

2023 年天津市初中学业水平考试试卷

数学

本试卷分为第 I 卷（选择题）、第 II 卷（非选择题）两部分。第 I 卷为第 1 页至第 3 页，第 II 卷为第 4 页至第 8 页，试卷满分 120 分。考试时间 100 分钟。

答卷前，请务必将自己的姓名、考生号、考点校、考场号、座位号填写在“答题卡”上，并在规定位置粘贴考试用条形码。答题时，务必将答案涂写在“答题卡”上，答案答在试卷上无效。考试结束后，将本试卷和“答题卡”一并交回。祝你考试顺利！

第 I 卷

注意事项：

1. 每题选出答案后，用 2B 铅笔把“答题卡”上对应题目的答案标号的信息点涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号的信息点。

2. 本卷共 12 题，共 36 分。

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 3 分，共 36 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）

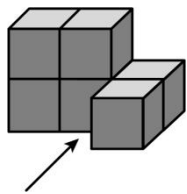
1. 计算 $\frac{1}{2} \div (-2)$ 的结果等于（ ）

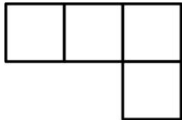
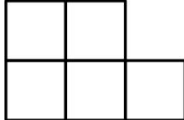
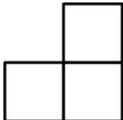
- A. $-\frac{5}{2}$ B. -1 C. $\frac{1}{4}$ D. 1

2. 估计 $\sqrt{6}$ 的值应在（ ）

- A. 1 和 2 之间 B. 2 和 3 之间 C. 3 和 4 之间 D. 4 和 5 之间

3. 如图是一个由 6 个相同的正方体组成的立体图形，它的主视图是（ ）



- A.  B.  C.  D. 

4. 在一些美术字中，有的汉字是轴对称图形。下面 4 个汉字中，可以看作是轴对称图形的是（ ）

- A. 全 B. 面 C. 发 D. 展

5. 据 2023 年 5 月 21 日《天津日报》报道，在天津举办的第七届世界智能大会通过“百网同播、万人同屏、

亿人同观”，全球网友得以共享高端思想盛宴，总浏览量达到935000000人次，将数据935000000用科学记数法表示应为（ ）

- A. 0.935×10^9 B. 9.35×10^8 C. 93.5×10^7 D. 935×10^6

6. $\sin 45^\circ + \frac{\sqrt{2}}{2}$ 的值等于（ ）

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

7. 计算 $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$ 的结果等于（ ）

- A. -1 B. $x-1$ C. $\frac{1}{x+1}$ D. $\frac{1}{x^2-1}$

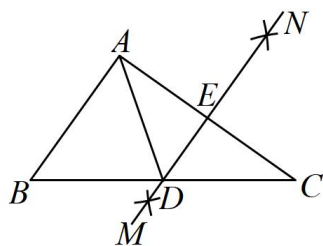
8. 若点 $A(x_1, -2)$, $B(x_2, 1)$, $C(x_3, 2)$ 都在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上，则 x_1, x_2, x_3 的大小关系是（ ）

- A. $x_3 < x_2 < x_1$ B. $x_2 < x_1 < x_3$ C. $x_1 < x_3 < x_2$ D. $x_2 < x_3 < x_1$

9. 若 x_1, x_2 是方程 $x^2 - 6x - 7 = 0$ 的两个根，则（ ）

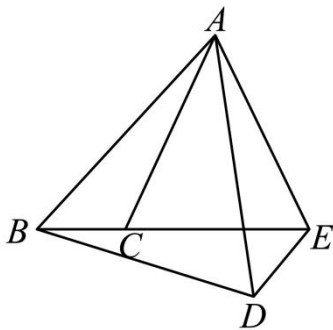
- A. $x_1 + x_2 = 6$ B. $x_1 + x_2 = -6$ C. $x_1 \cdot x_2 = \frac{7}{6}$ D. $x_1 \cdot x_2 = 7$

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，分别以点 A 和点 C 为圆心，大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径作弧（弧所在圆的半径都相等），两弧相交于 M, N 两点，直线 MN 分别与边 BC, AC 相交于点 D, E ，连接 AD 。若 $BD = DC, AE = 4, AD = 5$ ，则 AB 的长为（ ）



