

2022 年青岛市初中学业水平考试

数学试题

(考试时间: 120 分钟 满分: 120 分)

说明:

1. 本试题分第 I 卷和第 II 卷两部分, 共 25 题. 第 I 卷为选择题, 共 8 小题, 24 分; 第 II 卷为填空题, 作图题、解答题, 共 17 小题, 96 分.
2. 所有题目均在答题卡上作答, 在试题上作答无效.

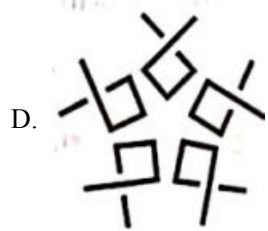
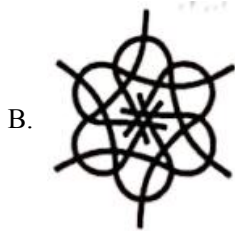
第 I 卷 (共 24 分)

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. 我国古代数学家祖冲之推算出 π 的近似值为 $\frac{355}{113}$, 它与 π 的误差小于 0.0000003. 将 0.0000003 用科学记数法可以表示为 ()

A. 3×10^{-7} B. 0.3×10^{-6} C. 3×10^{-6} D. 3×10^7

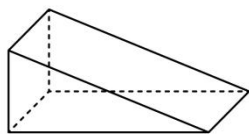
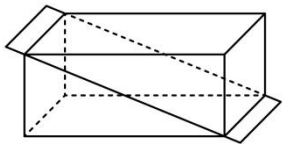
2. 北京冬奥会和冬残奥会组委会收到来自全球的会徽设计方案共 4506 件, 其中很多设计方案体现了对称之美. 以下 4 幅设计方案中, 既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



3. 计算 $(\sqrt{27} - \sqrt{12}) \times \sqrt{\frac{1}{3}}$ 的结果是 ()

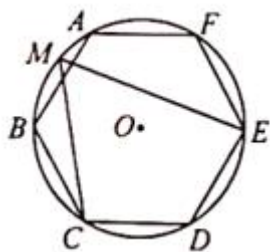
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. 1 C. $\sqrt{5}$ D. 3

4. 如图①. 用一个平面截长方体, 得到如图②的几何体, 它在我国古代数学名著《九章算术》中被称为“堑堵”. 图②“堑堵”的俯视图是 ()

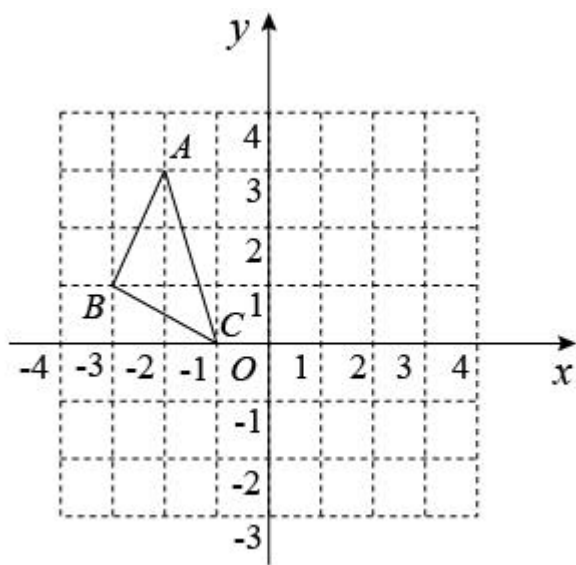


A. B. C. D.

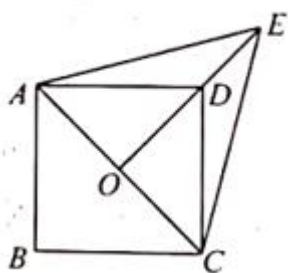
5. 如图，正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$ ，点 M 在 $\widehat{AB}$ 上，则 $\angle CME$ 的度数为 ()



