

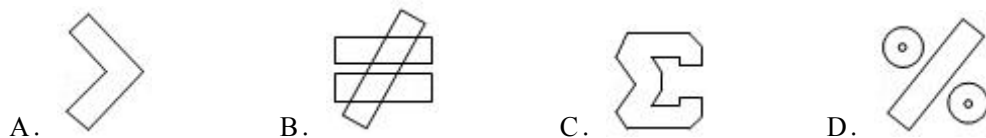
## 2021 年山东省烟台市中考数学试卷

一、选择题（本题共 12 个小题，每小题 3 分，满分 36 分）每小题都给出标号为 A,B,C,D 四个备选答案，其中有且只有一个是正确的

1. 若  $x$  的相反数是 3，则  $x$  的值是（ ）

- A.  $-3$                       B.  $-\frac{1}{3}$                       C.  $3$                       D.  $\pm 3$

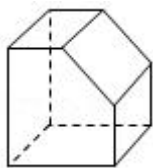
2. 下列数学符号中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



3. 下列计算正确的是（ ）

- A.  $a^2 \cdot a^3 = a^6$                       B.  $a^2 + a^3 = a^5$                       C.  $(a^2)^3 = a^6$                       D.  $a^2 \div a^3 = a$

4. 一个正方体沿四条棱的中点切割掉一部分后，如图所示，则该几何体的左视图是（ ）

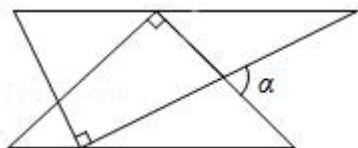


5. 2021 年 5 月 15 日，天问一号探测器成功着陆火星，迈出了我国星际探测征程的重要一步。已知火星与地球的近距离约为 5500 万公里，5500 万用科学记数法表示为（ ）



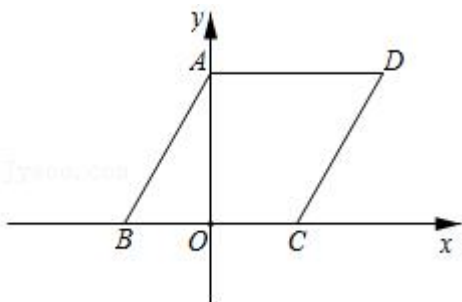
- A.  $0.55 \times 10^8$                       B.  $5.5 \times 10^7$                       C.  $55 \times 10^6$                       D.  $5.5 \times 10^3$

6. 一副三角板如图放置，两三角板的斜边互相平行，每个三角板的直角顶点都在另一个三角板的斜边上，图中  $\angle \alpha$  的度数为（ ）



- A.  $45^\circ$       B.  $60^\circ$       C.  $75^\circ$       D.  $85^\circ$

7. 如图，在直角坐标系中，菱形  $ABCD$  的顶点  $A, B, C$  在坐标轴上，若点  $B$  的坐标为  $(-1, 0)$ ， $\angle BCD = 120^\circ$ ，则点  $D$  的坐标为 ( )



- A.  $(2, 2)$       B.  $(\sqrt{3}, 2)$       C.  $(3, \sqrt{3})$       D.  $(2, \sqrt{3})$

8. 如图所示，若用我们数学课本上采用的科学计算器进行计算，其按键顺序及结果如下：

$2 \quad y^x \quad 3 \quad - \quad \sqrt{\quad} \quad 1 \quad 6 \quad =$  按键的结果为  $m$ ;

$2ndF \quad \sqrt{\quad} \quad 6 \quad 4 \quad - \quad 2 \quad x^2 \quad =$  按键的结果为  $n$ ;

$9 \quad a^b/c \quad 2 \quad - \quad \cos \quad 6 \quad 0 \quad =$  按键的结果为  $k$ .

