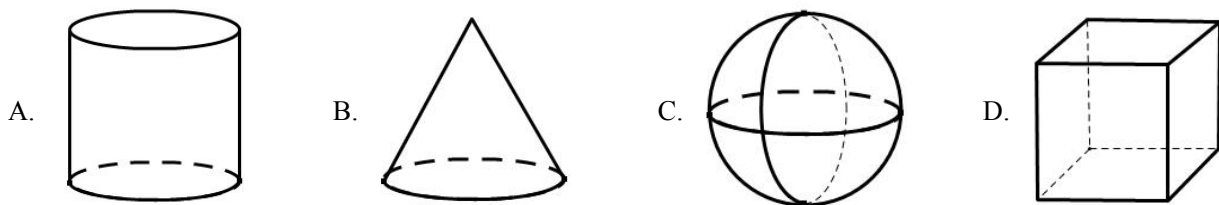


2022 年山东省潍坊市中考数学试题

第 I 卷 (选择题 共 36 分)

一、单项选择题 (共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 每小题四个选项中只有一项正确)

1. 下列物体中, 三视图都是圆的是 ()



2. 秦兵马俑的发现被誉为“世界第八大奇迹”, 兵马俑的眼睛到下巴的距离与头顶到下巴的距离之比约为

$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 下列估算正确的是 ()



A. $0 < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < \frac{2}{5}$ B. $\frac{2}{5} < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < \frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2} < \frac{\sqrt{5}-1}{2} < 1$ D. $\frac{\sqrt{5}-1}{2} > 1$

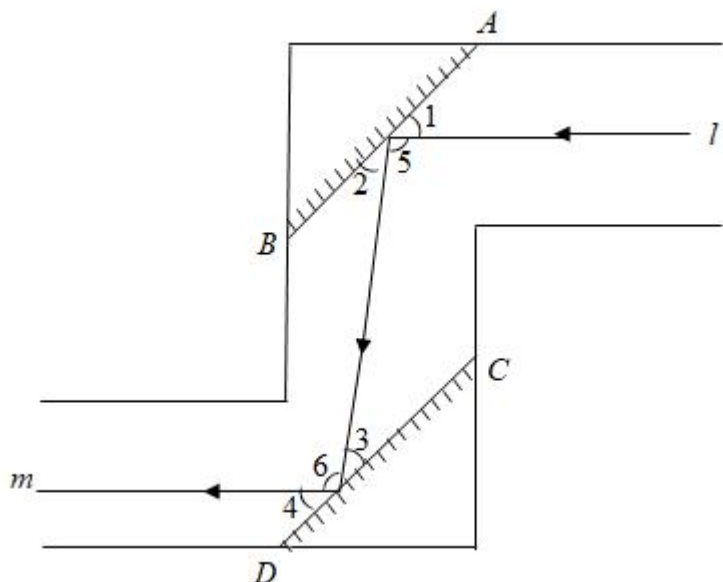
3. 不等式组 $\begin{cases} x+1 \geq 0 \\ x-1 < 0 \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()



4. 抛物线 $y=x^2+x+c$ 与 x 轴只有一个公共点, 则 c 的值为 ()

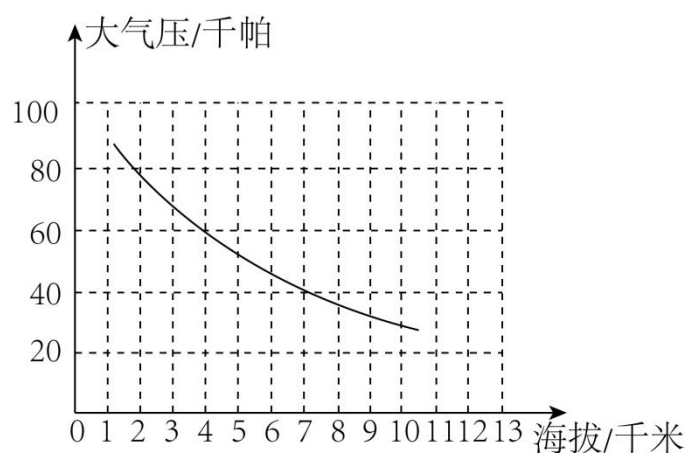
A. $-\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. -4 D. 4

5. 如图是小亮绘制的潜望镜原理示意图, 两个平面镜的镜面 AB 与 CD 平行, 入射光线 l 与出射光线 m 平行. 若入射光线 l 与镜面 AB 的夹角 $\angle 1 = 40^\circ 10'$, 则 $\angle 6$ 的度数为 ()



