

宁夏回族自治区 2023 年初中学业水平考试数学试题

注意事项:

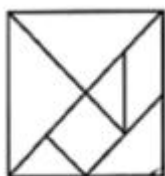
1. 本试卷满分 120 分, 考试时间 120 分钟.
2. 答卷前, 考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上规定位置, 认真核对条形码上的姓名、准考证号, 并将条形码粘贴在指定位置上.
3. 回答选择题时, 选出每小题答案后, 用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑. 如需改动, 用橡皮擦干净后, 再选涂其他答案标号. 回答非选择题时, 将答案写在答题卡上, 写在本试卷上无效.
4. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

一、选择题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 在每小题给出的四个选项中只有一个是符合题目要求的)

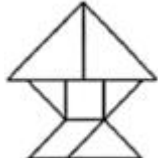
1. $-\frac{2}{3}$ 的绝对值是 ()

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $-\frac{2}{3}$

2. 下面是由七巧板拼成的图形 (只考虑外形, 忽略内部轮廓), 其中轴对称图形是 ()



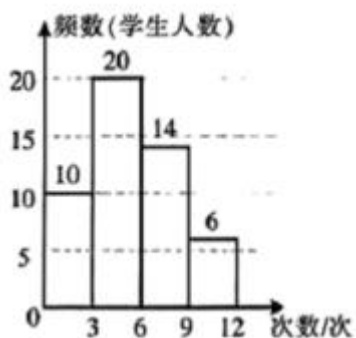
七巧板

- A.  B.  C.  D. 

3. 下列计算正确的是 ()

- A. $5a - 3a = 2$ B. $a^6 \div a^3 = a^2$ C. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$ D. $(a^2b)^3 = a^6b^3$

4. 劳动委员统计了某周全班同学的家庭劳动次数 x (单位: 次), 按劳动次数分为 4 组: $0 \leq x < 3$, $3 \leq x < 6$, $6 \leq x < 9$, $9 \leq x < 12$, 绘制成如图所示的频数分布直方图. 从中任选一名同学, 则该同学这周家庭劳动次数不足 6 次的概率是 ()

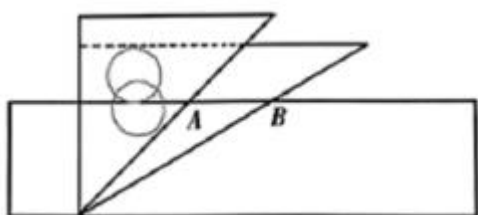


- A. 0.6 B. 0.5 C. 0.4 D. 0.32

5. 估计 $\sqrt{23}$ 的值应在 ()

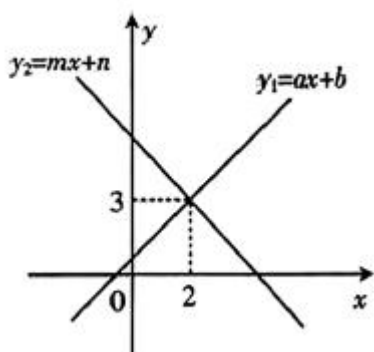
- A. 3.5 和 4 之间 B. 4 和 4.5 之间
C. 4.5 和 5 之间 D. 5 和 5.5 之间

6. 将一副直角三角板 and 一把宽度为 2cm 的直尺按如图方式摆放：先把 60° 和 45° 角的顶点及它们的直角边重合，再将此直角边垂直于直尺的上沿，重合的顶点落在直尺下沿上，这两个三角板的斜边分别交直尺上沿于 A, B 两点，则 AB 的长是 ()



- A. $2 - \sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3} - 2$ C. 2 D. $2\sqrt{3}$

7. 在同一平面直角坐标系中，一次函数 $y_1 = ax + b (a \neq 0)$ 与 $y_2 = mx + n (m \neq 0)$ 的图象如图所示，则下列结论错误的是 ()

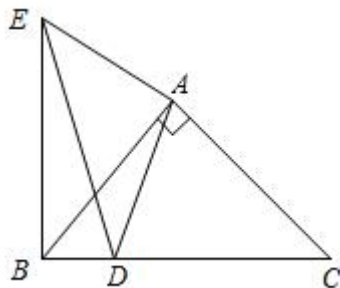


- A. y_1 随 x 的增大而增大
B. $b < n$

C. 当 $x < 2$ 时, $y_1 > y_2$

D. 关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax - y = -b \\ mx - y = -n \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$

8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC$, $BC = 2$. 点 D 在 BC 上, 且 $BD:CD = 1:3$. 连接 AD , 将线段 AD 绕点 A 顺时针旋转 90° 得到线段 AE , 连接 BE , DE . 则 $\triangle BDE$ 的面积是 ()

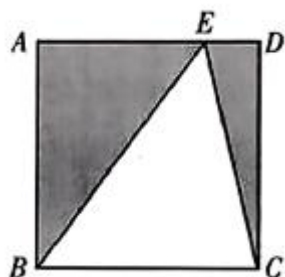


- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{8}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $\frac{3}{2}$

二、填空题 (本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分)

9. 计算: $\frac{1}{x-1} + \frac{3}{x-1} =$ _____.