下列判断正确的是 ( )



- A.  $m = n$       B.  $n = k$       C.  $m = k$       D.  $m = n = k$

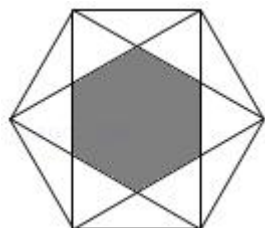
9. 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - mnx + m + n = 0$ ，其中  $m, n$  在数轴上的对应点如图所示，

则这个方程的根的情况是 ( )



- A. 有两个不相等的实数根                      B. 有两个相等的实数根  
C. 没有实数根                                  D. 无法确定

10. 连接正六边形不相邻的两个顶点，并将中间的六边形涂成黑色，制成如图所示的镖盘，将一枚飞镖任意投掷到镖盘上，飞镖落在黑色区域的概率为 ( )

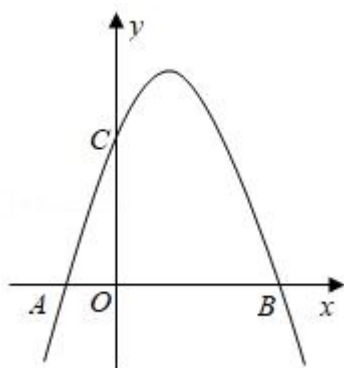


- A.  $\frac{1}{4}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $\frac{\sqrt{3}}{3}$

11. 如图，二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  的图象经过点  $A(-1, 0)$ ,  $B(3, 0)$ ，与  $y$  轴交于点  $C$ 。下列结论：

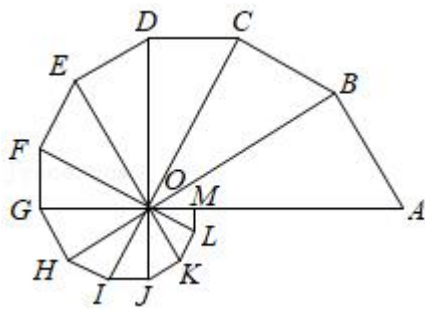
- ①  $ac > 0$ ;  
② 当  $x > 0$  时， $y$  随  $x$  的增大而增大;  
③  $3a + c = 0$ ;  
④  $a + b \geq am^2 + bm$ .

其中正确的个数有 ( )



- A. 1 个                      B. 2 个                      C. 3 个                      D. 4 个

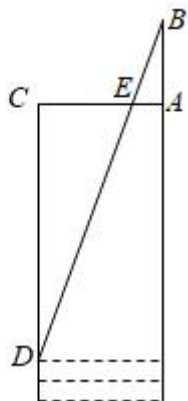
12. 由 12 个有公共顶点  $O$  的直角三角形拼成的图形如图所示， $\angle AOB = \angle BOC = \cdots = \angle LOM = 30^\circ$ 。若  $OA = 16$ ，则  $OG$  的长为 ( )



- A.  $\frac{27}{4}$       B.  $\frac{1}{4}$       C.  $\frac{9\sqrt{3}}{2}$       D.  $\frac{27\sqrt{3}}{8}$

## 二、填空题（本大题共 6 个小题，每小题 3 分，满分 18 分）

13. 若代数式  $\sqrt{2-x}$  在实数范围内有意义，则  $x$  的取值范围为 \_\_\_\_\_.
14. 《九章算术》中记载了一种测量古井水面以上部分深度的方法. 如图所示，在井口  $A$  处立一根垂直于井口的木杆  $AB$ ，从木杆的顶端  $B$  观察井水水岸  $D$ ，视线  $BD$  与井口的直径  $AC$  交于点  $E$ ，如果测得  $AB=1$  米， $AC=1.6$  米， $AE=0.4$  米，那么  $CD$  为 \_\_\_\_\_ 米.

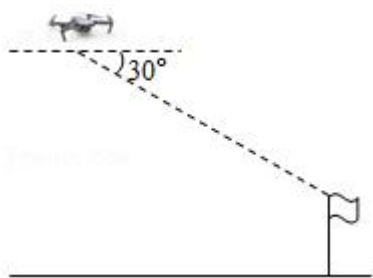


15. 幻方历史悠久，传说最早出现在夏禹时代的“洛书”. 把洛书用今天的数学符号翻译出来，就是一个三阶幻方. 将数字 1~9 分别填入如图所示的幻方中，要求每一横行，每一竖行以及两条对角线上的数字之和都是 15，则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

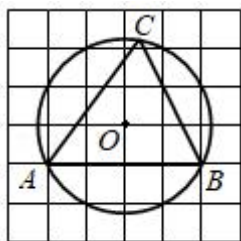
|   |   |     |
|---|---|-----|
| 6 |   | $a$ |
|   |   |     |
| 8 | 3 |     |

16. 数学兴趣小组利用无人机测量学校旗杆高度，已知无人机的飞行高度为 40 米，当无人机与旗杆的水平距离是 45 米时，观测旗杆顶部的俯角为  $30^\circ$ ，则旗杆的高度约为 \_\_\_\_\_ 米.