- A. 9 B. 8 C. 7 D. 6

11. 如图，把 $\triangle ABC$ 以点 A 为中心逆时针旋转得到 $\triangle ADE$ ，点 B, C 的对应点分别是点 D, E ，且点 E 在 BC 的延长线上，连接 BD ，则下列结论一定正确的是（ ）

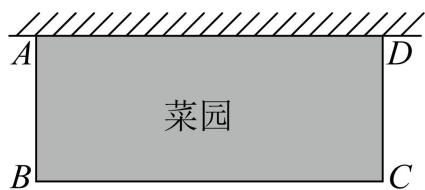


- A. $\angle CAE = \angle BED$ B. $AB = AE$ C. $\angle ACE = \angle ADE$ D. $CE = BD$

12. 如图，要围一个矩形菜园 $ABCD$ ，其中一边 AD 是墙，且 AD 的长不能超过 26m ，其余的三边 AB, BC, CD 用篱笆，且这三边的和为 40m ．有下列结论：

- ① AB 的长可以为 6m ；
 ② AB 的长有两个不同的值满足菜园 $ABCD$ 面积为 192m^2 ；
 ③ 菜园 $ABCD$ 面积的最大值为 200m^2 ．

其中，正确结论的个数是 ()



- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

第 II 卷

二、填空题 (本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分)

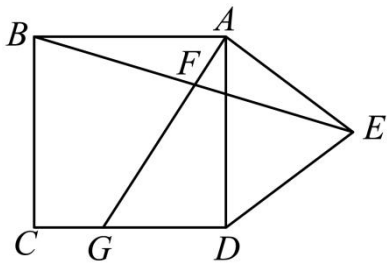
13. 不透明袋子中装有 10 个球，其中有 7 个绿球、3 个红球，这些球除颜色外无其他差别．从袋子中随机取出 1 个球，则它是绿球的概率为_____．

14. 计算 $(xy^2)^2$ 的结果为_____．

15. 计算 $(\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6})$ 的结果为_____．

16. 若直线 $y = x$ 向上平移 3 个单位长度后经过点 $(2, m)$ ，则 m 的值为_____．

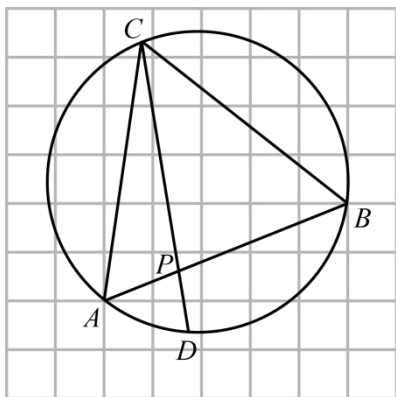
17. 如图，在边长为 3 的正方形 $ABCD$ 的外侧，作等腰三角形 ADE ， $EA = ED = \frac{5}{2}$ ．



(1) $\triangle ADE$ 的面积为_____;

(2) 若 F 为 BE 的中点, 连接 AF 并延长, 与 CD 相交于点 G , 则 AG 的长为_____.

18. 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 等边三角形 ABC 内接于圆, 且顶点 A, B 均在格点上.



(1) 线段 AB 的长为_____;

(2) 若点 D 在圆上, AB 与 CD 相交于点 P . 请用无刻度的直尺, 在如图所示的网格中, 画出点 Q , 使 $\triangle CPQ$ 为等边三角形, 并简要说明点 Q 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____.

三、解答题 (本大题共 7 小题, 共 66 分. 解答应写出文字说明、演算步骤或推理过程)

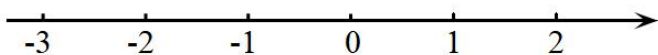
19. 解不等式组
$$\begin{cases} 2x+1 \geq x-1 & \text{①} \\ 4x-1 \leq x+2 & \text{②} \end{cases}$$

请结合题意填空, 完成本题的解答.

