

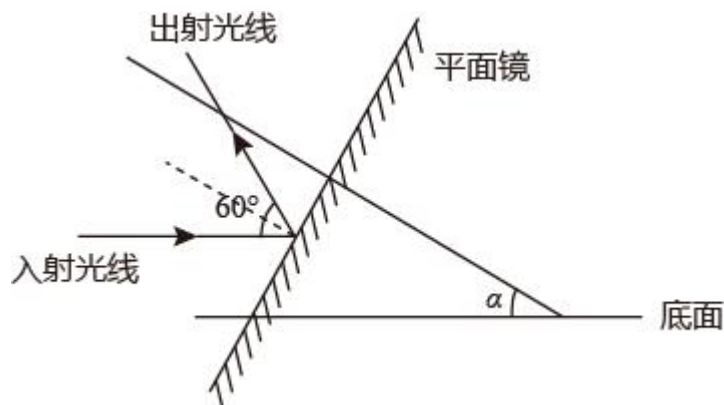
山东省潍坊市 2021 年中考数学真题

一、单项选择题（共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分．每小题四个选项只有一项正确．）

1. 下列各数的相反数中，最大的是（ ）

- A. 2 B. 1 C. -1 D. -2

2. 如图，一束水平光线照在有一定倾斜角度的平面镜上，若入射光线与出射光线的夹角为 60° ，则平面镜的垂线与水平地面的夹角 α 的度数是（ ）



- A. 15° B. 30° C. 45° D. 60°

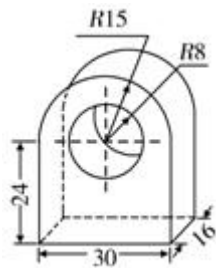
3. 第七次全国人口普查数据显示，山东省常住人口约为 10152.7 万人，将 101 527 000 用科学记数法（精确到十万位）（ ）

- A. 1.02×10^8 B. 0.102×10^9 C. 1.015×10^8 D. 0.1015×10^9

4. 若菱形两条对角线的长度是方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 的两根，则该菱形的边长为（ ）

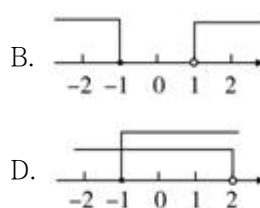
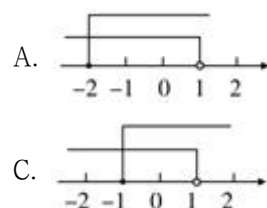
- A. $\sqrt{5}$ B. 4 C. 25 D. 5

5. 如图，某机器零件的三视图中，既是轴对称图形，又是中心对称图形的是（ ）

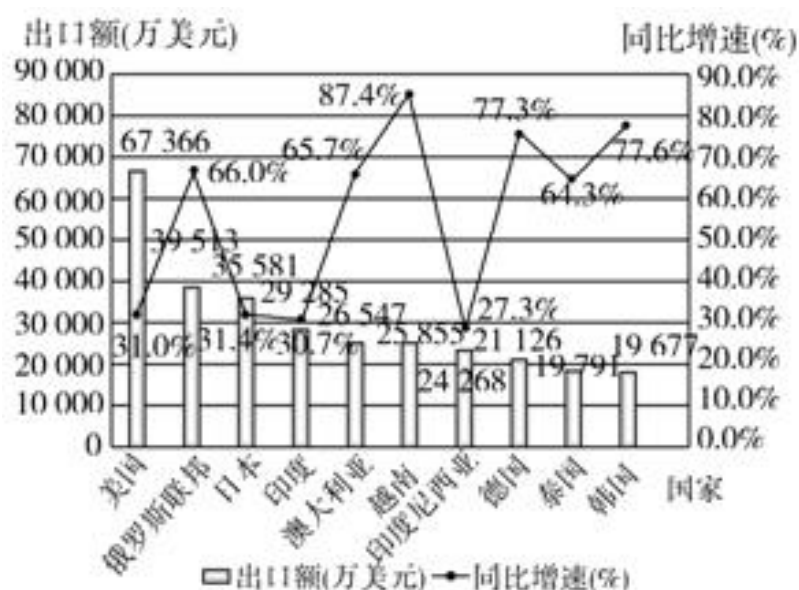


- A. 主视图 B. 左视图 C. 俯视图 D. 不存在

6. 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 \geq x \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{4} < \frac{3x-1}{12} \end{cases}$ 的解集在数轴上表示正确的是 ()