- A. $100^{\circ}40'$ B. $99^{\circ}80'$ C. $99^{\circ}40'$ D. $99^{\circ}20'$

6. 地球周围的大气层阻挡了紫外线和宇宙射线对地球生命的伤害，同时产生一定的大气压，海拔不同，大气压不同，观察图中数据，你发现，正确的是（ ）



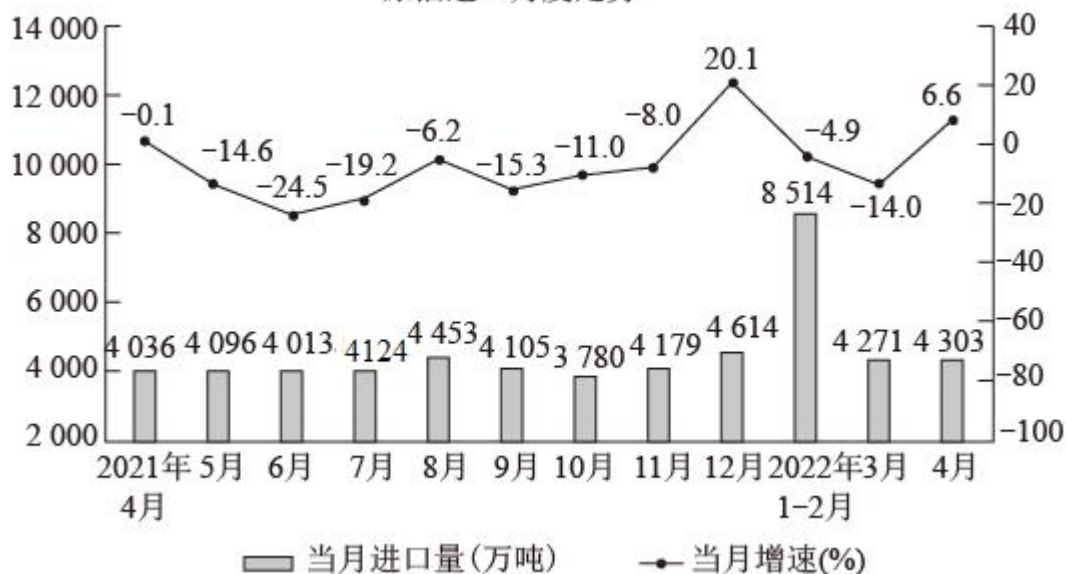
- A. 海拔越高，大气压越大
B. 图中曲线是反比例函数的图象
C. 海拔为 4 千米时，大气压约为 70 千帕
D. 图中曲线表达了大气压和海拔两个量之间的变化关系

7. 观察我国原油进口月度走势图，2022 年 4 月原油进口量比 2021 年 4 月增加 267 万吨，当月增速为 6.6%

(计算方法: $\frac{267}{4036} \times 100\% \approx 6.6\%$). 2022 年 3 月当月增速为 -14.0% ，设 2021 年 3 月原油进口量为 x

万吨，下列算法正确的是（ ）

原油进口月度走势



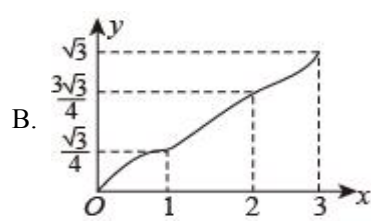
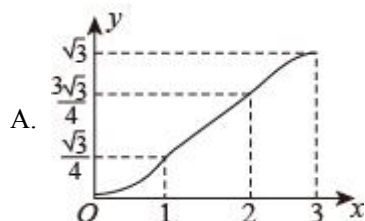
A. $\frac{x-4271}{4271} \times 100\% = -14.0\%$

B. $\frac{4271-x}{4271} \times 100\% = -14.0\%$

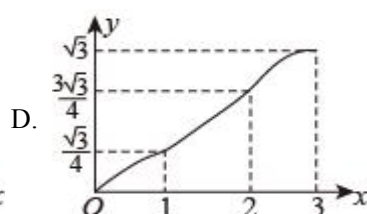
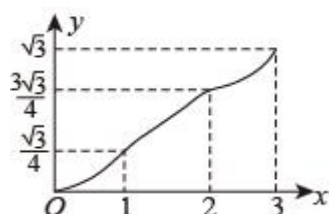
C. $\frac{x-4271}{x} \times 100\% = -14.0\%$

D. $\frac{4271-x}{x} \times 100\% = -14.0\%$

8. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $\angle A=60^\circ$, $AB=2$, $AD=1$, 点 E , F 在 $\square ABCD$ 的边上, 从点 A 同时出发, 分别沿 $A \rightarrow B \rightarrow C$ 和 $A \rightarrow D \rightarrow C$ 的方向以每秒 1 个单位长度的速度运动, 到达点 C 时停止, 线段 EF 扫过区域的面积记为 y , 运动时间记为 x , 能大致反映 y 与 x 之间函数关系的图象是 ()



C.