- A. 30° B. 36° C. 45° D. 60°
6. 如图，将 $\triangle ABC$ 先向右平移 3 个单位，再绕原点 O 旋转 180° ，得到 $A'B'C'$ ，则点 A 的对应点 A' 的坐标是 ()



- A. $(2,0)$ B. $(-2,-3)$ C. $(-1,-3)$ D. $(-3,-1)$
7. 如图， O 为正方形 $ABCD$ 对角线 AC 的中点， $\triangle ACE$ 为等边三角形. 若 $AB = 2$ ，则 OE 的长度为 ()



- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\sqrt{6}$ C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

8. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象开口向下，对称轴为直线 $x = -1$ ，且经过点 $(-3,0)$ ，则下列结论正确的是 ()

A. $b > 0$

B. $c < 0$

C. $a + b + c > 0$

D. $3a + c = 0$

第Ⅱ卷 (共 96 分)

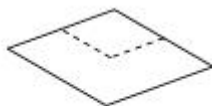
二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. $-\frac{1}{2}$ 的绝对值是_____.

10. 小明参加“建团百年, 我为团旗添光彩”主题演讲比赛, 其演讲形象、内容、效果三项得分分别是 9 分, 8 分, 8 分. 若将三项得分依次按 3 : 4 : 3 的比例确定最终成绩, 则小明的最终比赛成绩为_____分.

11. 为落实青岛市中小学生“十个一”行动计划, 学校举办以“强体质, 炼意志”为主题的体育节, 小亮报名参加 3000 米比赛项目, 经过一段时间训练后, 比赛时小亮的平均速度比训练前提高了 25%, 少用 3 分钟跑完全程. 设小亮训练前的平均速度为 x 米/分, 那么 x 满足的分式方程为_____.12. 图①是艺术家埃舍尔的作品, 他将数学与绘画完美结合, 在平面上创造出立体效果. 图②是一个菱形, 将图②截去一个边长为原来一半的菱形得到图③, 用图③镶嵌得到图④, 将图④着色后, 再次镶嵌便得到图①, 则图④中 $\angle ABC$ 的度数是_____°.

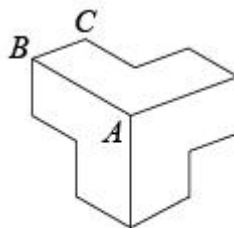
(图①)



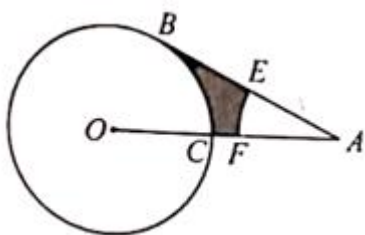
(图②)



(图③)



(图④)

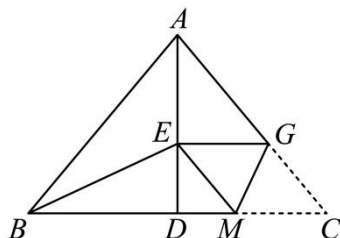
13. 如图, AB 是 $\odot O$ 的切线, B 为切点, OA 与 $\odot O$ 交于点 C , 以点 A 为圆心、以 OC 的长为半径作 $\widehat{EF}$, 分别交 AB, AC 于点 E, F . 若 $OC = 2, AB = 4$, 则图中阴影部分的面积为_____.14. 如图, 已知 $\triangle ABC, AB = AC, BC = 16, AD \perp BC, \angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E , 且 $DE = 4$. 将 $\angle C$ 沿 GM 折叠使点 C 与点 E 恰好重合. 下列结论正确的有: _____ (填写序号)

① $BD = 8$

② 点 E 到 AC 的距离为 3

③ $EM = \frac{10}{3}$

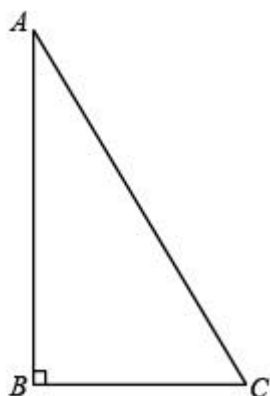
④ $EM \parallel AC$



三、作图题 (本大题满分 4 分)

请用直尺、圆规作图, 不写作法, 但要保留作图痕迹.