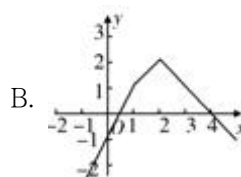
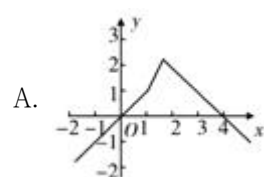


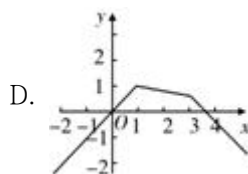
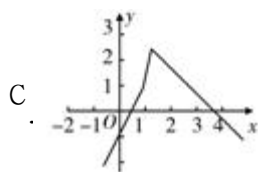
7. 如图为 2021 年第一季度中国工程机械出口额 TOP10 国家的相关数据 (同比增速是指相对于 2020 年第一季度出口额的增长率), 下列说法正确的是 ()



- A. 对 10 个国家出口额的中位数是 26201 万美元
- B. 对印度尼西亚的出口额比去年同期减少
- C. 去年同期对日本的出口额小于对俄罗斯联邦的出口额
- D. 出口额同比增速中, 对美国的增速最快

8. 记实数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 中的最小数为 $\min|x_1, x_2, \dots, x_n| = -1$, 则函数 $y = \min|2x-1, x, 4-x|$ 的图象大致为 ()





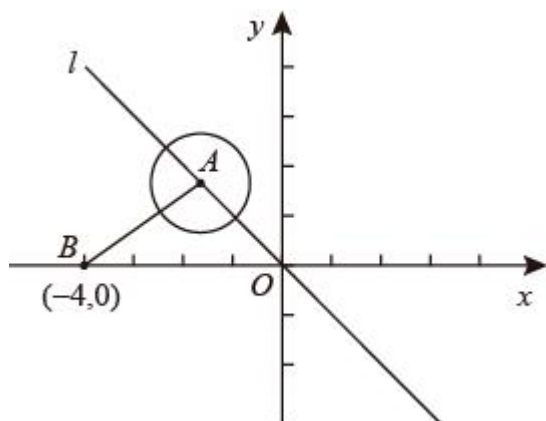
二、多项选择题（共 4 小题，每小题 3 分，共 12 分。每小题四个选项有多项正确，全部选对得 3 分，部分选对得 2 分，有选错的即得 0 分。）

9. 下列运算正确的是_____.

A. $\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 = a^2 - a + \frac{1}{4}$ B. $\left(-a^{-1}\right)^2 = \frac{1}{a}$ C. $\frac{a-3}{b-3} = \frac{a}{b}$ D.

$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = 2$

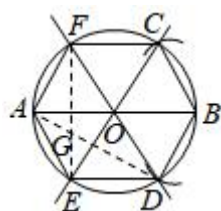
10. 如图，在直角坐标系中，点 A 是函数 $y = -x$ 图象上的动点，1 为半径作 $\odot A$ 。已知点 $B(-4, 0)$ ，连接 AB ，当 $\odot A$ 与两坐标轴同时相切时， $\tan \angle ABO$ 的值可能为_____.



A. 3 B. $\frac{1}{3}$ C. 5 D. $\frac{1}{5}$

11. 古希腊数学家欧几里得在《几何原本》中记载了用尺规作某种六边形的方法，其步骤是：

①在 $\odot O$ 上任取一点 A ，连接 AO 并延长交 $\odot O$ 于点 B ， BO 为半径作圆弧分别交 $\odot O$ 于 C ， D 两点， DO 并延长分交 $\odot O$ 于点 E ， F ；④顺次连接 BC ， FA ， AE ， DB ，得到六边形 $AFCBDE$ 。连接 AD ，交于点 G ，则下列结论错误的是_____.



A. $\triangle AOE$ 的内心与外心都是点 G B. $\angle FGA = \angle FOA$

C. 点 G 是线段 EF 的三等分点

D. $EF = \sqrt{2} AF$

12. 在直角坐标系中,若三点 $A(1, -2)$, $B(2, -2)$, $C(2, 0)$ 中恰有两点在抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$ ($a > 0$ 且 a, b 均为常数) 的图象上,则下列结论正确的是 ().