二、多项选择题 (共 4 小题, 每小题 3 分, 共 12 分. 每小题的四个选项中, 有多项正确, 全

部选对得 3 分，部分选对得 2 分，有错选的得 0 分)

9. 小莹所在班级 10 名同学的身高数据如表所示.

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
身高 (cm)	165	158	168	162	174	168	162	165	168	170

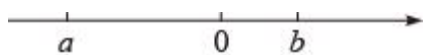
下列统计量中，能够描述这组数据集中趋势的是 ()

- A. 平均数 B. 方差 C. 众数 D. 中位数

10. 利用反例可以判断一个命题是错误的，下列命题错误的是 ()

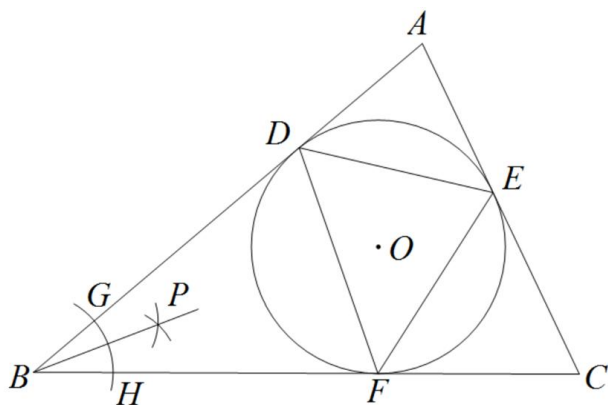
- A. 若 $ab = 0$ ，则 $a = 0$ B. 对角线相等的四边形是矩形
- C. 函数 $y = \frac{2}{x}$ 的图象是中心对称图形 D. 六边形的外角和大于五边形的外角和

11. 如图，实数 a, b 在数轴上的对应点在原点两侧，下列各式成立的是 ()



- A. $\left| \frac{a}{b} \right| > 1$ B. $-a < b$ C. $a - b > 0$ D. $-ab > 0$

12. 如图， $\triangle ABC$ 的内切圆 (圆心为点 O) 与各边分别相切于点 D, E, F ，连接 EF, DE, DF 。以点 B 为圆心，以适当长为半径作弧分别交 AB, BC 于 G, H 两点；分别以点 G, H 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}GH$ 的长为半径作弧，两条弧交于点 P ；作射线 BP 。下列说法正确的是 ()



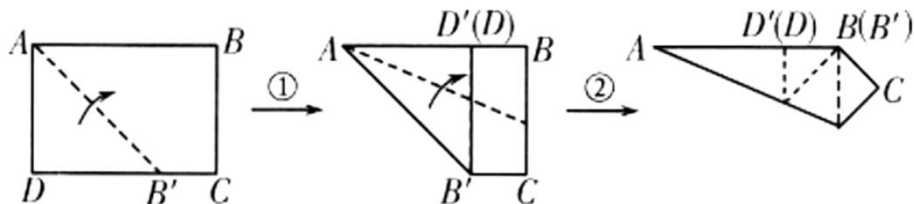
- A. 射线 BP 一定过点 O B. 点 O 是 $\triangle DEF$ 三条中线的交点
- C. 若 $\triangle ABC$ 是等边三角形，则 $DE = \frac{1}{2}BC$ D. 点 O 不是 $\triangle DEF$ 三条边的垂直平分线的交点

第 II 卷 (非选择题 共 84 分)

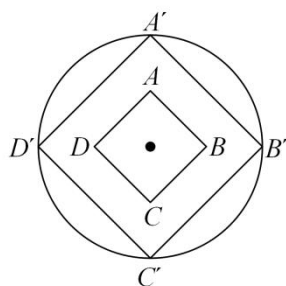
三、填空题 (共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分. 只写最后结果)

13. 方程组 $\begin{cases} 2x+3y=13 \\ 3x-2y=0 \end{cases}$ 的解为_____.

