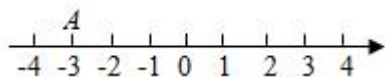


2021 年山东省菏泽市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 8 个小题，每小题 3 分，共 24 分，在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的，请把正确选项的序号涂在答题卡的相应位置.）

1. 如图，数轴上点 A 所表示的数的倒数为（ ）



- A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

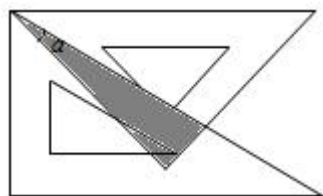
2. 下列等式成立的是（ ）

- A. $a^3 + a^3 = a^6$ B. $a \cdot a^3 = a^3$
C. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$ D. $(-2a^3)^2 = 4a^6$

3. 如果不等式组 $\begin{cases} x+5 < 4x-1 \\ x > m \end{cases}$ 的解集为 $x > 2$ ，那么 m 的取值范围是（ ）

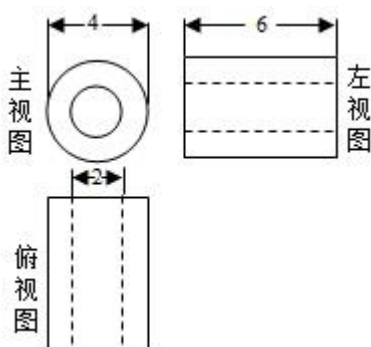
- A. $m \leq 2$ B. $m \geq 2$ C. $m > 2$ D. $m < 2$

4. 一副三角板按如图方式放置，含 45° 角的三角板的斜边与含 30° 角的三角板的长直角边平行，则 $\angle \alpha$ 的度数是（ ）



- A. 10° B. 15° C. 20° D. 25°

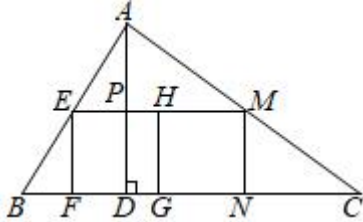
5. 如图是一个几何体的三视图，根据图中标数据计算这个几何体的体积为（ ）



- A. 12π B. 18π C. 24π D. 30π

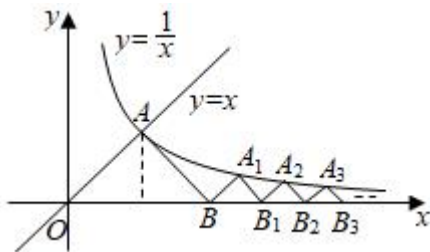
6. 在 2021 年初中毕业生体育测试中，某校随机抽取了 10 名男生的引体向上成绩，将这组数据整理后制成如下统计表：

12. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, 垂足为 D , $AD = 5$, $BC = 10$, 四边形 $EFGH$ 和四边形 $HGNM$ 均为正方形, 且点 E 、 F 、 G 、 N 、 M 都在 $\triangle ABC$ 的边上, 那么 $\triangle AEM$ 与四边形 $BCME$ 的面积比为_____.



13. 定义: $[a, b, c]$ 为二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)的特征数, 下面给出特征数为 $[m, 1 - m, 2 - m]$ 的二次函数的一些结论: ①当 $m = 1$ 时, 函数图象的对称轴是 y 轴; ②当 $m = 2$ 时, 函数图象过原点; ③当 $m > 0$ 时, 函数有最小值; ④如果 $m < 0$, 当 $x > \frac{1}{2}$ 时, y 随 x 的增大而减小. 其中所有正确结论的序号是_____.

14. 如图, 一次函数 $y = x$ 与反比例函数 $y = \frac{1}{x}$ ($x > 0$)的图象交于点 A , 过点 A 作 $AB \perp OA$, 交 x 轴于点 B ; 作 $BA_1 \parallel OA$, 交反比例函数图象于点 A_1 ; 过点 A_1 作 $A_1B_1 \perp A_1B$ 交 x 轴于点 B_1 ; 再作 $B_1A_2 \parallel BA_1$, 交反比例函数图象于点 A_2 , 依次进行下去, $\dots$, 则点 A_{2021} 的横坐标为_____.

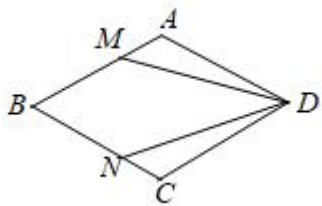


三、解答题 (本题共 78 分, 把解答或证明过程写在答题卡的相应区域内)

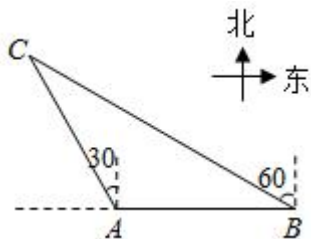
15. (6 分) 计算: $(2021 - \pi)^0 - |3 - \sqrt{12}| + 4\cos 30^\circ - \left(\frac{1}{4}\right)^{-1}$.