A. 抛物线的对称轴是直线 $x = \frac{1}{2}$

B. 抛物线与 x 轴的交点坐标是 $(-\frac{1}{2}, 0)$ 和 $(2, 0)$

C. 当 $t > -\frac{9}{4}$ 时,关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx - 2 = t$ 有两个不相等的实数根

D. 若 $P(m, n)$ 和 $Q(m+4, h)$ 都是抛物线上的点且 $n < 0$, 则 $h > 0$.

三、填空题 (共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分. 只填写最后结果.)

13. 甲、乙、丙三名同学观察完某个一次函数的图象, 各叙述如下:

甲: 函数的图象经过点 $(0, 1)$;

乙: y 随 x 的增大而减小;

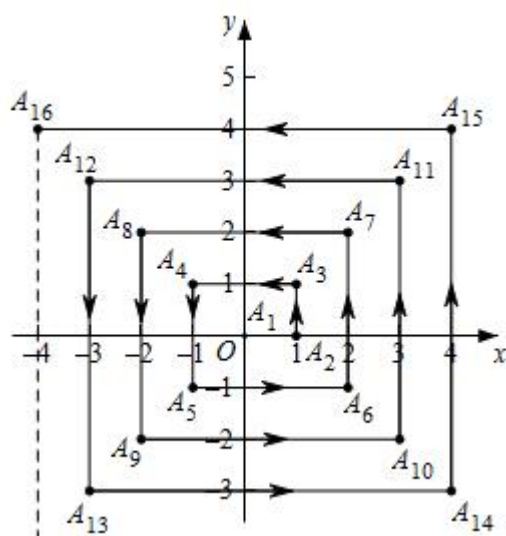
丙: 函数的图象不经过第三象限.

根据他们的叙述, 写出满足上述性质的一个函数表达式为 _____.

14. 若 $x < 2$, 且 $\frac{1}{x-2} + |x-2| + x - 1 = 0$, 则 $x =$ _____.

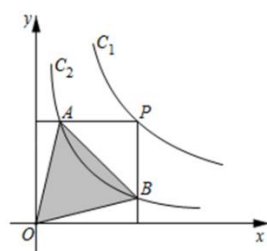
15. 在直角坐标系中, 点 A_1 从原点出发, 沿如图所示的方向运动, 到达位置的坐标依次为:

$A_2(1, 0)$, $A_3(1, 1)$, $A_4(-1, 1)$, $A_5(-1, -1)$, $A_6(2, -1)$, $A_7(2, 2)$, $\dots$. 若到达终点 $A_n(506, -505)$, 则 n 的值为 _____.



16. 如图, 在直角坐标系中, O 为坐标原点 $y = \frac{a}{x}$ 与 $y = \frac{b}{x}$ ($a > b > 0$) 在第一象限的图象分

别为曲线 C_1 , C_2 , 点 P 为曲线 C_1 上的任意一点, 过点 P 作 y 轴的垂线交 C_2 于点 A , 作 x 轴的垂线交 C_2 于点 B , 则阴影部分的面积 $S_{\triangle AOB} = \underline{\hspace{2cm}}$. (结果用 a, b 表示)

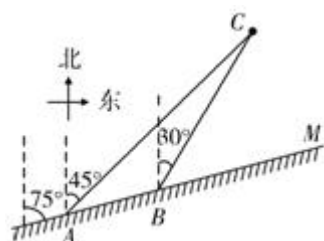


四、解答题 (共 7 小题, 共 68 分. 解答要写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

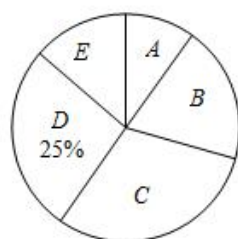
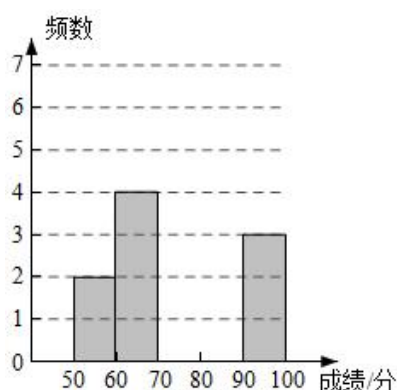
17. (1) 计算: $(-2021)^0 + 3\sqrt{27} + (1 - 3^{-2} \times 18)$;

(2) 先化简, 再求值: $\frac{x^2 - y^2}{x^2 - 2xy + y^2} \cdot \frac{(x - y)(2x + 3y)}{x + y} - xy \left(\frac{2}{x} + \frac{3}{y} \right)$ (x, y 是函数 $y = 2x$ 与 $y = \frac{2}{x}$ 的图象的交点坐标).