（结果精确到 1 米，参考数据： $\sqrt{2} \approx 1.41$ ， $\sqrt{3} \approx 1.73$ ）



17. 如图，在正方形网格中，每个小正方形的边长都是 1， $\odot O$  是  $\triangle ABC$  的外接圆，点  $A$ ， $B$ ， $O$  在网格线的交点上，则  $\sin \angle ACB$  的值是 \_\_\_\_\_.



18. 综合实践活动课上，小亮将一张面积为  $24\text{cm}^2$ ，其中一边  $BC$  为  $8\text{cm}$  的锐角三角形纸片（如图 1），经过两刀裁剪，拼成了一个无缝隙、无重叠的矩形  $BCDE$ （如图 2），则矩形的周长为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}$ .

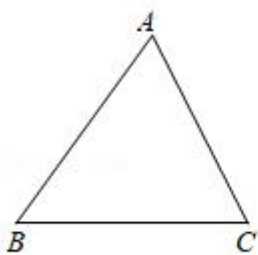


图 1

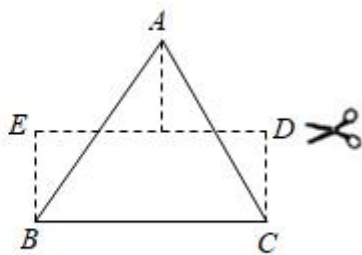


图 2

### 三、解答题（本大题共 7 个小题，满分 66 分）

- 19.（6 分）先化简，再求值： $\left(\frac{2x+5}{x^2-1} - \frac{3}{x-1}\right) \div \frac{2-x}{x^2-2x+1}$ ，从  $-2 < x \leq 2$  中选出合适的  $x$  的整数值代入求值.

- 20.（8 分）2021 年是中国共产党成立 100 周年，为普及党史知识，培养爱国主义精神，今年五月份，某市党校举行党史知识竞赛，每个班级各选派 15 名学员参加了网上测试，现对甲、乙两班学员的分数进行整理分析如下：

甲班 15 名学员测试成绩（满分 100 分）统计如下：

87, 84, 88, 76, 93, 87, 73, 98, 86, 87, 79, 85, 84, 85, 98.

乙班 15 名学员测试成绩（满分 100 分）统计如下：

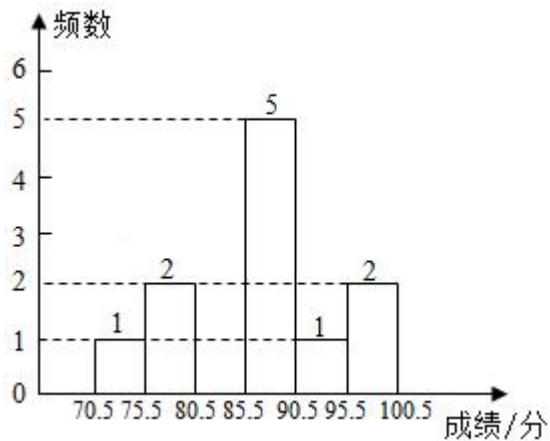
77, 88, 92, 85, 76, 90, 76, 91, 88, 81, 85, 88, 98, 86, 89

(1) 按如表分数段整理两班测试成绩

| 班级 | 70.5 ~<br>75.5 | 75.5 ~<br>80.5 | 80.5 ~<br>85.5 | 85.5 ~<br>90.5 | 90.5 ~<br>95.5 | 95.5 ~<br>100.5 |
|----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|
| 甲  | 1              | 2              | $a$            | 5              | 1              | 2               |
| 乙  | 0              | 3              | 3              | 6              | 2              | 1               |

表中  $a =$  \_\_\_\_\_;

(2) 补全甲班 15 名学员测试成绩的频数分布直方图;



(3) 两班测试成绩的平均数、众数、中位数、方差如表所示:

| 班级 | 平均数 | 众数  | 中位数 | 方差   |
|----|-----|-----|-----|------|
| 甲  | 86  | $x$ | 86  | 44.8 |
| 乙  | 86  | 88  | $y$ | 36.7 |

表中  $x =$  \_\_\_\_\_,  $y =$  \_\_\_\_\_.

