

2023 年安徽省初中学业水平考试

数学

(试题卷)

注意事项:

1. 你拿到的试卷满分为 150 分, 考试时间为 120 分钟.
2. 试卷包括“试题卷”和“答题卷”两部分.“试题卷”共 4 页, “答题卷”共 6 页.
3. 请务必在“答题卷”上答题, 在“试题卷”上答题是无效的.
4. 考试结束后, 请将“试题卷”和“答题卷”一并交回.

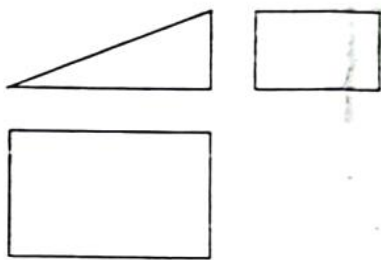
一、选择题 (本大题共 10 小题, 每小题 4 分, 满分 40 分)

每小题都给出 A, B, C, D 四个选项, 其中只有一个是符合题目要求的.

1. -5 的相反数是 ()

- A. 5 B. -5 C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

2. 某几何体的三视图如图所示, 则该几何体为 ()

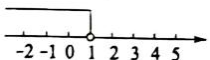
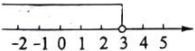
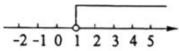
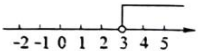


- A.  B.  C.  D. 

3. 下列计算正确的是 ()

- A. $a^4 + a^4 = a^8$ B. $a^4 \cdot a^4 = a^{16}$ C. $(a^4)^4 = a^{16}$ D. $a^8 \div a^4 = a^2$

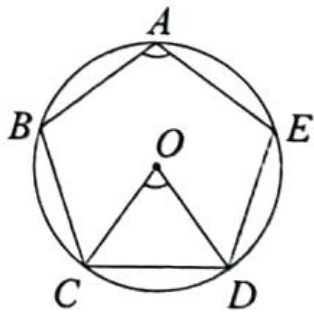
4. 在数轴上表示不等式 $\frac{x-1}{2} < 0$ 的解集, 正确的是 ()

- A.  B.  C.  D. 

5. 下列函数中, y 的值随 x 值的增大而减小的是 ()

- A. $y = x^2 + 1$ B. $y = -x^2 + 1$ C. $y = 2x + 1$ D. $y = -2x + 1$

6. 如图，正五边形 $ABCDE$ 内接于 $\odot O$ ，连接 OC, OD ，则 $\angle BAE - \angle COD =$ ()

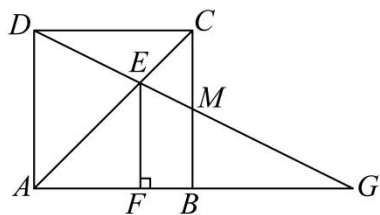


- A. 60° B. 54° C. 48° D. 36°

7. 如果一个三位数中任意两个相邻数字之差的绝对值不超过 1，则称该三位数为“平稳数”。用 1, 2, 3 这三个数字随机组成一个无重复数字的三位数，恰好是“平稳数”的概率为 ()

- A. $\frac{5}{9}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{2}{9}$

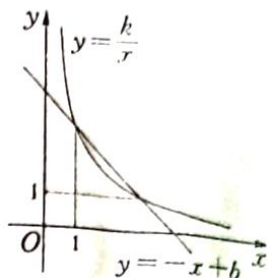
8. 如图，点 E 在正方形 $ABCD$ 的对角线 AC 上， $EF \perp AB$ 于点 F ，连接 DE 并延长，交边 BC 于点 M ，交边 AB 的延长线于点 G 。若 $AF = 2$ ， $FB = 1$ ，则 $MG =$ ()

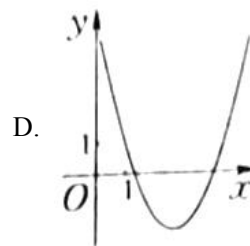
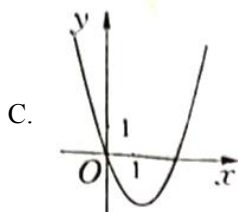
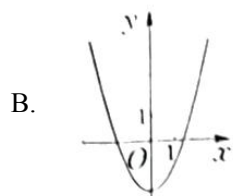
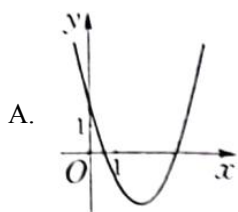


- A. $2\sqrt{3}$ B. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ C. $\sqrt{5} + 1$ D. $\sqrt{10}$

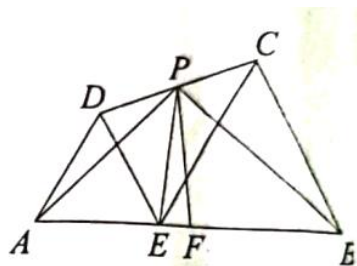
9. 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 在第一象限内的图象与一次函数 $y = -x + b$ 的图象如图所示，则函数

$y = x^2 - bx + k - 1$ 的图象可能为 ()