15. 已知: $Rt\triangle ABC$, $\angle B = 90^\circ$.



求作: 点 P , 使点 P 在 $\triangle ABC$ 内部, 且 $PB = PC, \angle PBC = 45^\circ$.

四、解答题 (本大题共 10 小题, 共 74 分)

16. (1) 计算: $\frac{a-1}{a^2-4a+4} \div \left(1 + \frac{1}{a-2}\right)$;

(2) 解不等式组:
$$\begin{cases} 2x \geq 3(x-1) \\ 2 - \frac{x}{2} < 1 \end{cases}$$

17. 2022 年 3 月 23 日下午, “天宫课堂”第二课开讲, 航天员翟志刚、王亚平、叶光富相互配合进行授课, 激发了同学们学习航天知识的热情. 小冰和小雪参加航天知识竞赛时, 均获得了一等奖, 学校想请一位同学作为代表分享获奖心得. 小冰和小雪都想分享, 于是两人决定一起做游戏, 谁获胜谁分享, 游戏规则如下: 甲口袋装有编号为 1, 2 的两个球, 乙口袋装有编号为 1, 2, 3, 4, 5 的五个球, 两口袋中的球除编号外都相同. 小冰先从甲口袋中随机摸出一个球, 小雪再从乙口袋中随机摸出一个球, 若两球编号之和为奇数, 则小冰获胜; 若两球编号之和为偶数, 则小雪获胜.

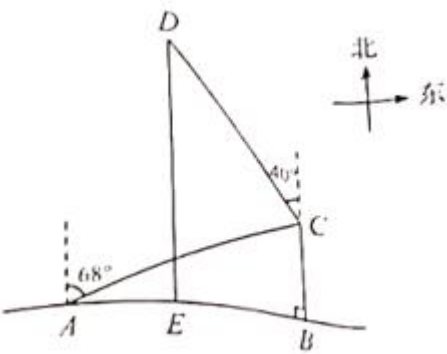
请用列表或画树状图的方法, 说明这个游戏对双方是否公平.

18. 已知二次函数 $y = x^2 + mx + m^2 - 3$ (m 为常数, $m > 0$) 的图象经过点 $P(2, 4)$.

(1) 求 m 的值;

(2) 判断二次函数 $y=x^2+mx+m^2-3$ 的图象与 x 轴交点的个数，并说明理由.

19. 如图， AB 为东西走向的滨海大道，小宇沿滨海大道参加“低碳生活·绿色出行”健步走公益活动. 小宇在点 A 处时，某艘海上观光船位于小宇北偏东 68° 的点 C 处，观光船到滨海大道的距离 CB 为 200 米. 当小宇沿滨海大道向东步行 200 米到达点 E 时，观光船沿北偏西 40° 的方向航行至点 D 处，此时，观光船恰好在小宇的正北方向，求观光船从 C 处航行到 D 处的距离. (参考数据: $\sin 40^\circ \approx 0.64$, $\cos 40^\circ \approx 0.77$, $\tan 40^\circ \approx 0.84$, $\sin 68^\circ \approx 0.93$, $\cos 68^\circ \approx 0.37$, $\tan 68^\circ \approx 2.48$)