(4) 以上两个班级学员掌握党史相关知识的整体水平较好的是 \_\_\_\_\_班;

(5) 本次测试两班的最高分都是 98 分, 其中甲班 2 人, 乙班 1 人. 现从以上三人中随机抽取两人代表党校参加全市党史知识竞赛, 利用树状图或表格求出恰好抽取甲、乙两班各一人参加全市党史知识竞赛的概率.

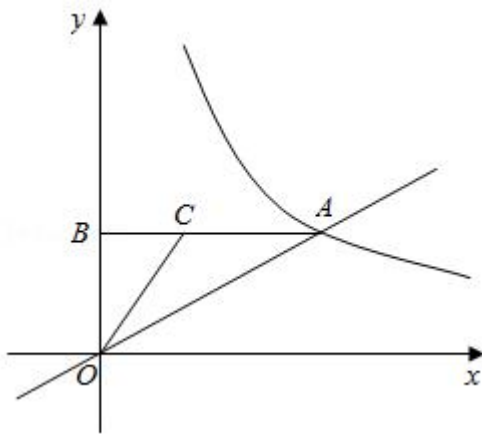


21. (8分) 如图, 正比例函数  $y = \frac{1}{2}x$  与反比例函数  $y = \frac{k}{x}$  ( $x > 0$ ) 的图象交于点  $A$ , 过点  $A$

作  $AB \perp y$  轴于点  $B$ ,  $OB = 4$ , 点  $C$  在线段  $AB$  上, 且  $AC = OC$ .

(1) 求  $k$  的值及线段  $BC$  的长;

(2) 点  $P$  为  $B$  点上方  $y$  轴上一点, 当  $\triangle POC$  与  $\triangle PAC$  的面积相等时, 请求出点  $P$  的坐标.



22. (9分) 直播购物逐渐走进了人们的生活. 某电商在抖音上对一款成本价为 40 元的小商品进行直播销售, 如果按每件 60 元销售, 每天可卖出 20 件. 通过市场调查发现, 每件小商品售价每降低 5 元, 日销售量增加 10 件.

(1) 若日利润保持不变, 商家想尽快销售完该款商品, 每件售价应定为多少元?

(2) 小明的线下实体商店也销售同款小商品, 标价为每件 62.5 元. 为提高市场竞争力, 促进线下销售, 小明决定对该商品实行打折销售, 使其销售价格不超过 (1) 中的售价, 则该商品至少需打几折销售?

23. (10分) 如图, 已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle C = 90^\circ$ .

(1) 请按如下要求完成尺规作图 (不写作法, 保留作图痕迹).

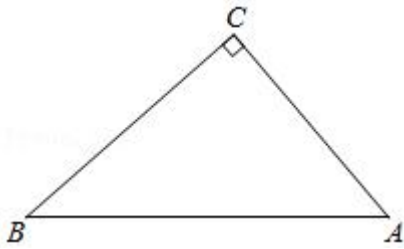
①作  $\angle BAC$  的角平分线  $AD$ , 交  $BC$  于点  $D$ ;

②作线段  $AD$  的垂直平分线  $EF$  与  $AB$  相交于点  $O$ ;

③以点  $O$  为圆心, 以  $OD$  长为半径画圆, 交边  $AB$  于点  $M$ .

(2) 在 (1) 的条件下, 求证:  $BC$  是  $\odot O$  的切线;

(3) 若  $AM = 4BM$ ,  $AC = 10$ , 求  $\odot O$  的半径.



