

2025 年长春市初中学业水平考试数学

本试卷包括三道大题、共 6 页. 全卷满分为 120 分, 考试时间为 120 分钟. 考试结束后, 将本试卷和答题卡一并交回.

注意事项:

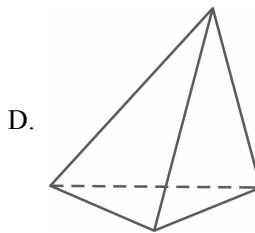
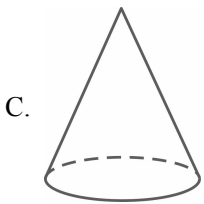
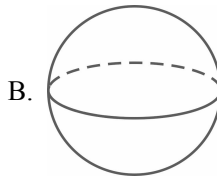
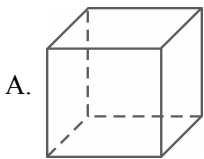
1. 答题前, 学生务必将自己的姓名, 准考证号填写在答题卡上, 并将条形码准确粘贴在条形码区域内.
2. 答题时、考生务必按照考试要求在各题卡上的指定区域内作答, 在草稿纸、试卷上答题无效.
3. 作答可先使用铅笔画出, 确定后必须用黑色字迹的签字笔描黑.

一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 中国是最早使用正、负数表示具有相反意义的量的国家. 如果水位下降 2m 记作 -2m , 那么水位上升 3m 记作 ()

A. -3m B. $+3\text{m}$ C. -5m D. $+5\text{m}$

2. 下面几何体中为圆锥的是 ()



3. 下列计算一定正确的是 ()

A. $a + 2a = 3a$

B. $a \cdot a^2 = a^2$

C. $a + a = a^2$

D. $(2a)^2 = 2a^2$

4. 下列不等式组无解的是 ()

A. $\begin{cases} x > 2 \\ x > -1 \end{cases}$

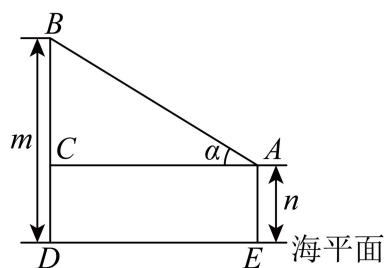
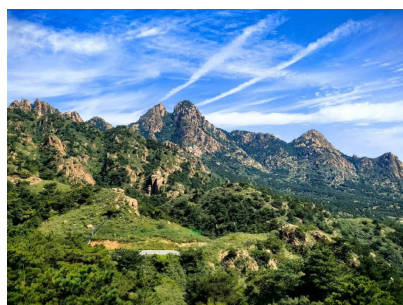
B. $\begin{cases} x > 2 \\ x < -1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x < 2 \\ x < -1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x < 2 \\ x > -1 \end{cases}$

5. 如图, 已知某山峰的海拔高度为 m 米, 一位登山者到达海拔高度为 n 米的点 A 处. 测得山峰顶端 B 的仰

角为 α . 则 A、B 两点之间的距离为 ()



A. $(m-n)\sin\alpha$ 米

B. $\frac{m-n}{\sin\alpha}$ 米

C. $(m-n)\cos\alpha$ 米

D. $\frac{m-n}{\cos\alpha}$ 米

6. 已知点 $A(-3, y_1)$ 、 $B(3, y_2)$ 在同一正比例函数 $y = kx$ ($k < 0$) 的图象上, 则下列结论正确的是 ()

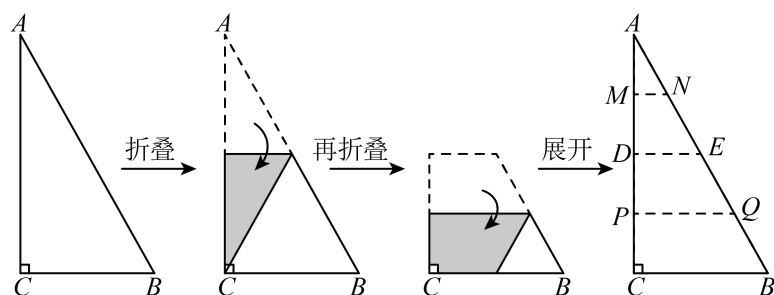
A. $y_1 = -y_2$

B. $y_1 = y_2$

C. $y_2 > 0$

D. $y_1 < 0$

7. 将直角三角形纸片 ABC ($\angle C = 90^\circ$) 按如图方式折叠两次再展开, 下列结论错误的是 ()



