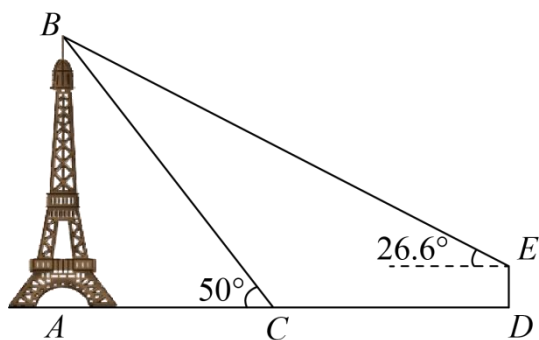
- A. 3                      B.  $6\sqrt{2} - 4$                       C.  $2\sqrt{13} - 2$                       D. 2

## 二、填空题

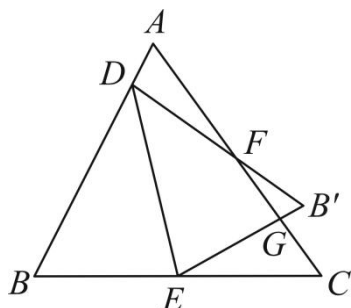
13. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - 4x - a = 0$  有两个不相等的实数根，则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_。
14. 为了测量一个圆形光盘的半径，小明把直尺、光盘和三角尺按图所示放置于桌面上，并量出  $AB = 4\text{cm}$ ，则这张光盘的半径是\_\_\_\_\_  $\text{cm}$ 。（精确到  $0.1\text{cm}$ ，参考数据： $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



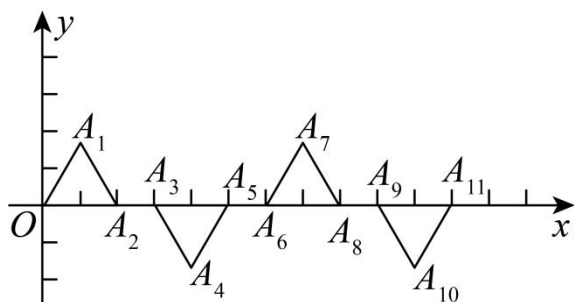
15. 二次函数  $y = -x^2 - 3x + 4$  的最大值是\_\_\_\_\_。
16. 在一次综合实践活动中，某学校数学兴趣小组对一电视发射塔的高度进行了测量。如图，在塔前  $C$  处，测得该塔顶端  $B$  的仰角为  $50^\circ$ ，后退  $60\text{m}$  ( $CD = 60\text{m}$ ) 到  $D$  处有一平台，在高  $2\text{m}$  ( $DE = 2\text{m}$ ) 的平台上的  $E$  处，测得  $B$  的仰角为  $26.6^\circ$ 。则该电视发射塔的高度  $AB$  为\_\_\_\_\_  $\text{m}$ 。（精确到  $1\text{m}$ ，参考数据： $\tan 50^\circ \approx 1.2, \tan 26.6^\circ \approx 0.5$ ）



17. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $AC = BC = 16$ , 点  $D$  在  $AB$  上, 点  $E$  在  $BC$  上, 点  $B$  关于直线  $DE$  的轴对称点为点  $B'$ , 连接  $DB'$ ,  $EB'$ , 分别与  $AC$  相交于  $F$  点,  $G$  点, 若  $AF = 8$ ,  $DF = 7$ ,  $B'F = 4$ , 则  $CG$  的长度为\_\_\_\_\_.



18. 已知,  $\triangle OA_1A_2, \triangle A_3A_4A_5, \triangle A_6A_7A_8, \dots$  都是边长为 2 的等边三角形, 按下图所示摆放. 点  $A_2, A_3, A_5, \dots$  都在  $x$  轴正半轴上, 且  $A_2A_3 = A_5A_6 = A_8A_9 = \dots = 1$ , 则点  $A_{2023}$  的坐标是\_\_\_\_\_.

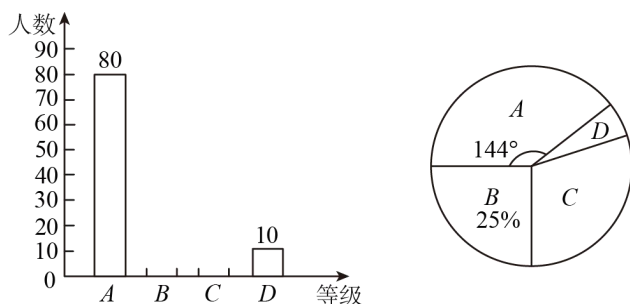


### 三、解答题

19. (1) 化简:  $\left(2 - \frac{x-1}{x+2}\right) \div \frac{x^2+10x+25}{x^2-4}$ ;

(2) 解不等式组: 
$$\begin{cases} 2x+7 > 3 \\ \frac{x+1}{3} > \frac{x-1}{2} \end{cases}$$

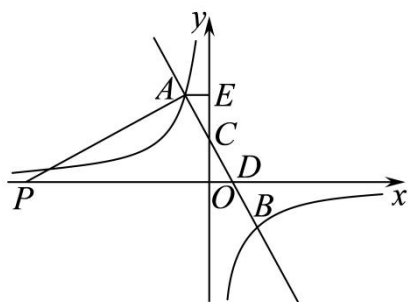
20. 2022 年 10 月 16 日至 10 月 22 日, 中国共产党第二十次全国代表大会在北京召开. 为激励青少年争做党的事业接班人, 某市团市委在党史馆组织了“红心永向党”为主题的知识竞赛, 依据得分情况将获奖结果分为四个等级:  $A$  级为特等奖,  $B$  级为一等奖,  $C$  级为二等奖,  $D$  级为优秀奖. 并将统计结果绘制成了如图所示的两幅不完整的统计图.