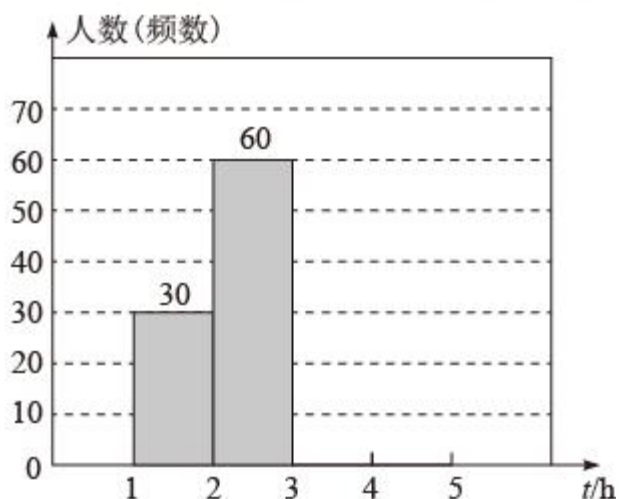


20. 孔子曾说：“知之者不如好之者，好之者不如乐之者。”兴趣是最好的老师，阅读、书法、绘画、手工、烹饪、运动、音乐……各种兴趣爱好是打并创新之门的金钥匙. 某校为了了解学生兴趣爱好情况，组织了问卷调查活动，从全校 2200 名学生中随机抽取了 200 人进行调查，其中一项调查内容是学生每周自主发展兴趣爱好的时长. 对这项调查结果使用画“正”字的方法进行初步统计，得到下表：

学生每周自主发展兴趣爱好时长分布统计表

组别	时长 t (单位: h)	人数累计	人数
第一组	$1 \leq t < 2$	正正正正正正	30
第二组	$2 \leq t < 3$	正正正正正正正正正正正正	60
第三组	$3 \leq t < 4$	正正正正正正正正正正正正正正	70
第四组	$4 \leq t < 5$	正正正正正正正正	40

学生每周自主发展兴趣爱好时长频数直方图



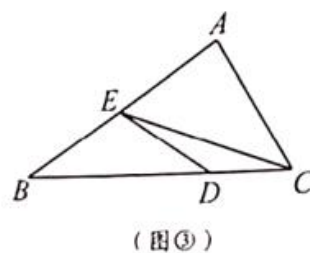
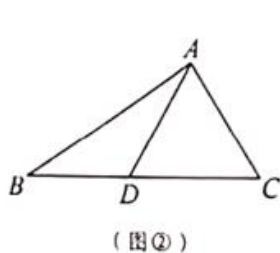
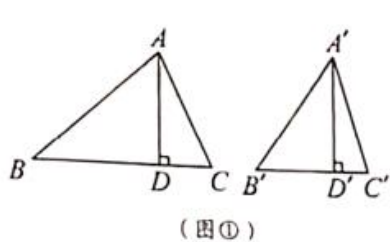
根据以上信息，解答下列问题：

- (1) 补全频数直方图；
- (2) 这 200 名学生每周自主发展兴趣爱好时长的中位数落在第_____组；
- (3) 若将上述调查结果绘制成扇形统计图，则第二组的学生人数占调查总人数的百分比为_____，对应的扇形圆心角的度数为_____°；
- (4) 学校倡议学生每周自主发展兴趣爱好时长应不少于 2h，请你估计，该校学生中有多少人需要增加自主发展兴趣爱好时间？

21. 【图形定义】

有一条高线相等的两个三角形称为等高三角形.

例如：如图①. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中， $AD, A'D'$ 分别是 BC 和 $B'C'$ 边上的高线，且 $AD = A'D'$ ，则 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 是等高三角形.



【性质探究】

如图①，用 $S_{\triangle ABC}$ ， $S_{\triangle A'B'C'}$ 分别表示 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 的面积.

$$\text{则 } S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AD, S_{\triangle A'B'C'} = \frac{1}{2} B'C' \cdot A'D',$$

$$\because AD = A'D'$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} : S_{\triangle A'B'C'} = BC : B'C'.$$

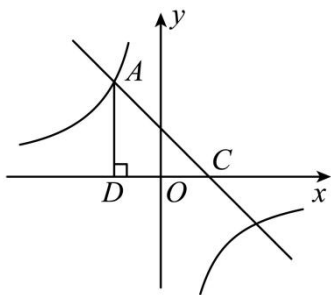
【性质应用】

(1) 如图②, D 是 $\triangle ABC$ 的边 BC 上的一点. 若 $BD = 3, DC = 4$, 则 $S_{\triangle ABD} : S_{\triangle ADC} =$ _____;