10. 如图, 在边长为 2 的正方形 $ABCD$ 中, 点 E 在 AD 上, 连接 EB , EC . 则图中阴影部分的面积是_____.

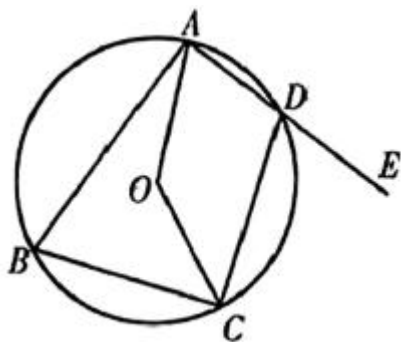


11. 方程 $x^2 - 4x - m = 0$ 有两个相等的实数根, 则 m 的值为_____.

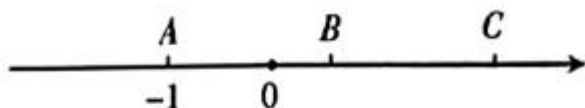
12. 如图, 在标有数字 1, 2, 3, 4 的四宫格里任选两个小方格, 则所选方格中数字之和为 4 的概率是_____.

1	2
4	3

13. 如图, 四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 延长 AD 至点 E , 已知 $\angle AOC = 140^\circ$, 那么 $\angle CDE =$ _____ $^\circ$.



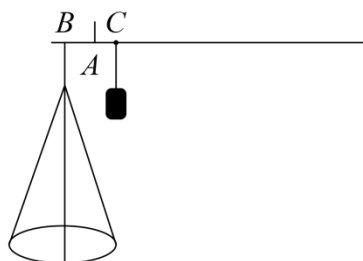
14. 如图，点 A ， B ， C 在数轴上，点 A 表示的数是 -1 ，点 B 是 AC 的中点，线段 $AB = \sqrt{2}$ ，则点 C 表示的数是_____.



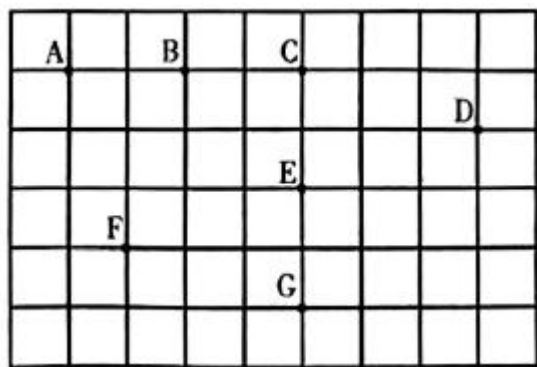
15. 如图是某种杆秤. 在秤杆的点 A 处固定提纽，点 B 处挂秤盘，点 C 为 0 刻度点. 当秤盘不放物品时，提起提纽，秤砣所挂位置移动到点 C ，秤杆处于平衡. 秤盘放入 x 克物品后移动秤砣，当秤砣所挂位置与提纽的距离为 y 毫米时秤杆处于平衡. 测得 x 与 y 的几组对应数据如下表：

x /克	0	2	4	6	10
y /毫米	10	14	18	22	30

由表中数据的规律可知，当 $x = 20$ 克时， $y =$ _____毫米.



16. 如图是由边长为 1 的小正方形组成的 9×6 网格，点 A ， B ， C ， D ， E ， F ， G 均在格点上. 下列结论：



①点 D 与点 F 关于点 E 中心对称；

②连接 FB , FC , FE , 则 FC 平分 $\angle BFE$;

③连接 AG , 则点 B , F 到线段 AG 的距离相等.

其中正确结论的序号是_____.

三、解答题 (本题共 10 小题, 其中 17~22 题每小题 6 分, 23、24 题每小题 8 分, 25、26 题每小题 10 分, 共 72 分)

17. 计算: $(-2)^2 \times 2^{-1} - (\sqrt{3} - 1) + \tan 45^\circ$

18. 解不等式组 $\begin{cases} 1 - \frac{2x-1}{2} > \frac{3x-1}{4} & \text{①} \\ 2-3x \leq 4-x & \text{②} \end{cases}$

下面是某同学的部分解答过程, 请认真阅读并完成任务:

解: 由①得:

$$4 - 2(2x - 1) > 3x - 1 \quad \text{第 1 步}$$

$$4 - 4x + 2 > 3x - 1 \quad \text{第 2 步}$$

$$-4x - 3x > -1 - 4 - 2$$

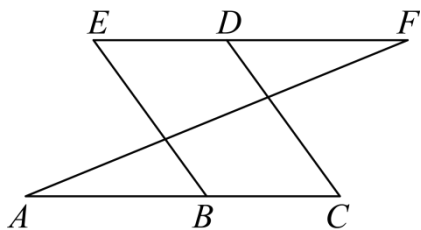
$$-7x > -7 \quad \text{第 3 步}$$

$$x > 1 \quad \text{第 4 步}$$

任务一: 该同学的解答过程第_____步出现了错误, 错误原因是_____, 不等式①的正确解集是_____;

任务二: 解不等式②, 并写出该不等式组的解集.