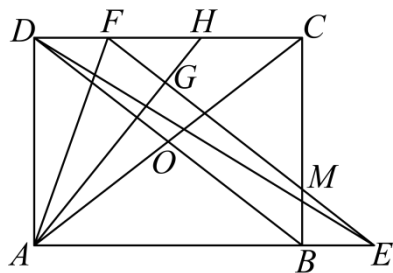
请根据相关信息解答下列问题:

- (1) 本次竞赛共有\_\_\_\_\_名选手获奖, 扇形统计图中扇形  $C$  的圆心角度数是\_\_\_\_\_度;
- (2) 补全条形统计图;
- (3) 若该党史馆有一个入口, 三个出口. 请用树状图或列表法, 求参赛选手小丽和小颖由馆内恰好从同一出口走出的概率.

21. 如图, 一次函数  $y_1 = -2x + 2$  的图象与反比例函数  $y_2 = \frac{k}{x}$  的图象分别交于点  $A$ , 点  $B$ , 与  $y$  轴,  $x$  轴分别交于点  $C$ , 点  $D$ , 作  $AE \perp y$  轴, 垂足为点  $E$ ,  $OE = 4$ .



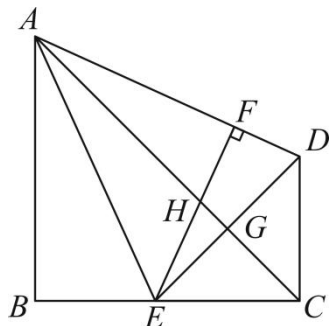
- (1) 求反比例函数的表达式;
  - (2) 在第二象限内, 当  $y_1 < y_2$  时, 直接写出  $x$  的取值范围;
  - (3) 点  $P$  在  $x$  轴负半轴上, 连接  $PA$ , 且  $PA \perp AB$ , 求点  $P$  坐标.
22. 为进行某项数学综合与实践活动, 小明到一个批发兼零售的商店购买所需工具. 该商店规定一次性购买该工具达到一定数量后可以按批发价付款, 否则按零售价付款. 小明如果给学校九年级学生每人购买一个, 只能按零售价付款, 需用 3600 元; 如果多购买 60 个, 则可以按批发价付款, 同样需用 3600 元, 若按批发价购买 60 个与按零售价购买 50 个所付款相同, 求这个学校九年级学生有多少人?
23. 如图, 矩形  $ABCD$  中, 对角线  $AC$ ,  $BD$  相交于点  $O$ , 点  $F$  是  $DC$  边上的一点, 连接  $AF$ , 将  $\triangle ADF$  沿直线  $AF$  折叠, 点  $D$  落在点  $G$  处, 连接  $AG$  并延长交  $DC$  于点  $H$ , 连接  $FG$  并延长交  $BC$  于点  $M$ , 交  $AB$  的延长线于点  $E$ , 且  $AC = AE$ .



(1) 求证：四边形  $DBEF$  是平行四边形；

(2) 求证：  $FH = ME$  .

24. 如图，  $\triangle ABC$ 、 $\triangle CDE$  是两个等腰直角三角形，  $EF \perp AD$  .



(1) 当  $AF = DF$  时，求  $\angle AED$  ；

(2) 求证：  $\triangle EHG \sim \triangle ADG$  ；

(3) 求证：  $\frac{AE}{EH} = \frac{AC}{HC}$  .

25. 如图 1，二次函数  $y = ax^2 + bx + 4$  的图象经过点  $A(-4, 0)$ ,  $B(-1, 0)$  .

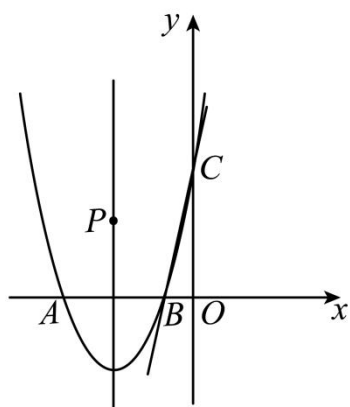


图1

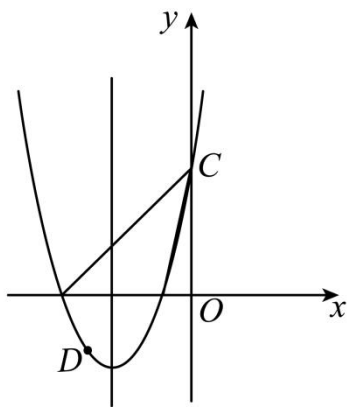


图2

(1) 求二次函数的表达式；

(2) 若点  $P$  在二次函数对称轴上，当  $\triangle BCP$  面积为 5 时，求  $P$  坐标；

(3) 小明认为，在第三象限抛物线上有一点  $D$ ，使  $\angle DAB + \angle ACB = 90^\circ$ ；请判断小明的说法是否正确，如果正确，请求出  $D$  的坐标；如果不正确，请说明理由.