10. 如图, E 是线段 AB 上一点, $\triangle ADE$ 和 $\triangle BCE$ 是位于直线 AB 同侧的两个等边三角形, 点 P, F 分别是 CD, AB 的中点. 若 $AB = 4$, 则下列结论错误的是 ()



- A. $PA + PB$ 的最小值为 $3\sqrt{3}$ B. $PE + PF$ 的最小值为 $2\sqrt{3}$
C. $\triangle CDE$ 周长的最小值为 6 D. 四边形 $ABCD$ 面积的最小值为 $3\sqrt{3}$

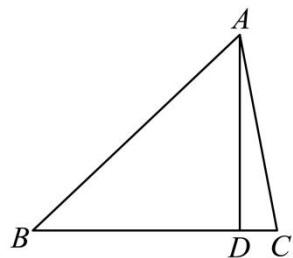
二、填空题 (本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 满分 20 分)

11. 计算: $\sqrt[3]{8} + 1 = \underline{\hspace{2cm}}$.

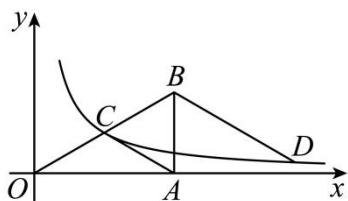
12. 据统计, 2023 年第一季度安徽省采矿业实现利润总额 74.5 亿元, 其中 74.5 亿用科学记数法表示为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

13. 清初数学家梅文鼎在著作《平三角举要》中, 对南宋数学家秦九韶提出的计算三角形面积的“三斜求积术”给出了一个完整的证明, 证明过程中创造性地设计直角三角形, 得出了一个结论: 如图, AD 是锐角

$\triangle ABC$ 的高, 则 $BD = \frac{1}{2} \left(BC + \frac{AB^2 - AC^2}{BC} \right)$. 当 $AB = 7, BC = 6, AC = 5$ 时, $CD = \underline{\hspace{2cm}}$.



14. 如图, O 是坐标原点, $\text{Rt}\triangle OAB$ 的直角顶点 A 在 x 轴的正半轴上, $AB = 2, \angle AOB = 30^\circ$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 的图象经过斜边 OB 的中点 C .



(1) $k =$ _____;

(2) D 为该反比例函数图象上的一点, 若 $DB \parallel AC$, 则 $OB^2 - BD^2$ 的值为_____.

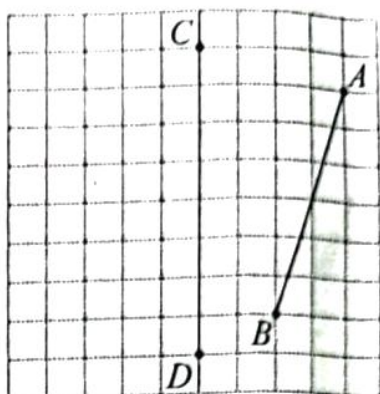
三、(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

15. 先化简, 再求值: $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$, 其中 $x = \sqrt{2} - 1$.

16. 根据经营情况, 公司对某商品在甲、乙两地的销售单价进行了如下调整: 甲地上涨 10%, 乙地降价 5 元, 已知销售单价调整前甲地比乙地少 10 元, 调整后甲地比乙地少 1 元, 求调整前甲、乙两地该商品的销售单价.

四、(本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 满分 16 分)

17. 如图, 在由边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中, 点 A, B, C, D 均为格点 (网格线的交点).



(1) 画出线段 AB 关于直线 CD 对称的线段 A_1B_1 ;

(2) 将线段 AB 向左平移 2 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度, 得到线段 A_2B_2 , 画出线段 A_2B_2 ;

(3) 描出线段 AB 上的点 M 及直线 CD 上的点 N , 使得直线 MN 垂直平分 AB .

18. 【观察思考】



【规律发现】

请用含 n 的式子填空:

(1) 第 n 个图案中 “ $\odot$ ” 的个数为_____;

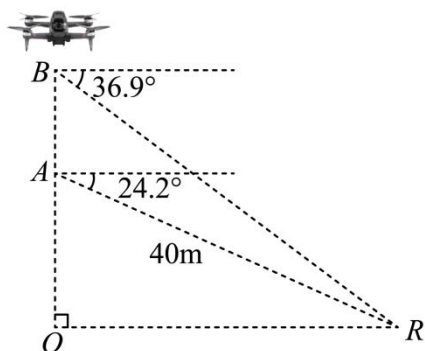
(2) 第1个图案中 “ $\star$ ” 的个数可表示为 $\frac{1 \times 2}{2}$, 第2个图案中 “ $\star$ ” 的个数可表示为 $\frac{2 \times 3}{2}$, 第3个图案中 “ $\star$ ” 的个数可表示为 $\frac{3 \times 4}{2}$, 第4个图案中 “ $\star$ ” 的个数可表示为 $\frac{4 \times 5}{2}$, …… , 第 n 个图案中 “ $\star$ ” 的个数可表示为_____.