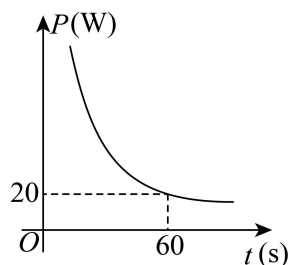
A. $MN \parallel DE \parallel PQ$

B. $BC = 2DE = 4MN$

C. $AN = BQ = \frac{1}{2}NQ$

D. $\frac{MN}{DE} = \frac{DE}{PQ} = \frac{PQ}{BC}$

8. 在功 W (J) 一定的条件下, 功率 P (W) 与做功时间 t (s) 成反比例, P (W) 与 t (s) 之间的函数关系如图所示. 当 $25 \leq t \leq 40$ 时, P 的值可以为 ()



A. 24

B. 27

C. 45

D. 50

二、填空题: 本题共 6 小题, 每小题 3 分, 共 18 分.

9. 8 的立方根是_____.

10. 写出 ab 的一个同类项: _____.

11. 已知 $x^2 + 2x = 4$, 则代数式 $7 - x^2 - 2x$ 的值为_____.

12. 若扇形的面积是它所在圆的面积的 $\frac{2}{3}$, 则这个扇形的圆心角的大小是_____度.

13. 图①是一个正十二面体, 它的每个面都是正五边形, 图②是其表面展开图, 则 $\angle \alpha$ 为_____度.

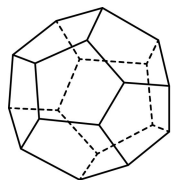


图 ①

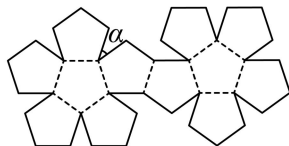


图 ②

14. 如图, 在边长为 4 的正方形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 、 BD 相交于点 O . 点 E 在线段 OA 上. 连接 BE , 作 $CF \perp BE$ 于点 F , 交 OB 于点 P . 给出下面四个结论:

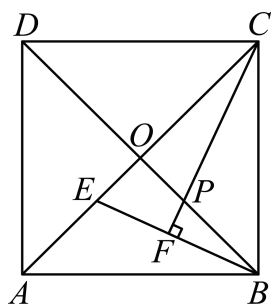
① $\angle OCP = \angle OBE$;

② $OE = OP$;

③ 当 $CE = CB$ 时, $BP = EF$;

④ 点 A 与点 F 之间的距离的最小值为 $2\sqrt{5} - 2$.

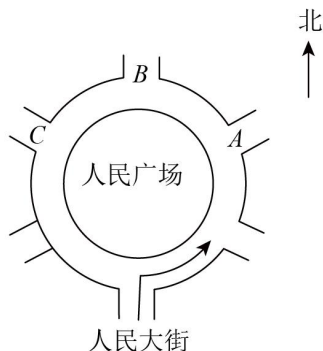
上述结论中, 正确结论的序号有_____.



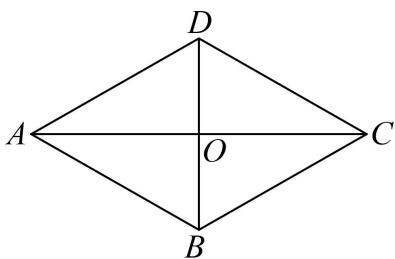
三、解答题: 本题共 10 小题、共 78 分.

15. 先化简. 再求值: $(1+x)^2 - 2x$, 其中 $x = \sqrt{3}$.

16. 长春市人民广场是中心景观类环岛型交通广场, 以开阔的空间、精美的建筑和多彩的绿化而驰名. 甲、乙两辆车从人民大街由南向北驶入人民广场, 它们各自从 A 、 B 、 C 三个出口中随机选择一个出口驶出. 用画树状图 (或列表) 的方法, 求甲、乙两辆车从同一出口驶出的概率.



17. 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 、 BD 相交于点 O , $AB = 5$, $OA = 4$, $OB = 3$. 求证: $\square ABCD$ 是菱形.



18. 小吉和小林从同一地点出发跑 800 米, 小吉的平均速度是小林的 1.25 倍, 结果小吉比小林少用 40 秒到达终点. 求小林跑步的平均速度.

19. 图①、图②、图③均是 4×3 的网格, 其中每个小方格都是边长相等的正方形, 其顶点称为格点. 只用无刻度的直尺, 分别在给定的网格中按下列要求作 $\triangle ABC$, 使 $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上.



