

2021 年山东省青岛市中考数学真题

第 I 卷 (共 24 分)

一、选择题 (本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

1. 剪纸是我国古老的民间艺术, 下列四个剪纸图案为轴对称图形的是 ()



2. 下列各数为负分数的是 ()

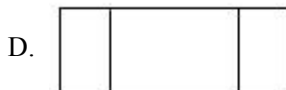
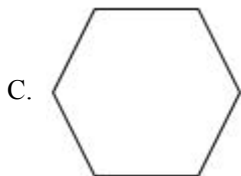
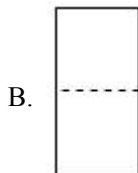
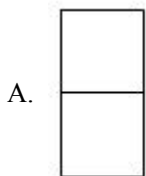
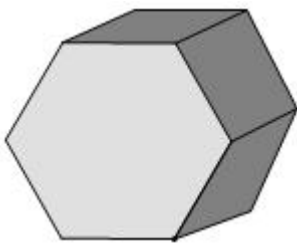
A. -1

B. $-\frac{1}{2}$

C. 0

D. $\sqrt{3}$

3. 如图所示的几何体, 其左视图是 ()



4. 2021 年 3 月 5 日, 李克强总理在政府工作报告中指出, 我国脱贫攻坚成果举世瞩目, 5575 万农村贫困人口实现脱贫. 5575 万 $= 55750000$, 用科学记数法将 55750000 表示为 ()

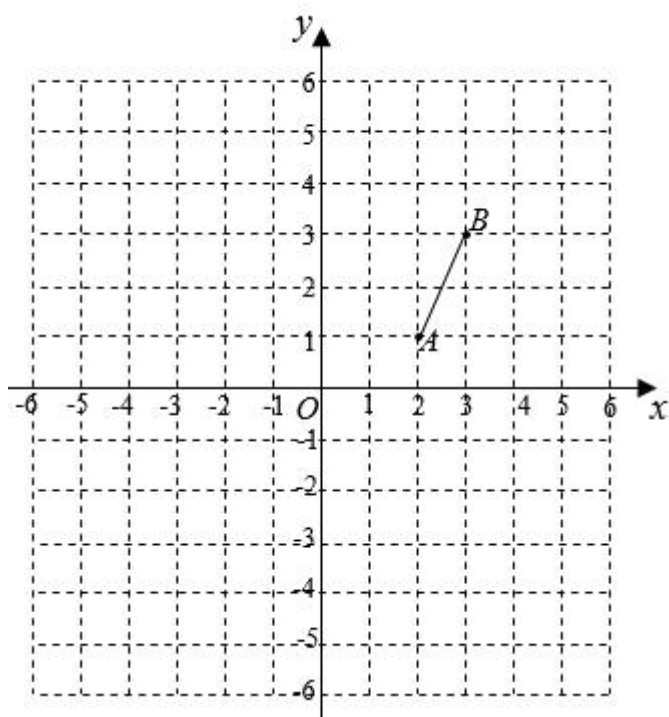
A. 5575×10^4

B. 55.75×10^5

C. 5.575×10^7

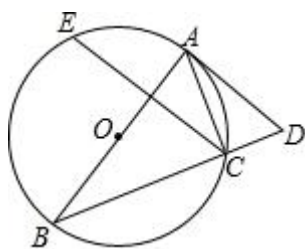
D. 0.5575×10^8

5. 如图, 将线段 AB 先绕原点 O 按逆时针方向旋转 90° , 再向下平移 4 个单位, 得到线段 $A'B'$, 则点 A 的对应点 A' 的坐标是 ()



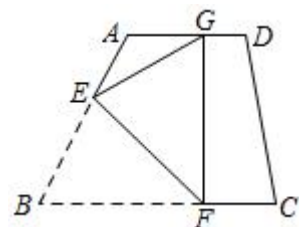
- A. $(1, -6)$ B. $(-1, 6)$ C. $(1, -2)$ D. $(-1, -2)$

6. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 E, C 在 $\odot O$ 上, 点 A 是 $\widehat{EC}$ 的中点, 过点 A 画 $\odot O$ 的切线, 交 BC 的延长线于点 D , 连接 EC . 若 $\angle ADB = 58.5^\circ$, 则 $\angle ACE$ 的度数为 ()



- A. 29.5° B. 31.5° C. 58.5° D. 63°

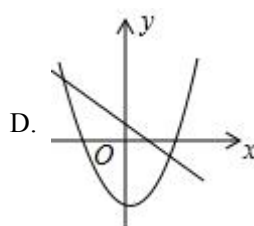
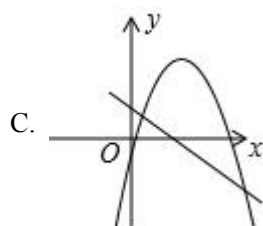
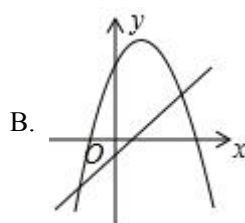
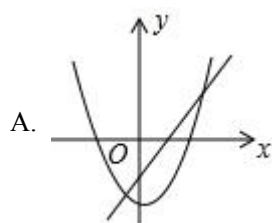
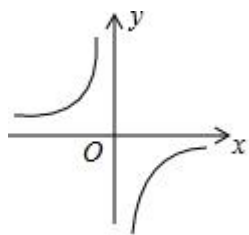
7. 如图, 在四边形纸片 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB = 10$, $\angle B = 60^\circ$. 将纸片折叠, 使点 B 落在 AD 边上的点 G 处, 折痕为 EF . 若 $\angle BFE = 45^\circ$, 则 BF 的长为 ()



- A. 5 B. $3\sqrt{5}$ C. $5\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{5}$

8. 已知反比例函数 $y = \frac{b}{x}$ 的图象如图所示, 则一次函数 $y = cx + a$ 和二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 在同一直角

坐标系中的图象可能是 ()



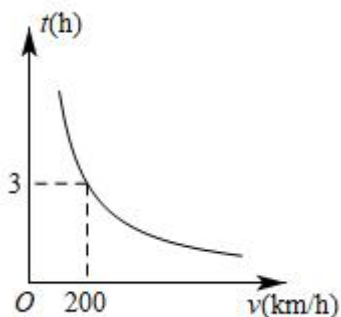
第Ⅱ卷 (共 96 分)

二、填空题 (本大题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分)

9. 计算: $\left(\sqrt{8} + \sqrt{\frac{1}{2}}\right) \times \sqrt{2} = \underline{\hspace{2cm}}.$

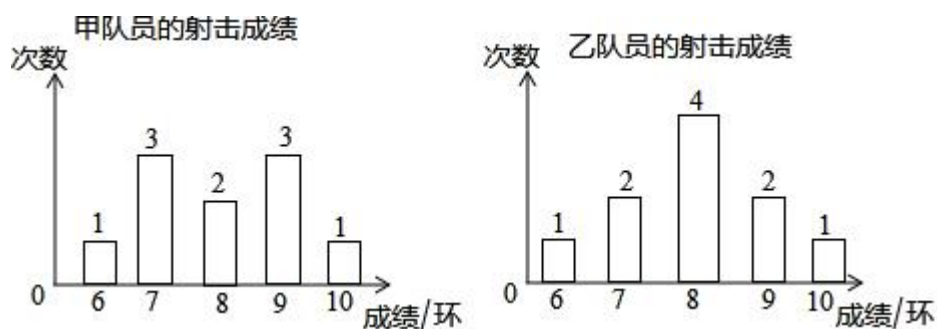
10. 在一个不透明的袋中装有若干个红球和 4 个黑球, 每个球除颜色外完全相同. 摇匀后从中摸出一个球, 记下颜色后再放回袋中. 不断重复这一过程, 共摸球 100 次. 其中有 40 次摸到黑球, 估计袋中红球的个数是_____.