24. (11 分) 有公共顶点  $A$  的正方形  $ABCD$  与正方形  $AEGF$  按如图 1 所示放置, 点  $E, F$  分别在边  $AB$  和  $AD$  上, 连接  $BF, DE$ ,  $M$  是  $BF$  的中点, 连接  $AM$  交  $DE$  于点  $N$ .

【观察猜想】

(1) 线段  $DE$  与  $AM$  之间的数量关系是 \_\_\_\_\_, 位置关系是 \_\_\_\_\_;

【探究证明】

(2) 将图 1 中的正方形  $AEGF$  绕点  $A$  顺时针旋转  $45^\circ$ , 点  $G$  恰好落在边  $AB$  上, 如图 2, 其他条件不变, 线段  $DE$  与  $AM$  之间的关系是否仍然成立? 并说明理由.

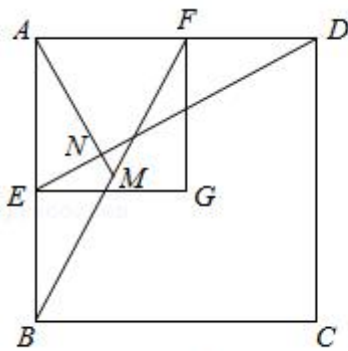


图 1

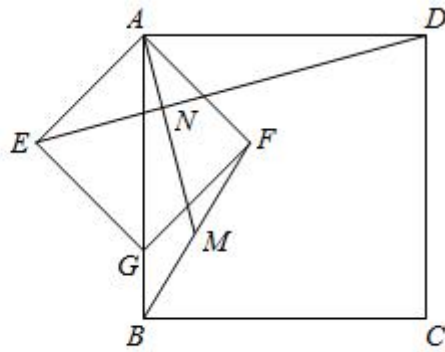


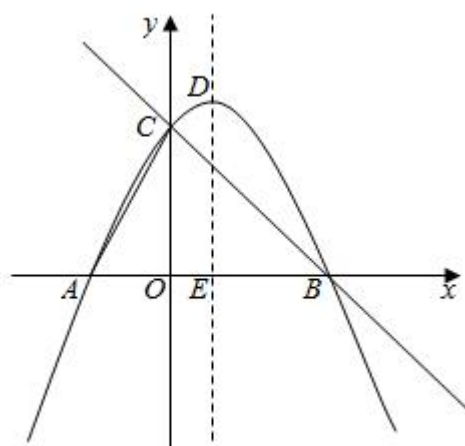
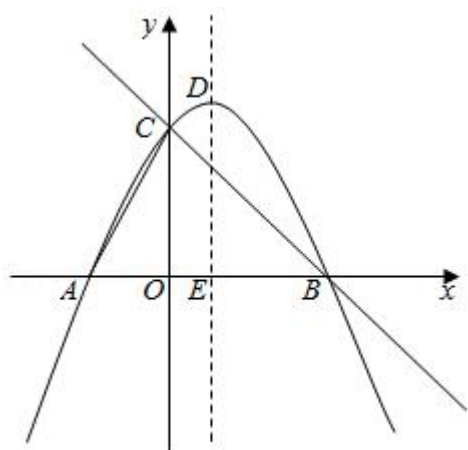
图 2

25. (14 分) 如图, 抛物线  $y = ax^2 + bx + c$  经过点  $A(-2, 0)$ ,  $B(4, 0)$ , 与  $y$  轴正半轴交于点  $C$ , 且  $OC = 2OA$ , 抛物线的顶点为  $D$ , 对称轴交  $x$  轴于点  $E$ . 直线  $y = mx + n$  经过  $B, C$  两点.

(1) 求抛物线及直线  $BC$  的函数表达式;

(2) 点  $F$  是抛物线对称轴上一点, 当  $FA + FC$  的值最小时, 求出点  $F$  的坐标及  $FA + FC$  的最小值;

(3) 连接  $AC$ , 若点  $P$  是抛物线上对称轴右侧一点, 点  $Q$  是直线  $BC$  上一点, 试探究是否存在以点  $E$  为直角顶点的  $\text{Rt}\triangle PEQ$ , 且满足  $\tan \angle EQP = \tan \angle OCA$ . 若存在, 求出点  $P$  的坐标; 若不存在, 请说明理由.



备用图