【规律应用】

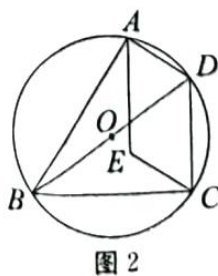
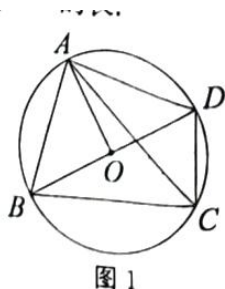
(3) 结合图案中 “ $\star$ ” 的排列方式及上述规律, 求正整数 n , 使得连续的正整数之和 $1+2+3+\cdots+n$ 等于第 n 个图案中 “ $\odot$ ” 的个数的2倍.

五、(本大题共2小题, 每小题10分, 满分20分)

19. 如图, O, R 是同一水平线上的两点, 无人机从 O 点竖直上升到 A 点时, 测得 A 到 R 点的距离为 40m , R 点的俯角为 24.2° , 无人机继续竖直上升到 B 点, 测得 R 点的俯角为 36.9° . 求无人机从 A 点到 B 点的上升高度 AB (精确到 0.1m). 参考数据: $\sin 24.2^\circ \approx 0.41, \cos 24.2^\circ \approx 0.91, \tan 24.2^\circ \approx 0.45$, $\sin 36.9^\circ \approx 0.60, \cos 36.9^\circ \approx 0.80, \tan 36.9^\circ \approx 0.75$.



20. 已知四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 对角线 BD 是 $\odot O$ 的直径.



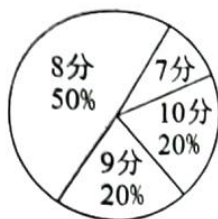
(1) 如图1, 连接 OA, CA , 若 $OA \perp BD$, 求证: CA 平分 $\angle BCD$;

(2) 如图2, E 为 $\odot O$ 内一点, 满足 $AE \perp BC, CE \perp AB$, 若 $BD = 3\sqrt{3}$, $AE = 3$, 求弦 BC 的长.

六、(本题满分12分)

21. 端午节是中国的传统节日, 民间有端午节吃粽子的习俗, 在端午节来临之际, 某校七、八年级开展了一

次“包粽子”实践活动，对学生的活动情况按10分制进行评分，成绩（单位：分）均为不低于6的整数、为了解这次活动的效果，现从这两个年级各随机抽取10名学生的活动成绩作为样本进行活整理，并绘制统计图表，部分信息如下：



七年级10名学生活动成绩扇形统计图

八年级10名学生活动成绩统计表

成绩/分	6	7	8	9	10
人数	1	2	a	b	2

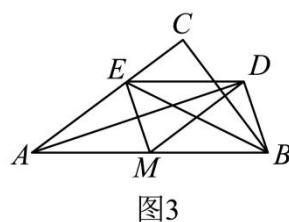
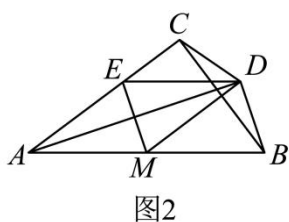
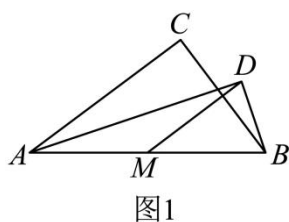
已知八年级10名学生活动成绩的中位数为8.5分。

请根据以上信息，完成下列问题：

- (1) 样本中，七年级活动成绩为7分的学生数是_____，七年级活动成绩的众数为_____分；
- (2) $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ ；
- (3) 若认定活动成绩不低于9分为“优秀”，根据样本数据，判断本次活动中优秀率高的年级是否平均成绩也高，并说明理由。

七、(本题满分12分)

22. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， M 是斜边 AB 的中点，将线段 MA 绕点 M 旋转至 MD 位置，点 D 在直线 AB 外，连接 AD, BD 。



- (1) 如图1，求 $\angle ADB$ 的大小；
- (2) 已知点 D 和边 AC 上的点 E 满足 $ME \perp AD, DE \parallel AB$ 。
 - (i) 如图2，连接 CD ，求证： $BD = CD$ ；
 - (ii) 如图3，连接 BE ，若 $AC = 8, BC = 6$ ，求 $\tan \angle ABE$ 的值。

八、(本题满分 14 分)

23. 在平面直角坐标系中, 点 O 是坐标原点, 抛物线 $y = ax^2 + bx$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(3, 3)$, 对称轴为直线 $x = 2$.

(1) 求 a, b 的值;

(2) 已知点 B, C 在抛物线上, 点 B 的横坐标为 t , 点 C 的横坐标为 $t+1$. 过点 B 作 x 轴的垂线交直线 OA 于点 D , 过点 C 作 x 轴的垂线交直线 OA 于点 E .

(i) 当 $0 < t < 2$ 时, 求 $\triangle OBD$ 与 $\triangle ACE$ 的面积之和;

(ii) 在抛物线对称轴右侧, 是否存在点 B , 使得以 B, C, D, E 为顶点的四边形的面积为 $\frac{3}{2}$? 若存在, 请求出点 B 的横坐标 t 的值; 若不存在, 请说明理由.