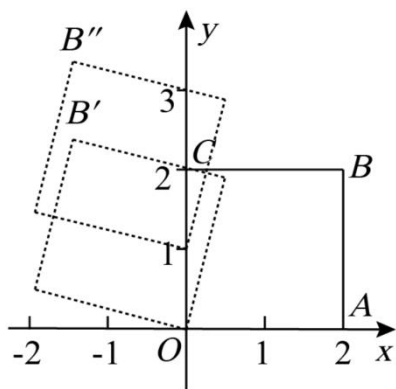
14. 小莹按照如图所示的步骤折叠 A4 纸, 折完后, 发现折痕 AB' 与 A4 纸的长边 AB 恰好重合, 那么 A4 纸的长 AB 与宽 AD 的比值为_____.



15. 《墨子·天文志》记载: “执规矩, 以度天下之方圆.” 度方知圆, 感悟数学之美. 如图, 正方形 $ABCD$ 的面积为 4, 以它的对角线的交点为位似中心, 作它的位似图形 $A'B'C'D'$, 若 $A'B':AB=2:1$, 则四边形 $A'B'C'D'$ 的外接圆的周长为_____.

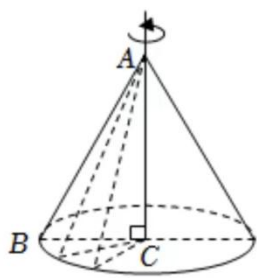


16. 如图, 在直角坐标系中, 边长为 2 个单位长度的正方形 $ABCO$ 绕原点 O 逆时针旋转 75° , 再沿 y 轴方向向上平移 1 个单位长度, 则点 B'' 的坐标为_____.

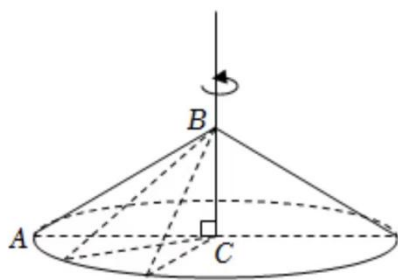


四、解答题 (共 7 小题, 共 72 分. 请写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17. 在数学实验课上, 小莹将含 30° 角的直角三角尺分别以两个直角边为轴旋转一周, 得到甲、乙两个圆锥, 并用作图软件 Geogebra 画出如下示意图



甲



乙

小亮观察后说：“甲、乙圆锥的侧面都是由三角尺的斜边 AB 旋转得到，所以它们的侧面积相等。”

你认同小亮的说法吗？请说明理由.

18. (1) 在计算 $\frac{-2^2 - (-1)^{10} + |-6| + 3^3}{\sqrt{3} \tan 30^\circ - \sqrt[3]{64} \times (-2)^{-2} + (-2)^0}$ 时，小亮的计算过程如下：

解： $\frac{-2^2 - (-1)^{10} + |-6| + 3^3}{\sqrt{3} \tan 30^\circ - \sqrt[3]{64} \times (-2)^{-2} + (-2)^0}$

$$= \frac{4 - (-1) - 6 + 27}{\sqrt{3} \times \sqrt{3} - 4 \times 2^2 + 0}$$

$$= \frac{4 + 1 - 6 + 27}{3 - 16}$$

$$= -2$$

小莹发现小亮的计算有误，帮助小亮找出了 3 个错误. 请你找出其他错误，参照①~③的格式写在横线上，并依次标注序号：

① $-2^2 = 4$ ；② $(-1)^{10} = -1$ ；③ $|-6| = -6$ ；

请写出正确的计算过程.

(2) 先化简，再求值： $\left(\frac{2}{x-3} - \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{x^2 - 3x}{x^2 + 6x + 9}$ ，其中 x 是方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的根.

19. 2022 年 5 月， W 市从甲、乙两校各抽取 10 名学生参加全市语文素养水平监测.

【学科测试】每名学生从 3 套不同的试卷中随机抽取 1 套作答，小亮、小莹都参加测试，请用树状图或列表法求小亮、小莹作答相同试卷的概率.