(1) 解不等式①, 得_____;

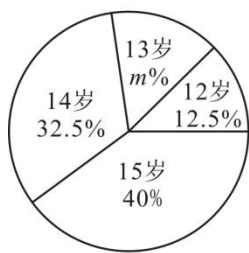
(2) 解不等式②, 得_____;

(3) 把不等式①和②的解集在数轴上表示出来:

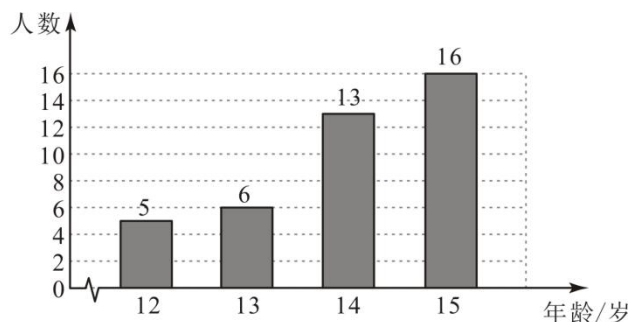


(4) 原不等式组的解集为_____.

20. 为培养青少年的劳动意识, 某校开展了剪纸、编织、烘焙等丰富多彩的活动, 该校为了解参加活动的学生的年龄情况, 随机调查了 a 名参加活动的学生的年龄 (单位: 岁). 根据统计的结果, 绘制出如下的统计图①和图②.



图①

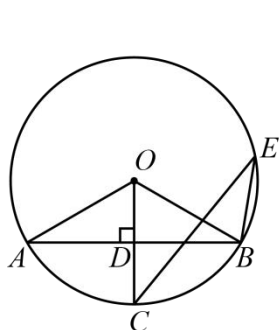


图②

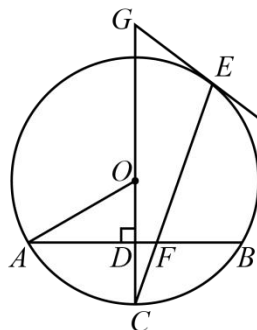
请根据相关信息，解答下列问题：

- (1) 填空： a 的值为_____，图①中 m 的值为_____；
- (2) 求统计的这组学生年龄数据的平均数、众数和中位数.

21. 在 $\odot O$ 中，半径 OC 垂直于弦 AB ，垂足为 D ， $\angle AOC = 60^\circ$ ， E 为弦 AB 所对的优弧上一点.



图①

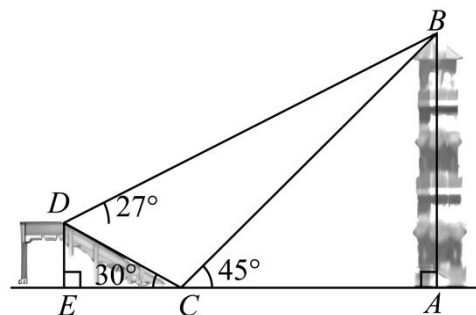


图②

- (1) 如图①，求 $\angle AOB$ 和 $\angle CEB$ 的大小；
- (2) 如图②， CE 与 AB 相交于点 F ， $EF = EB$ ，过点 E 作 $\odot O$ 的切线，与 CO 的延长线相交于点 G ，若 $OA = 3$ ，求 EG 的长.

22. 综合与实践活动中，要利用测角仪测量塔的高度.

如图，塔 AB 前有一座高为 DE 的观景台，已知 $CD = 6\text{m}$ ， $\angle DCE = 30^\circ$ ，点 E ， C ， A 在同一条水平直线上.



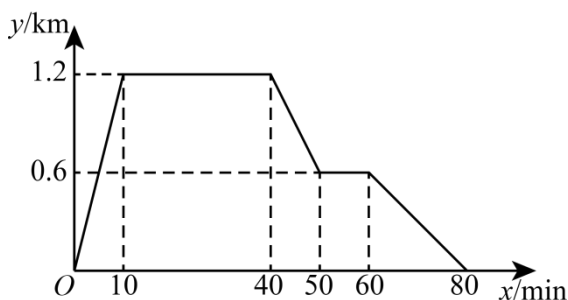
某学习小组在观景台 C 处测得塔顶部 B 的仰角为 45° ，在观景台 D 处测得塔顶部 B 的仰角为 27° .

- (1) 求 DE 的长；
- (2) 设塔 AB 的高度为 h (单位: m).

①用含有 h 的式子表示线段 EA 的长 (结果保留根号);

②求塔 AB 的高度 ($\tan 27^\circ$ 取 0.5, $\sqrt{3}$ 取 1.7, 结果取整数).