图①



图②



图③

- (1) 在图①中, $\triangle ABC$ 是面积最大的等腰三角形;
 - (2) 在图②中, $\triangle ABC$ 是面积最大的直角三角形;
 - (3) 在图③中, $\triangle ABC$ 是面积最大的等腰直角三角形.
20. 某校综合实践活动中, 数学活动小组要研究九年级男生臂展(两臂左右平伸时两手中指指尖之间的距离)与身高的关系. 小组成员在本校九年级男生中随机抽取 20 名男生, 测量他们的臂展与身高, 并对得到的数据进行了整理、描述和分析. 下面给出了部分的信息:

a. 20 名男生的臂展与身高数据如下表:

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
身高/cm	166	169	169	171	172	173	173	173	174	174

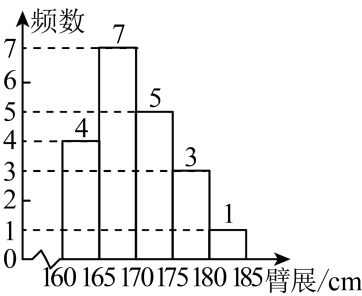
臂展 /cm	161	162	164	166	164	165	167	169	169	170
编号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
身高 /cm	175	176	177	177	178	179	180	180	181	183
臂展 /cm	169	167	173	172	173	170	177	174	176	185

b. 20 名男生臂展与身高数据的平均数、中位数、众数如下表:

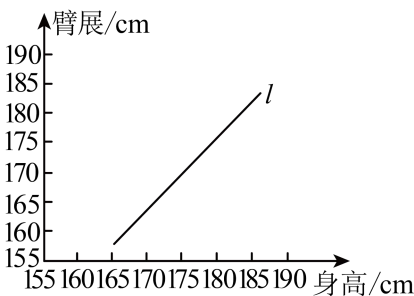
	平均 数	中位 数	众 数
身高 /cm	175	m	173
臂展 /cm	170	169	n

c. 20 名男生臂展的频数分布直方图如图①: (将臂展数据分成 5 组: $160 \leq a < 165$, $165 \leq a < 170$, $170 \leq a < 175$, $175 \leq a < 180$, $180 \leq a \leq 185$)

d. 20 名男生臂展与身高的散点图如图②, 活动小组发现图中大部分点落在一条直线附近的狭长带形区域内. 他们利用计算机和简单统计软件得到了描述臂展 $y(\text{cm})$ 与身高 $x(\text{cm})$ 之间关联关系的直线 l .



图①



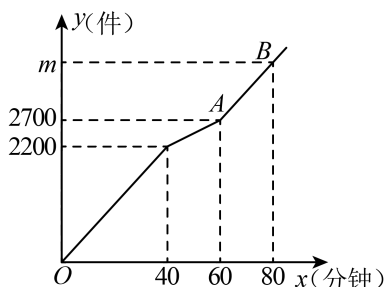
图②

根据以上信息, 回答下列问题:

- 写出表中 m 、 n 的值: $m =$ _____, $n =$ _____;
- 该校九年级有男生 240 人, 估计其中臂展大于或等于 170cm 的男生人数;
- 图②中直线 l 近似的函数关系式为 $y = 1.2x - 40$, 根据直线 l 反映的趋势, 估计身高为 185cm 男生的

臂展长度.

21. 随着我国人工智能科技的快速发展, 智能机器人已经走进我们的生活. 某快递公司使用甲、乙两台不同型号的智能机器人进行快递分拣工作, 它们工作时各自的速度均保持不变. 已知某天它们同时开始工作, 甲机器人工作一段时间后、停工保养, 保养结束后又和乙机器人一起继续工作. 甲、乙两台机器人分拣快递的总数量 y (件) 与乙机器人工作时间 x (分钟) 之间的函数关系如图所示.



- (1) 甲机器人停工保养的时间为_____分钟, $m =$ _____;
- (2) 求 AB 所在直线对应的函数表达式;
- (3) 若该快递公司当天分拣快递的总数批为 5450 件, 则乙机器人工作时间为_____分钟.

22. 数学活动: 探究平面图形的最小覆盖圆

【定义】我们称能完全覆盖某平面图形的圆 (即该平面图形上所有的点均在圆内或圆上) 为该平面图形的覆盖圆. 其中, 能完全覆盖平面图形的最小的圆 (即直径最小) 称为该平面图形的最小覆盖圆.

【探究一】线段的最小覆盖圆

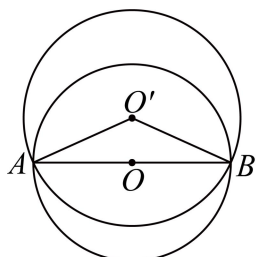
线段 AB 的覆盖圆有无数个, 其中, 以 AB 为直径的圆是其最小覆盖圆.