样本学生语文测试成绩（满分 100 分）如下表：

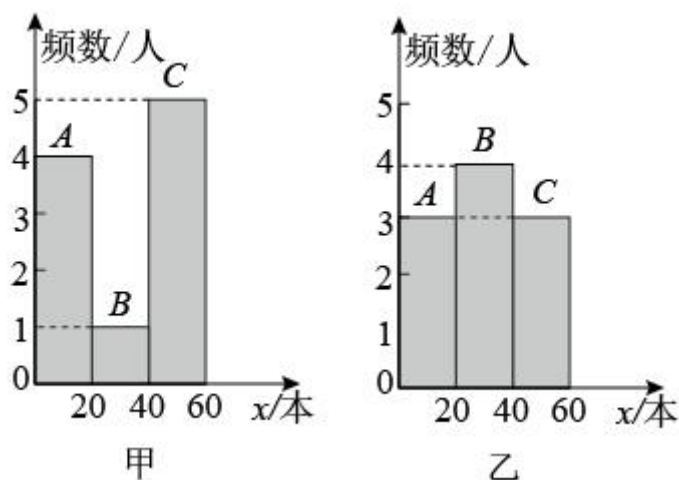
	样本学生成绩	平均数	方差	中位数	众数
--	--------	-----	----	-----	----

甲校	50	66	66	66	78	80	81	82	83	94	74.6	141.04	a	66
乙校	64	65	69	74	76	76	76	81	82	83	74.6	40.84	76	b

表中 $a =$ _____; $b =$ _____.

请从平均数、方差、中位数、众数中选择合适的统计量, 评判甲、乙两校样本学生的语文测试成绩.

【问卷调查】对样本学生每年阅读课外书的数量进行问卷调查, 根据调查结果把样本学生分为 3 组, 制成频数直方图, 如图所示.



A 组: $0 < x \leq 20$; B 组: $20 < x \leq 40$; C 组: $40 < x \leq 60$.

请分别估算两校样本学生阅读课外书的平均数量 (取各组上限与下限的中间值近似表示该组的平均数).

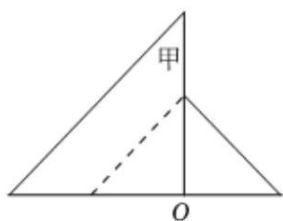
【监测反思】

- ①请用【学科测试】和【问卷调查】中的数据, 解释语文测试成绩与课外阅读量的相关性;
- ②若甲、乙两校学生都超过 2000 人, 按照 W 市的抽样方法, 用样本学生数据估计甲、乙两校总体语文素养水平可行吗? 为什么?

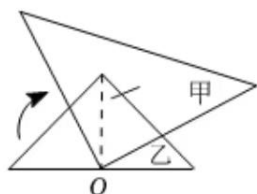
20. 【情境再现】

甲、乙两个含 45° 角的直角三角尺如图①放置, 甲的直角顶点放在乙斜边上的高的垂足 O 处, 将甲绕点 O 顺时针旋转一个锐角到图②位置. 小莹用作图软件 Geogebra 按图②作出示意图, 并连接 AG, BH , 如图③所示, AB 交 HO 于 E , AC 交 OG 于 F , 通过证明 $\triangle OBE \cong \triangle OAF$, 可得 $OE = OF$.

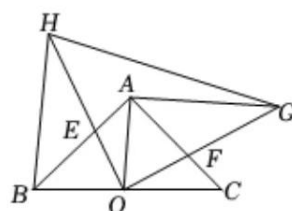
请你证明: $AG = BH$.



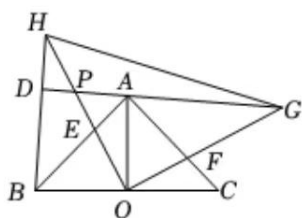
图①



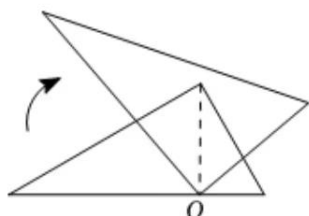
图②



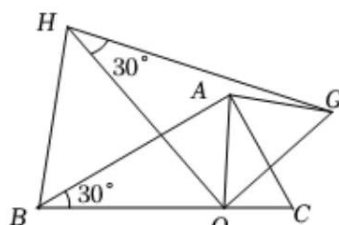
图③



图④



图⑤



图⑥

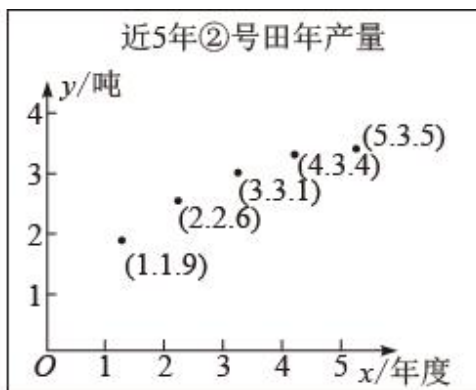
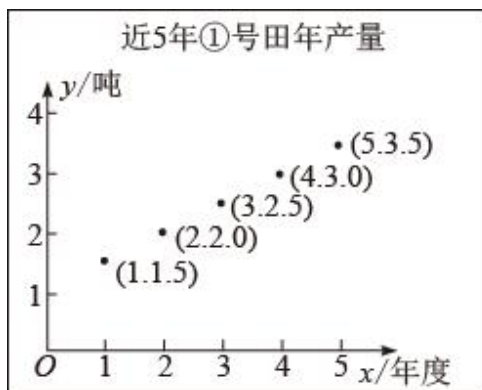
【迁移应用】