(2) 如图③, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是 BC 和 AB 边上的点. 若 $BE : AB = 1 : 2, CD : BC = 1 : 3, S_{\triangle ABC} = 1$, 则 $S_{\triangle BEC} =$ _____, $S_{\triangle CDE} =$ _____;

(3) 如图③, 在 $\triangle ABC$ 中, D, E 分别是 BC 和 AB 边上的点, 若 $BE : AB = 1 : m, CD : BC = 1 : n, S_{\triangle ABC} = a$, 则 $S_{\triangle CDE} =$ _____.

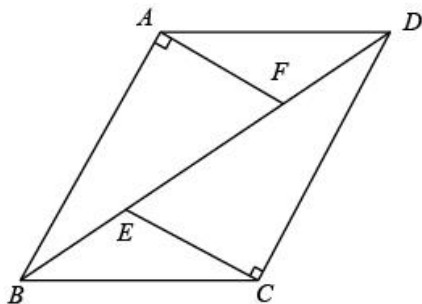
22. 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 x 轴正半轴相交于点 C , 与反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象在第二象限相交于点 $A(-1, m)$, 过点 A 作 $AD \perp x$ 轴, 垂足为 D , $AD = CD$.



(1) 求一次函数的表达式;

(2) 已知点 $E(a, 0)$ 满足 $CE = CA$, 求 a 的值.

23. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, 点 E, F 在对角线 BD 上, $BE = EF = FD$, $\angle BAF = \angle DCE = 90^\circ$.



(1) 求证: $\triangle ABF \cong \triangle CDE$;

(2) 连接 AE, CF , 已知 _____ (从以下两个条件中选择一个作为已知, 填写序号), 请判断四边形 $AECF$ 的形状, 并证明你的结论.

条件①: $\angle ABD = 30^\circ$;

条件 2: $AB=BC$.

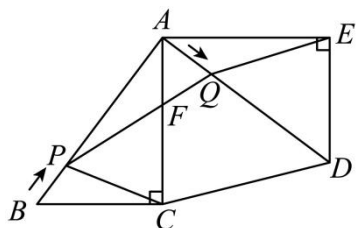
(注: 如果选择条件①条件②分别进行解答, 按第一个解答计分)

24. 李大爷每天到批发市场购进某种水果进行销售, 这种水果每箱 10 千克, 批发商规定: 整箱购买, 一箱起售, 每人一天购买不超过 10 箱; 当购买 1 箱时, 批发价为 8.2 元/千克, 每多购买 1 箱, 批发价每千克降低 0.2 元. 根据李大爷的销售经验, 这种水果售价为 12 元/千克时, 每天可销售 1 箱; 售价每千克降低 0.5 元, 每天可多销售 1 箱.

(1) 请求出这种水果批发价 y (元/千克) 与购进数量 x (箱) 之间的函数关系式;

(2) 若每天购进的这种水果需当天全部售完, 请你计算, 李大爷每天应购进这种水果多少箱, 才能使每天所获利润最大? 最大利润是多少?

25. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 5\text{cm}$, $BC = 3\text{cm}$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 90° 得到 $\triangle ADE$, 连接 CD . 点 P 从点 B 出发, 沿 BA 方向匀速运动, 速度为 1cm/s ; 同时, 点 Q 从点 A 出发, 沿 AD 方向匀速运动, 速度为 1cm/s . PQ 交 AC 于点 F , 连接 CP, EQ . 设运动时间为 $t(\text{s}) (0 < t < 5)$. 解答下列问题:



(1) 当 $EQ \perp AD$ 时, 求 t 的值;

(2) 设四边形 $PCDQ$ 的面积为 $S(\text{cm}^2)$, 求 S 与 t 之间的函数关系式;

(3) 是否存在某一时刻 t , 使 $PQ \parallel CD$? 若存在, 求出 t 的值; 若不存在, 请说明理由.