16. (6 分) 先化简, 再求值: $1 + \frac{m-n}{m-2n} \div \frac{n^2-m^2}{m^2-4mn+4n^2}$, 其中 m, n 满足 $\frac{m}{3} = -\frac{n}{2}$.

17. (6 分) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, 点 M 、 N 分别在 AB 、 CB 上, 且 $\angle ADM = \angle CDN$, 求证: $BM = BN$.



18. (6分) 某天, 北海舰队在中国南海例行训练, 位于 A 处的济南舰突然发现北偏西 30° 方向上的 C 处有一可疑舰艇, 济南舰马上通知位于正东方向 200 海里 B 处的西安舰, 西安舰测得 C 处位于其北偏西 60° 方向上, 请问此时两舰距 C 处的距离分别是多少?



19. (7分) 列方程(组)解应用题

端午节期间, 某水果超市调查某种水果的销售情况, 下面是调查员的对话:

小王: 该水果的进价是每千克 22 元;

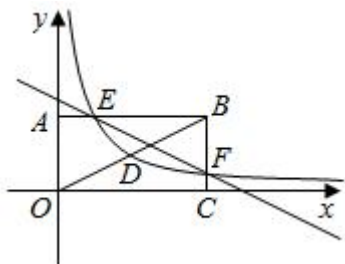
小李: 当销售价为每千克 38 元时, 每天可售出 160 千克; 若每千克降低 3 元, 每天的销售量将增加 120 千克.

根据他们的对话, 解决下面所给问题: 超市每天要获得销售利润 3640 元, 又要尽可能让顾客得到实惠, 求这种水果的销售价为每千克多少元?

20. (7分) 如图, 在平面直角坐标系中, 矩形 $OABC$ 的两边 OC 、 OA 分别在坐标轴上, 且 $OA=2$, $OC=4$, 连接 OB . 反比例函数 $y = \frac{k_1}{x}$ ($x > 0$) 的图象经过线段 OB 的中点 D , 并与 AB 、 BC 分别交于点 E 、 F . 一次函数 $y = k_2x + b$ 的图象经过 E 、 F 两点.

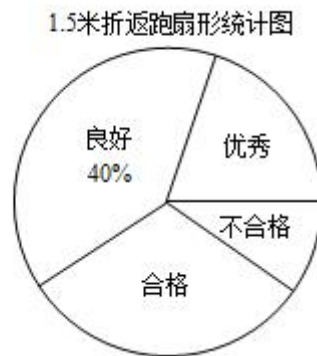
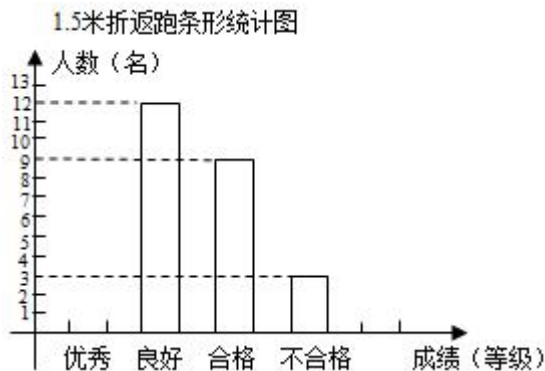
(1) 分别求出一次函数和反比例函数的表达式;

(2) 点 P 是 x 轴上一动点, 当 $PE+PF$ 的值最小时, 点 P 的坐标为 _____.



21. (10分) 2021 年 5 月, 菏泽市某中学对初二学生进行了国家义务教育质量检测, 随机抽取了部分参加 15 米折返跑学生的成绩, 学生成绩划分为优秀、良好、合格与不合格四个

等级，学校绘制了如下不完整的统计图．根据图中提供的信息解答下列问题：



(1) 请把条形统计图补充完整；

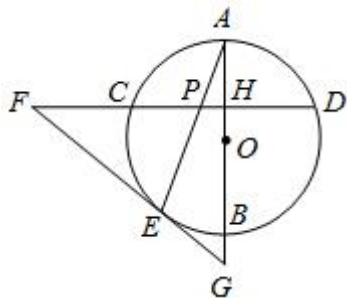
(2) 合格等级所占百分比为 _____%；不合格等级所对应的扇形圆心角为 _____度；