11. 列车从甲地驶往乙地. 行完全程所需的时间 $t(\text{h})$ 与行驶的平均速度 $v(\text{km/h})$ 之间的反比例函数关系如图所示. 若列车要在 2.5h 内到达, 则速度至少需要提高到_____ km/h.

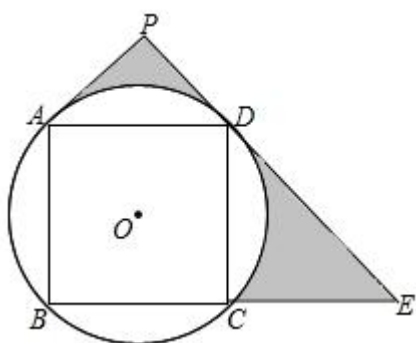


12. 已知甲、乙两队员射击的成绩如图, 设甲、乙两队员射击成绩的方差分别为 $S_{\text{甲}}^2$ 、 $S_{\text{乙}}^2$, 则 $S_{\text{甲}}^2$ _____ $S_{\text{乙}}^2$. (填

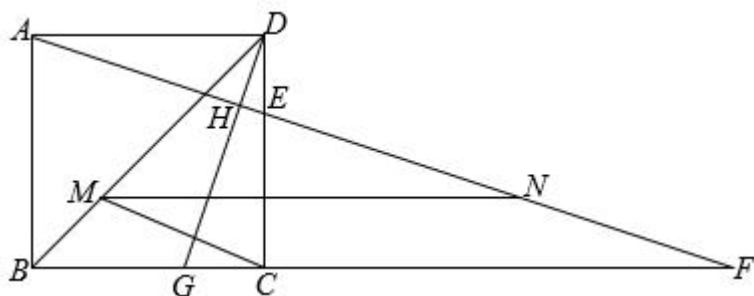
“>”、“=”、“<”)



13. 如图，正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$ ， PA ， PD 分别与 $\odot O$ 相切于点 A 和点 D ， PD 的延长线与 BC 的延长线交于点 E 。已知 $AB = 2$ ，则图中阴影部分的面积为_____。



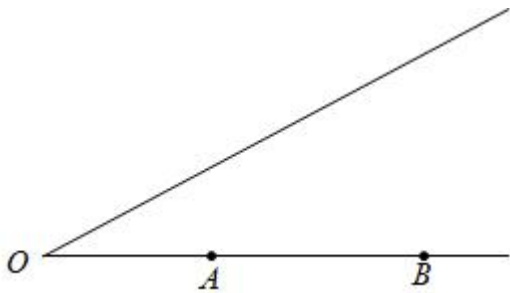
14. 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 3， E 为 CD 上一点，连接 AE 并延长，交 BC 的延长线于点 F ，过点 D 作 $DG \perp AF$ ，交 AF 于点 H ，交 BF 于点 G ， N 为 EF 的中点， M 为 BD 上一动点，分别连接 MC ， MN 。若 $\frac{S_{\triangle DCG}}{S_{\triangle FCE}} = \frac{1}{4}$ ，则 $MN + MC$ 的最小值为_____。



三、作图题 (本大题满分 4 分)

15. 已知： $\angle O$ 及其一边上的两点 A ， B 。

求作： $Rt\triangle ABC$ ，使 $\angle C = 90^\circ$ ，且点 C 在 $\angle O$ 内部， $\angle BAC = \angle O$ 。

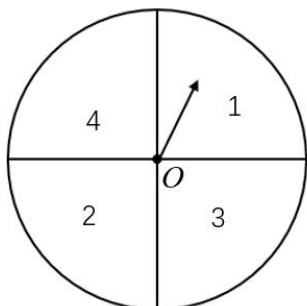


四、解答题（本大题共 9 小题，共 74 分）

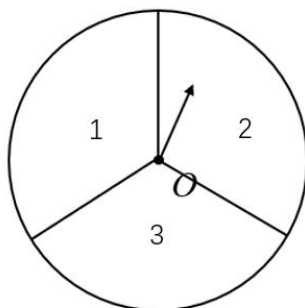
16. (1) 计算: $\left(x + \frac{2x+1}{x}\right) \div \frac{x^2-1}{x}$;

(2) 解不等式组: $\begin{cases} 1-2x \leq 3 \\ \frac{3x-2}{4} < 1 \end{cases}$, 并写出它的整数解.