18. 如图, 某海岸线 M 的方向为北偏东 75° , 甲、乙两船同时出发向 C 处海岛运送物资. 甲船从港口 A 处沿北偏东 45° 方向航行, 其中乙船的平均速度为 v . 若两船同时到达 C 处海岛, 求甲船的平均速度. (结果用 v 表示. 参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.4$, $\sqrt{3} \approx 1.7$)



19. 从甲、乙两班各随机抽取 10 名学生 (共 20 人) 参加数学素养测试, 将测试成绩分为如下的 5 组 (满分为 100 分): A 组: $50 \leq x < 60$, B 组: $60 \leq x < 70$, C 组: $70 \leq x < 80$, D 组: $80 \leq x < 90$, E 组: $90 \leq x \leq 100$, 分别制成频数分布直方图和扇形统计图如图.



(1) 根据图中数据，补充完整频数分布直方图并估算参加测试的学生的平均成绩（取各组成绩的下限与上限的中间值近似的表示该组学生的平均成绩）；

(2) 参加测试的学生被随机安排到 4 个不同的考场，其中小亮、小刚两名同学都参加测试；用树状图或列表法求小亮、小刚两名同学被分在不同考场的概率；

(3) 若甲、乙两班参加测试的学生成绩统计如下：

甲班：62，64，66，76，76，77，82，83，83，91；

乙班：51，52，69，70，71，71，88，89，99，100.

则可计算得两班学生的样本平均成绩为 $x_{\text{甲}} = 76$ ， $x_{\text{乙}} = 76$ ；样本方差为 $s_{\text{甲}}^2 = 80$ ， $s_{\text{乙}}^2 = 275.4$. 请用学过的统计知识评判甲、乙两班的数学素养总体水平并说明理由.

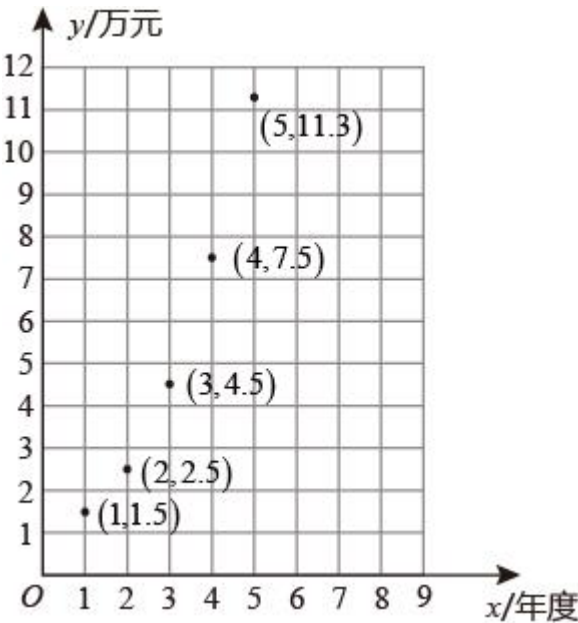
20. 某山村经过脱贫攻坚和乡村振兴，经济收入持续增长. 经统计，近五年该村甲农户年度纯收入如表所示：

年度（年）	2016	2017	2018	2019	2020	2021
年度纯收入（万元）	1.5	2.5	4.5	7.5	11.3	

若记 2016 年度为第 1 年，在直角坐标系中用点 $(1, 1.5)$ ， $(2, 2.5)$ ， $(3, 4.5)$ ， $(4, 7.5)$ ，

$(5, 11.3)$ 表示近五年甲农户纯收入的年度变化情况. 如图所示 $\frac{m}{x}$ ($m > 0$)， $y = x + b$ ($k > 0$)，

$y = ax^2 - 0.5x + c$ ($a > 0$)，以便估算甲农户 2021 年度的纯收入.