19. 如图, 已知 $EF \parallel AC$, B , D 分别是 AC 和 EF 上的点, $\angle EDC = \angle CBE$. 求证: 四边形 $BCDE$ 是平行四边形.



20. “人间烟火味, 最抚凡人心”, 地摊经济、小店经济是就业岗位的重要来源. 某经营者购进了 A 型和 B 型两种玩具, 已知用 520 元购进 A 型玩具的数量比用 175 元购进 B 型玩具的数量多 30 个, 且 A 型玩具单价是 B 型玩具单价的 1.6 倍.

(1) 求两种型号玩具的单价各是多少元?

根据题意, 甲、乙两名同学分别列出如下方程:

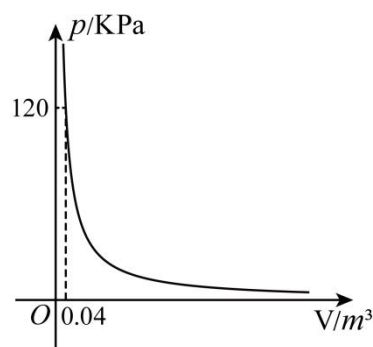
甲: $\frac{520}{1.6x} = \frac{175}{x} + 30$, 解得 $x = 5$, 经检验 $x = 5$ 是原方程的解.

乙: $\frac{520}{x} = 1.6 \times \frac{175}{x-30}$, 解得 $x = 65$, 经检验 $x = 65$ 是原方程的解.

则甲所列方程中的 x 表示_____, 乙所列方程中的 x 表示_____;

(2) 该经营者准备用 1350 元以原单价再次购进这两种型号的玩具共 200 个, 则最多可购进 A 型玩具多少个?

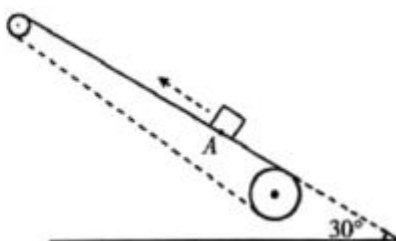
21. 给某气球充满一定质量的气体, 在温度不变时, 气球内气体的气压 P (KPa) 是气体体积 V (m^3) 的反比例函数, 其图象如图所示.



(1) 当气球内的气压超过 150KPa 时, 气球会爆炸. 若将气球近似看成一个球体, 试估计气球的半径至少为多少时气球不会爆炸 (球体的体积公式 $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, π 取 3);

(2) 请你利用 P 与 V 的关系试解释为什么超载的车辆容易爆胎.

22. 如图, 粮库用传送带传送粮袋, 大转动轮的半径为 10cm, 传送带与水平面成 30° 角. 假设传送带与转动轮之间无滑动, 当大转动轮转 140° 时, 传送带上点 A 处的粮袋上升的高度是多少? (传送带厚度忽略不计)



23. 学校组织七、八年级学生参加了“国家安全知识”测试 (满分 100 分). 已知七、八年级各有 200 人, 现从两个年级分别随机抽取 10 名学生的测试成绩 x (单位: 分) 进行统计:

七年级 86 94 79 84 71 90 76 83 90 87

八年级 88 76 90 78 87 93 75 87 87 79

整理如下:

年级	平均数	中位数	众数	方差
----	-----	-----	----	----

七年级	84	a	90	44.4
八年级	84	87	b	36.6

根据以上信息，回答下列问题：

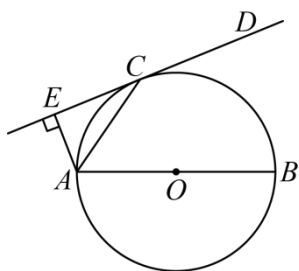
(1) 填空： $a = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

A 同学说：“这次测试我得了 86 分，位于年级中等偏上水平”，由此可判断他是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 年级的学生；