17. 为践行青岛市中小学生“十个一”行动, 某校举行文艺表演, 小静和小丽想合唱一首歌. 小静想唱《红旗飘飘》, 而小丽想唱《大海啊, 故乡》. 她们想通过做游戏的方式来决定合唱哪一首歌, 于是一起设计了一个游戏: 下面是两个可以自由转动的转盘, 每个转盘被分成面积相等的几个扇形. 同时转动两个转盘, 若两个指针指向的数字之积小于 4, 则合唱《大海啊, 故乡》, 否则合唱《红旗飘飘》; 若指针刚好落在分割线上, 则需要重新转动转盘. 请用列表或画树状图的方法说明这个游戏是否公平.



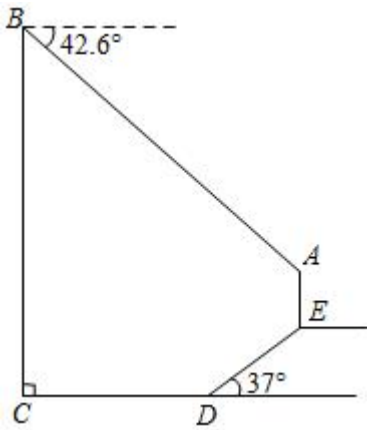
A转盘



B转盘

18. 某校数学社团开展“探索生活中的数学”研学活动, 准备测量一栋大楼 BC 的高度. 如图所示, 其中观景平台斜坡 DE 的长是 20 米, 坡角为 37° , 斜坡 DE 底部 D 与大楼底端 C 的距离 CD 为 74 米, 与地面 CD 垂直的路灯 AE 的高度是 3 米, 从楼顶 B 测得路灯 AE 顶端 A 处的俯角是 42.6° . 试求大楼 BC 的高度.

(参考数据: $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$, $\cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}$, $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$, $\sin 42.6^\circ \approx \frac{17}{25}$, $\cos 42.6^\circ \approx \frac{34}{45}$, $\tan 42.6^\circ \approx \frac{9}{10}$)



19. 在中国共产党成立一百周年之际，某校举行了以“童心向党”为主题的知识竞赛活动. 发现该校全体学生的竞赛成绩（百分制）均不低于 60 分，现从中随机抽取 n 名学生的竞赛成绩进行整理和分析（成绩得分用 x 表示，共分成四组），并绘制成如下的竞赛成绩分组统计表和扇形统计图. 其中“ $90 \leq x \leq 100$ ”这组的数据如下：

90, 92, 93, 95, 95, 96, 96, 96, 97, 100.

竞赛成绩分组统计表

组别	竞赛成绩分组	频数	平均分
1	$60 \leq x < 70$	8	65
2	$70 \leq x < 80$	a	75
3	$80 \leq x < 90$	b	88
4	$90 \leq x \leq 100$	10	95

竞赛成绩扇形统计图



请根据以上信息，解答下列问题：

- (1) $a =$ _____；
- (2) “ $90 \leq x \leq 100$ ”这组数据的众数是_____分；
- (3) 随机抽取的这 n 名学生竞赛成绩的平均分是_____分；
- (4) 若学生竞赛成绩达到 96 分以上（含 96 分）获奖，请你估计全校 1200 名学生中获奖的人数.