理由如下: 易知线段 AB 的最小覆盖圆一定经过点 A 、点 B . 如图①, 以 AB 为直径作 $\odot O$, 再过 A 、 B 两点作 $\odot O'$ (O' 与 O 不重合), 连结 $O'A, O'B$. 在 $\triangle O'AB$ 中, 有 $O'A + O'B > AB$ (_____▲_____).

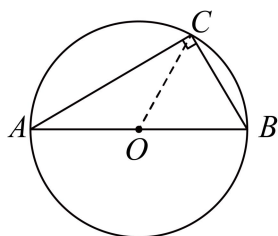
$\because O'A = O'B$,

$\therefore 2O'A > AB$, 即 $\odot O'$ 的直径大于 $\odot O$ 的直径.

$\therefore \odot O$ 是线段 AB 的最小覆盖圆. “▲” 处应填写的推理依据为_____.



图①



图②

【探究二】直角三角形的最小覆盖圆

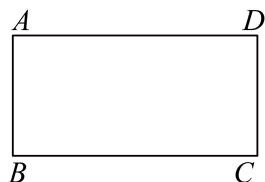
要确定直角三角形的最小覆盖圆, 我们可先将其转化为【探究一】中线段的最小覆盖圆问题. 这样就可以

先确定直角三角形最长边（斜边）的最小覆盖圆，再判断直角顶点与这个圆的位置关系，从而确定直角三角形的最小覆盖圆. 如图②，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$. $\odot O$ 是以 AB 为直径的圆. 请你判断点 C 与 $\odot O$ 的位置关系，并说明理由.

又由【探究一】可知， $\odot O$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 最长边 AB 的最小覆盖圆，所以， $\odot O$ 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的最小覆盖圆.

【拓展应用】矩形的最小覆盖圆

如图③，在矩形 $ABCD$ 中， $AB = 1\text{cm}$ ， $BC = 2\text{cm}$.



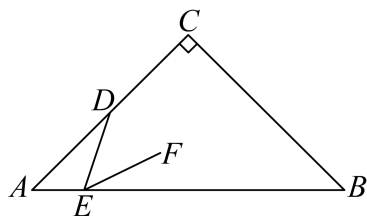
图③

(1) 用圆规和无刻度的直尺在图③中作矩形 $ABCD$ 的最小覆盖圆：（不写做法，保留作图痕迹，作图确定后必须用黑色字迹的签字笔描点）

(2) 该矩形 $ABCD$ 的最小覆盖圆的直径为_____ cm；

(3) 若用两个等圆完全覆盖矩形 $ABCD$. 则这样的两个等圆的最小直径为_____ cm.

23. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = BC = 4$ ，点 D 为边 AC 的中点，点 E 为边 AB 上一动点，连接 DE . 将线段 DE 绕点 E 顺时针旋转 45° 得到线段 EF .



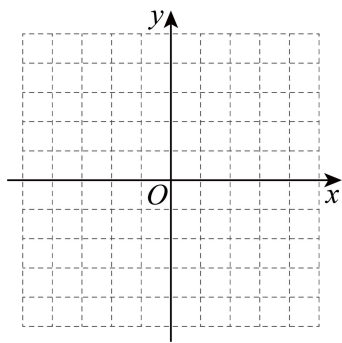
(1) 线段 AB 的长为_____；

(2) 当 $EF \parallel AC$ 时，求 AE 的长；

(3) 当点 F 在边 BC 上时，求证： $\triangle ADE \cong \triangle BEF$ ；

(4) 当点 E 到 BC 的距离是点 F 到 BC 距离的 2 倍时，直接写出 AE 的长.

24. 在平面直角坐标系中，点 O 为坐标原点，抛物线 $y = x^2 + bx$ 经过点 $(3, 3)$. 点 A 、 B 是该抛物线上的两点，横坐标分别为 m 、 $m+1$ ，已知点 $M(1, 1)$ ，作点 A 关于点 M 的对称点 C ，作点 B 关于点 M 的对称点 D ，构造四边形 $ABCD$.



- (1) 求该抛物线所对应的函数表达式；
- (2) 当 A, B 两点关于该抛物线的对称轴对称时，求点 C 的坐标；
- (3) 设抛物线在 A 、 B 两点之间的部分（含 A 、 B 两点）为图象 G 。当 $0 < m < 1$ 时，若图象 G 的最高点与最低点的纵坐标之差为 $\frac{1}{2}$ ，求 m 的值；
- (4) 连结 OA 、 OB ，当 $\angle AOB = \angle OAD + \angle OBC$ 时，直接写出 m 的取值范围（这里 $\angle AOB$ 、 $\angle OAD$ 、 $\angle OBC$ 均是大于 0° 且小于 180° 的角）。