23. 已知学生宿舍、文具店、体育场依次在同一条直线上, 文具店离宿舍 0.6km, 体育场离宿舍 1.2km, 张强从宿舍出发, 先用了 10min 匀速跑步去体育场, 在体育场锻炼了 30min, 之后匀速步行了 10min 到文具店买笔, 在文具店停留 10min 后, 用了 20min 匀速散步返回宿舍. 下面图中 x 表示时间, y 表示离宿舍的距离. 图象反映了这个过程中张强离宿舍的距离与时间之间的对应关系.



请根据相关信息, 回答下列问题:

(1) ①填表:

张强离开宿舍的时间/min	1	10	20	60
张强离宿舍的距离/km		1.2		

②填空: 张强从体育场到文具店的速度为 _____ km/min;

③当 $50 \leq x \leq 80$ 时, 请直接写出张强离宿舍的距离 y 关于时间 x 的函数解析式;

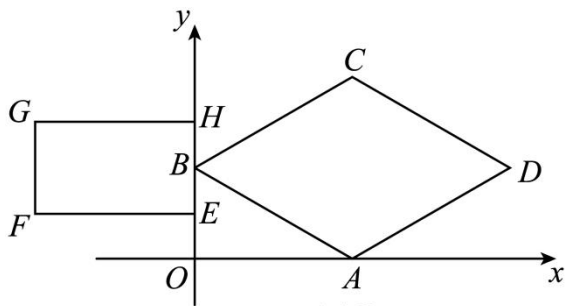
(2) 当张强离开体育场 15min 时, 同宿舍的李明也从体育场出发匀速步行直接回宿舍, 如果李明的速度为 0.06km/min, 那么他在回宿舍的途中遇到张强时离宿舍的距离是多少? (直接写出结果即可)

24. 在平面直角坐标系中, O 为原点, 菱形 $ABCD$ 的顶点 $A(\sqrt{3}, 0), B(0, 1), D(2\sqrt{3}, 1)$, 矩形 $EFGH$ 的顶

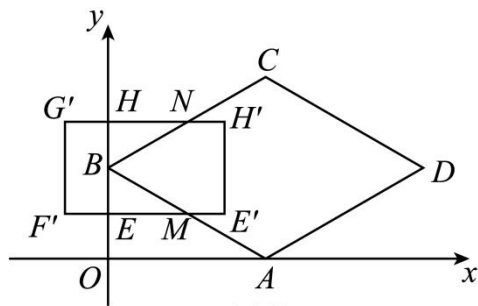
点 $E\left(0, \frac{1}{2}\right), F\left(-\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right), H\left(0, \frac{3}{2}\right)$.

(1) 填空: 如图①, 点 C 的坐标为 _____, 点 G 的坐标为 _____;

(2) 将矩形 $EFGH$ 沿水平方向向右平移, 得到矩形 $E'F'G'H'$, 点 E, F, G, H 的对应点分别为 E', F', G', H' . 设 $EE' = t$, 矩形 $E'F'G'H'$ 与菱形 $ABCD$ 重叠部分的面积为 S .



图①



图②

①如图②，当边 $E'F'$ 与 AB 相交于点 M 、边 $G'H'$ 与 BC 相交于点 N ，且矩形 $E'F'G'H'$ 与菱形 $ABCD$ 重叠部分为五边形时，试用含有 t 的式子表示 S ，并直接写出 t 的取值范围：

②当 $\frac{2\sqrt{3}}{3} \leq t \leq \frac{11\sqrt{3}}{4}$ 时，求 S 的取值范围（直接写出结果即可）。

25. 已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ (b, c 为常数, $c > 1$) 的顶点为 P ，与 x 轴相交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴相交于点 C ，抛物线上的点 M 的横坐标为 m ，且 $-c < m < \frac{b}{2}$ ，过点 M 作 $MN \perp AC$ ，垂足为 N 。

(1) 若 $b = -2, c = 3$ 。

①求点 P 和点 A 的坐标；

②当 $MN = \sqrt{2}$ 时，求点 M 的坐标；

(2) 若点 A 的坐标为 $(-c, 0)$ ，且 $MP \parallel AC$ ，当 $AN + 3MN = 9\sqrt{2}$ 时，求点 M 的坐标。