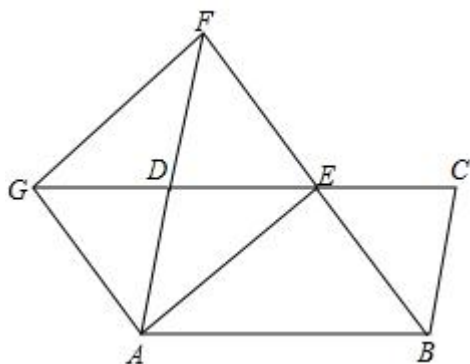
20. 某超市经销甲、乙两种品牌的洗衣液，进货时发现，甲品牌洗衣液每瓶的进价比乙品牌高 6 元，用 1800

元购进甲品牌洗衣液的数量是用 1800 元购进乙品牌洗衣液数量的 $\frac{4}{5}$ 。销售时，甲品牌洗衣液的售价为 36 元/瓶，乙品牌洗衣液的售价为 28 元/瓶。

(1) 求两种品牌洗衣液的进价；

(2) 若超市需要购进甲、乙两种品牌的洗衣液共 120 瓶，且购进两种洗衣液的总成本不超过 3120 元，超市应购进甲、乙两种品牌洗衣液各多少瓶，才能在两种洗衣液完全售出后所获利润最大？最大利润是多少元？

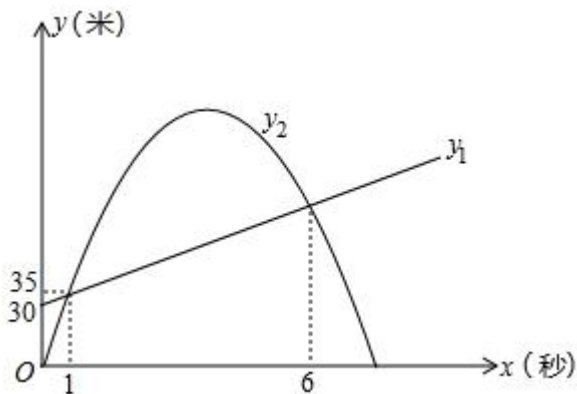
21. 如图，在 $\square ABCD$ 中， E 为 CD 边的中点，连接 BE 并延长，交 AD 的延长线于点 F ，延长 ED 至点 G ，使 $DG = DE$ ，分别连接 AE ， AG ， FG 。



(1) 求证： $\triangle BCE \cong \triangle FDE$ ；

(2) 当 BF 平分 $\angle ABC$ 时，四边形 $AEFG$ 是什么特殊四边形？请说明理由。

22. 科研人员为了研究弹射器的某项性能，利用无人机测量小钢球竖直向上运动的相关数据。无人机上升到离地面 30 米处开始保持匀速竖直上升，此时，在地面用弹射器（高度不计）竖直向上弹射一个小钢球（忽略空气阻力），在 1 秒时，它们距离地面都是 35 米，在 6 秒时，它们距离地面的高度也相同。其中无人机离地面高度 y_1 （米）与小钢球运动时间 x （秒）之间的函数关系如图所示；小钢球离地面高度 y_2 （米）与它的运动时间 x （秒）之间的函数关系如图中抛物线所示。



(1) 直接写出 y_1 与 x 之间的函数关系式；

- (2) 求出 y_2 与 x 之间的函数关系式;
- (3) 小钢球弹射 1 秒后直至落地时, 小钢球和无人机的高度差最大是多少米?

23. 问题提出:

最长边长为 128 的整数边三角形有多少个? (整数边三角形是指三边长度都是整数的三角形.)

问题探究:

为了探究规律, 我们先从最简单的情形入手, 从中找到解决问题的方法, 最后得出一般性的结论.

(1) 如表①, 最长边长为 1 的整数边三角形, 显然, 最短边长是 1, 第三边长也是 1.按照 (最长边长, 最短边长, 第三边长) 的形式记为 $(1,1,1)$, 有 1 个, 所以总共有 $1\times 1=1$ 个整数边三角形.

表①

最长边长	最短边长	(最长边长, 最短边长, 第三边长)	整数边三角形个数	计算方法	算式
1	1	$(1,1,1)$	1	1 个 1	1×1

(2) 如表②, 最长边长为 2 的整数边三角形, 最短边长是 1 或 2.根据三角形任意两边之和大于第三边, 当最短边长为 1 时, 第三边长只能是 2, 记为 $(2,1,2)$, 有 1 个; 当最短边长为 2 时, 显然第三边长也是 2, 记为 $(2,2,2)$, 有 1 个, 所以总共有 $1+1=1\times 2=2$ 个整数边三角形.