(3) 从所抽取的优秀等级的学生 A 、 B 、 C …中，随机选取两人去参加即将举办的学校运动会，请利用列表或画树状图的方法，求出恰好抽到 A 、 B 两位同学的概率．

22. (10分) 如图，在 $\odot O$ 中， AB 是直径，弦 $CD \perp AB$ ，垂足为 H ， E 为 $\widehat{BC}$ 上一点， F 为弦 DC 延长线上一点，连接 FE 并延长交直径 AB 的延长线于点 G ，连接 AE 交 CD 于点 P ，若 $FE = FP$ ．

(1) 求证： FE 是 $\odot O$ 的切线；

(2) 若 $\odot O$ 的半径为 8， $\sin F = \frac{3}{5}$ ，求 BG 的长．

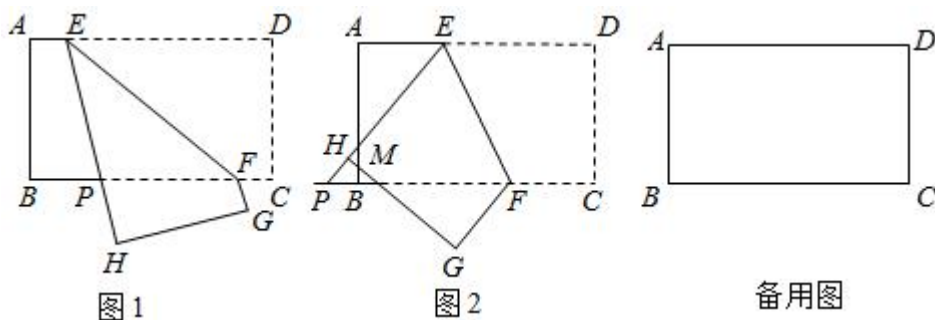


23. (10分) 在矩形 $ABCD$ 中， $BC = \sqrt{3}CD$ ，点 E 、 F 分别是边 AD 、 BC 上的动点，且 $AE = CF$ ，连接 EF ，将矩形 $ABCD$ 沿 EF 折叠，点 C 落在点 G 处，点 D 落在点 H 处．

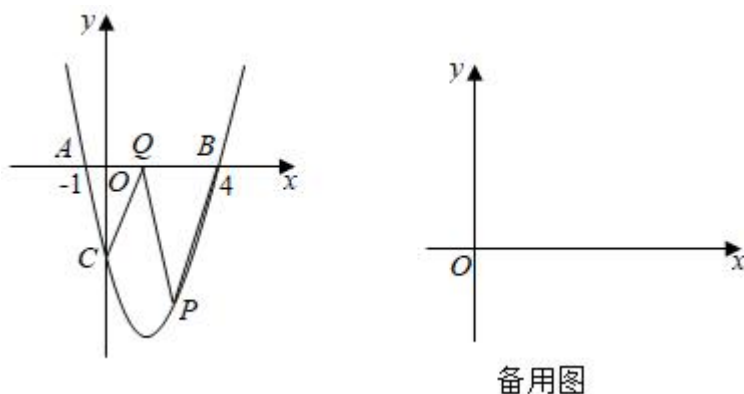
(1) 如图 1，当 EH 与线段 BC 交于点 P 时，求证： $PE = PF$ ；

(2) 如图 2，当点 P 在线段 CB 的延长线上时， GH 交 AB 于点 M ，求证：点 M 在线段 EF 的垂直平分线上；

(3) 当 $AB = 5$ 时，在点 E 由点 A 移动到 AD 中点的过程中，计算出点 G 运动的路线长．



24. (10 分) 如图, 在平面直角坐标系中, 已知抛物线 $y = ax^2 + bx - 4$ 交 x 轴于 $A(-1, 0)$ 、 $B(4, 0)$ 两点, 交 y 轴于点 C .



- (1) 求该抛物线的表达式;
- (2) 点 P 为第四象限内抛物线上一点, 连接 PB , 过点 C 作 $CQ \parallel BP$ 交 x 轴于点 Q , 连接 PQ , 求 $\triangle PBQ$ 面积的最大值及此时点 P 的坐标;
- (3) 在 (2) 的条件下, 将抛物线 $y = ax^2 + bx - 4$ 向右平移经过点 $(\frac{1}{2}, 0)$ 时, 得到新抛物线 $y = a_1x^2 + b_1x + c_1$, 点 E 在新抛物线的对称轴上, 在坐标平面内是否存在一点 F , 使得以 A 、 P 、 E 、 F 为顶点的四边形为矩形, 若存在, 请直接写出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

参考: 若点 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$, 则线段 P_1P_2 的中点 P_0 的坐标为 $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$.