(2) 学校规定测试成绩不低于 85 分为“优秀”，估计该校这两个年级测试成绩达到“优秀”的学生总人数；

(3) 你认为哪个年级的学生掌握国家安全知识的总体水平较好？请给出一条理由。

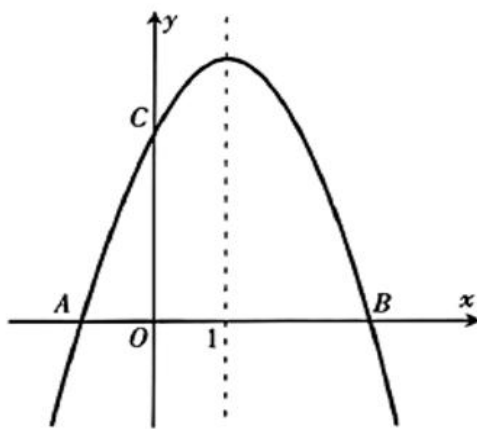
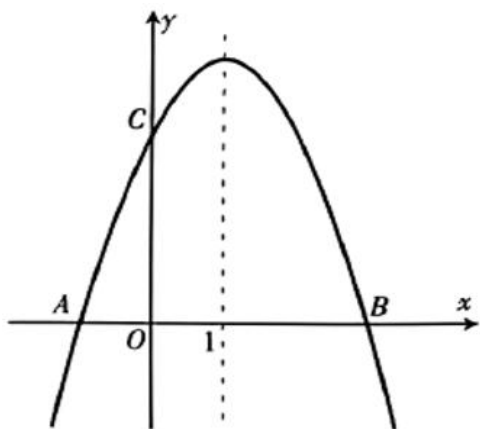
24. 如图，已知 AB 是 $\odot O$ 的直径，直线 DC 是 $\odot O$ 的切线，切点为 C ， $AE \perp DC$ ，垂足为 E 。连接 AC 。



(1) 求证： AC 平分 $\angle BAE$ ；

(2) 若 $AC = 5$ ， $\tan \angle ACE = \frac{3}{4}$ ，求 $\odot O$ 的半径。

25. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + 3$ ($a \neq 0$) 与 x 轴交于 A ， B 两点，与 y 轴交于点 C 。已知点 A 的坐标是 $(-1, 0)$ ，抛物线的对称轴是直线 $x = 1$ 。



备用图

(1) 直接写出点 B 的坐标；

(2) 在对称轴上找一点 P ，使 $PA + PC$ 的值最小。求点 P 的坐标和 $PA + PC$ 的最小值；

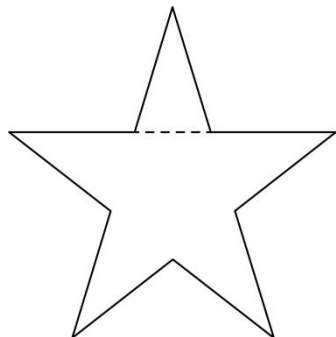
(3) 第一象限内的抛物线上有一动点 M ，过点 M 作 $MN \perp x$ 轴，垂足为 N ，连接 BC 交 MN 于点 Q 。依

题意补全图形, 当 $MQ + \sqrt{2}CQ$ 的值最大时, 求点 M 的坐标.

26. 综合与实践

问题背景

数学小组发现国旗上五角星的五个角都是顶角为 36° 的等腰三角形, 对此三角形产生了极大兴趣并展开探究.



探究发现

如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 36^\circ$, $AB = AC$.

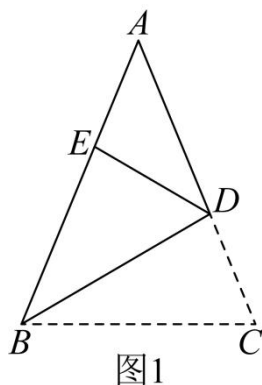


图1

(1) 操作发现: 将 $\triangle ABC$ 折叠, 使边 BC 落在边 BA 上, 点 C 的对应点是点 E , 折痕交 AC 于点 D , 连接 DE , DB , 则 $\angle BDE = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$, 设 $AC = 1$, $BC = x$, 那么 $AE = \underline{\hspace{2cm}}$ (用含 x 的式子表示);

(2) 进一步探究发现: $\frac{\text{底}BC}{\text{腰}AC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 这个比值被称为黄金比. 在 (1) 的条件下试证明: $\frac{\text{底}BC}{\text{腰}AC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$;

拓展应用:

当等腰三角形的底与腰的比等于黄金比时, 这个三角形叫黄金三角形. 例如, 图 1 中的 $\triangle ABC$ 是黄金三角形. 如图 2, 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = 72^\circ$, $AB = 1$. 求这个菱形较长对角线的长.

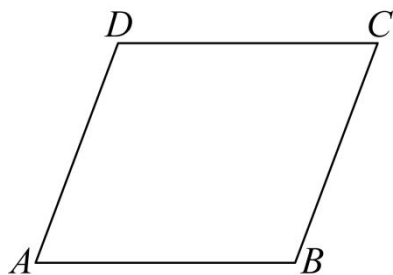


图2