表②

最长边长	最短边长	(最长边长, 最短边长, 第三边长)	整数边三角形个数	计算方法	算式
2	1	$(2,1,2)$	1	2 个 1	1×2
	2	$(2,2,2)$	1		

(3) 下面在表③中总结最长边长为 3 的整数边三角形个数情况:

表③

最长边长	最短边长	(最长边长, 最短边长, 第三边长)	整数边三角形个数	计算方法	算式
3	1	$(3,1,3)$	1	2 个 2	2×2
	2	$(3,2,2), (3,2,3)$	2		

	3	(3,3,3)	1		
--	---	---------	---	--	--

(4) 下面在表④中总结最长边长为 4 的整数边三角形个数情况:

表④

最长边长	最短边长	(最长边长, 最短边长, 第三边长)	整数边三角形个数	计算方法	算式
4	1	(4,1,4)	1	3 个 2	2×3
	2	(4,2,3), (4,2,4)	2		
	3	(4,3,3), (4,3,4)	2		
	4	(4,4,4)	1		

(5) 请在表⑤中总结最长边长为 5 的整数边三角形个数情况并填空:

表⑤

最长边长	最短边长	(最长边长, 最短边长, 第三边长)	整数边三角形个数	计算方法	算式
5	1	(5,1,5)	1	---	---
	2	(5,2,4), (5,2,5)	2		
	3	-----	-----		
	4	(5,4,4), (5,4,5)	2		
	5	(5,5,5)	1		

问题解决:

(1) 最长边长为 6 的整数边三角形有_____个.

(2) 在整数边三角形中, 设最长边长为 n , 总结上述探究过程, 当 n 为奇数或 n 为偶数时, 整数边三角形个数的规律一样吗? 请写出最长边长为 n 的整数边三角形的个数.

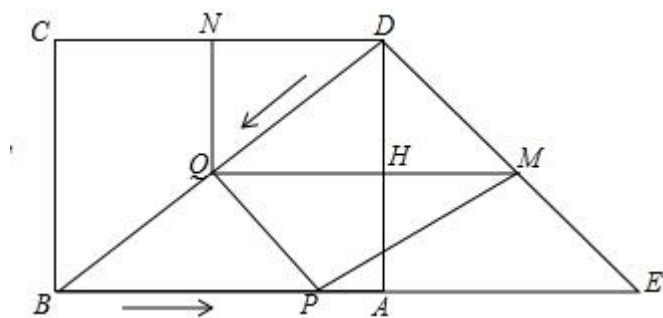
(3) 最长边长为 128 的整数边三角形有_____个.

拓展延伸:

在直三棱柱中，若所有棱长均为整数，则最长棱长为 9 的直三棱柱有_____个.

24. 已知：如图，在矩形 $ABCD$ 和等腰 $Rt\triangle ADE$ 中， $AB = 8\text{cm}$ ， $AD = AE = 6\text{cm}$ ， $\angle DAE = 90^\circ$. 点 P 从点 B 出发，沿 BA 方向匀速运动，速度为 1cm/s ；同时，点 Q 从点 D 出发，沿 DB 方向匀速运动，速度为 1cm/s . 过点 Q 作 $QM \parallel BE$ ，交 AD 于点 H ，交 DE 于点 M ，过点 Q 作 $QN \parallel BC$ ，交 CD 于点 N . 分别连接 PQ ， PM ，设运动时间为 $t(\text{s}) (0 < t < 8)$.

解答下列问题：



- (1) 当 $PQ \perp BD$ 时，求 t 的值；
- (2) 设五边形 $PMDNQ$ 的面积为 $S(\text{cm}^2)$ ，求 S 与 t 之间的函数关系式；
- (3) 当 $PQ = PM$ 时，求 t 的值；
- (4) 若 PM 与 AD 相交于点 W ，分别连接 QW 和 EW . 在运动过程中，是否存在某一时刻 t ，使 $\angle AWE = \angle QWD$ ？若存在，求出 t 的值；若不存在，请说明理由.