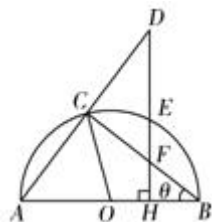
(1) 能否选用函数 $y = \frac{m}{x}$ ($m > 0$) 进行模拟，请说明理由；

(2) 你认为选用哪个函数模拟最合理，请说明理由；

(3) 甲农户准备在 2021 年底购买一台价值 16 万元的农机设备，根据 (2) 中你选择的函数

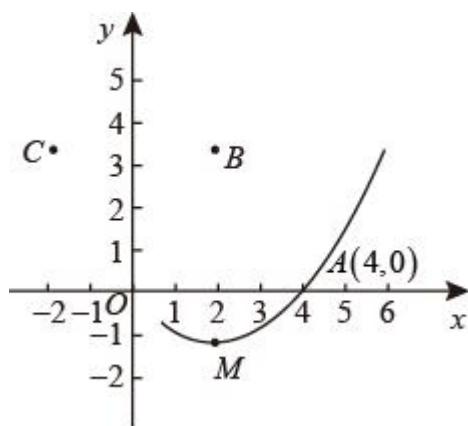
表达式，预测甲农户 2021 年度的纯收入能否满足购买农机设备的资金需求.

21. 如图，半圆形薄铁皮的直径 $AB=8$ ，点 O 为圆心（不与 A, B 重合），连接 AC 并延长到点 D ，使 $AC=CD$ ，作 $DH \perp AB$ ，交半圆、 BC 于点 E, F ，连接 OC ， $\angle ABC=\theta$ ， θ 随点 C 的移动而变化.



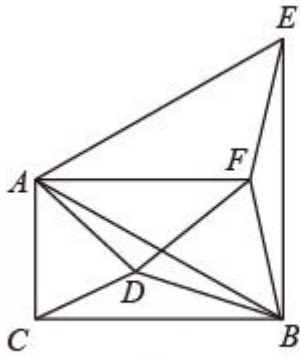
- (1) 移动点 C ，当点 H, B 重合时，求证： $AC=BC$ ；
- (2) 当 $\theta < 45^\circ$ 时，求证： $BH \cdot AH = DH \cdot FH$ ；
- (3) 当 $\theta = 45^\circ$ 时，将扇形 OAC 剪下并卷成一个圆锥的侧面，求该圆锥的底面半径和高.

22. 如图，在直角坐标系中， O 为坐标原点，抛物线顶点为 $M(2, -\frac{2\sqrt{3}}{3})$ ，抛物线与 x 轴的一个交点为 $A(4, 0)$ ，点 $B(2, 2\sqrt{3})$ ，点 $C(-2, 2\sqrt{3})$

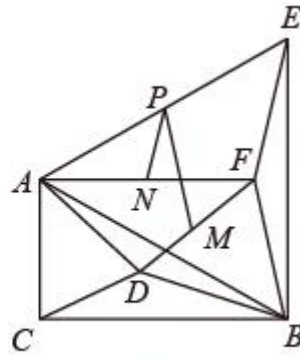


- (1) 判断点 C 是否在该抛物线上，并说明理由；
- (2) 顺次连接 AB, BC, CO ，求四边形 $AOCB$ 的面积；
- (3) 设点 P 是抛物线上 AC 间的动点，连接 PC, AC ， $\triangle PAC$ 的面积 S 随点 P 的运动而变化；当 S 的值为 $2\sqrt{3}$ 时，求点 P 的横坐标的值.

23. 如图 1，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C=90^\circ$ ， $\angle ABC=30^\circ$ ， $AC=1$ ， D 为 $\triangle ABC$ 内部的一动点（不在边上），连接 BD ，将线段 BD 绕点 D 逆时针旋转 60° ，使点 B 到达点 F 的位置；将线段 AB 绕点 B 顺时针旋转 60° ，使点 A 到达点 E 的位置，连接 AD, CD, AE, AF, BF, EF .



①



②

- (1) 求证: $\triangle BDA \cong \triangle BFE$;
- (2) ① $CD+DF+FE$ 的最小值为_____;
- ②当 $CD+DF+FE$ 取得最小值时, 求证: $AD \parallel BF$.
- (3) 如图 2, M, N, P 分别是 DF, AF, AE 的中点, 连接 MP, NP , 在点 D 运动的过程中, 请判断 $\angle MPN$ 的大小是否为定值. 若是, 求出其度数; 若不是, 请说明理由.