延长 GA 分别交 HO, HB 所在直线于点 P, D , 如图④, 猜想并证明 DG 与 BH 的位置关系.

【拓展延伸】

小亮将图②中的甲、乙换成含 30° 角的直角三角尺如图⑤, 按图⑤作出示意图, 并连接 HB, AG , 如图⑥所示, 其他条件不变, 请你猜想并证明 AG 与 BH 的数量关系.

21. 某市在盐碱地种植海水稻获得突破性进展, 小亮和小莹到海水稻种植基地调研. 小莹根据水稻年产量数据, 分别在直角坐标系中描出表示 2017-2021 年①号田和②号田年产量情况的点 (记 2017 年为第 1 年度, 横轴表示年度, 纵轴表示年产量), 如下图.



小亮认为, 可以从 $y=kx+b(k>0)$, $y=\frac{m}{x}(m>0)$, $y=-0.1x^2+ax+c$ 中选择适当的函数模型, 模拟①号田和②号田的年产量变化趋势.

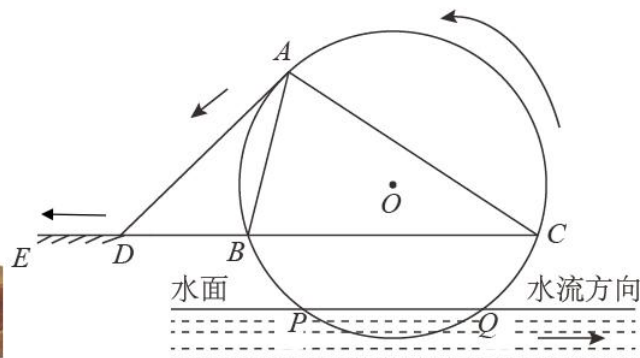
(1) 小莹认为不能选 $y=\frac{m}{x}(m>0)$. 你认同吗? 请说明理由;

(2) 请从小亮提供的函数模型中, 选择适当的模型分别模拟①号田和②号田的年产量变化趋势, 并求出函

数表达式；

(3) 根据 (2) 中你选择的函数模型，请预测①号田和②号田总年产量在哪一年最大？最大是多少？

22. 筒车是我国古代利用水力驱动的灌溉工具，车轮绑以竹筒，旋转时低则舀水，高则泻水. 如图，水力驱动筒车按逆时针方向转动，竹筒把水引至 A 处，水沿射线 AD 方向泻至水渠 DE ，水渠 DE 所在直线与水面 PQ 平行；设筒车为 $\odot O$ ， $\odot O$ 与直线 PQ 交于 P, Q 两点，与直线 DE 交于 B, C 两点，恰有 $AD^2 = BD \cdot CD$ ，连接 AB, AC .



(1) 求证： AD 为 $\odot O$ 的切线；

(2) 筒车的半径为 3m ， $AC = BC$ ， $\angle C = 30^\circ$. 当水面上升， A, O, Q 三点恰好共线时，求筒车在水面下的最大深度（精确到 0.1m ，参考值： $\sqrt{2} \approx 1.4, \sqrt{3} \approx 1.7$ ）.

23. 为落实“双减”，老师布置了一项这样的课后作业：

二次函数的图象经过点 $(-1, -1)$ ，且不过第一象限，写出满足这些条件的一个函数表达式.

[观察发现]

请完成作业，并在直角坐标系中画出大致图象.

[思考交流]

小亮说：“满足条件的函数图象的对称轴一定在 y 轴的左侧.”

小莹说：“满足条件的函数图象一定在 x 轴的下方.”

你认同他们的说法吗？若不认同，请举例说明.

[概括表达]

小博士认为这个作业的答案太多，老师不方便批阅，于是探究了二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象与系数 a, b, c 的关系，得出了提高老师作业批阅效率的方法.

请你探究这个方法，写出探究过程.

