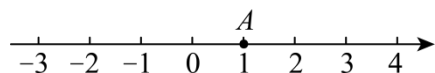


数学试题

注意事项:

1. 答题前，考生务必将姓名、准考证号填写在答题卡上，并将条形码准确粘贴在条形码区域内。
2. 答题时，考生务必按照考试要求在答题卡上的指定区域内作答，在草稿纸、试卷上答题无效。

1. 如图, 点 A 表示的数是 1. 若将点 A 向左移动 3 个单位长度得到点 A' , 则点 A' 表示的数为 ()



2. 一个正方体的展开图如图所示，把它折叠成正方体后，有“的”字一面的相对面上的字为（ ）



- A. 我 B. 中 C. 国 D. 梦

3. 计算 $(2a^2)^3$ 的结果为 ()

- A. $2a^5$ B. $2a^6$ C. $8a^5$ D. $8a^6$

4. 不等式 $x-3>2$ 的解集为 ()

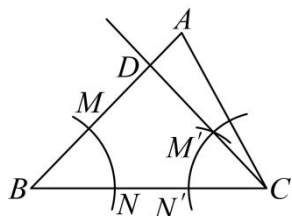
- A. $x > 5$ B. $x < 5$ C. $x > -1$ D. $x < -1$

5. 如图，风力发电机的叶片在风的吹动下转动，使风能转化为电能. 图中的三个叶片组成的图形绕着它的中心旋转角 α 后，能够与它本身重合，则角 α 的大小可以为 ()



- A. 90° B. 120° C. 150° D. 180°

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 45^\circ, \angle A > \angle ACB > \angle B$. 尺规作图操作如下：(1) 以点 B 为圆心，适当长为半径画弧，分别交边 BA, BC 于点 M, N ；(2) 以点 C 为圆心， BN 长为半径画弧，交边 CB 于点 N' ；再以点 N' 为圆心， MN 长为半径画弧，与前一条以点 C 为圆心的弧相交于三角形内部的点 M' ；(3) 过点 M' 画射线 CM' 交边 AB 于点 D . 下列结论错误的为 ()



- A. $\angle B = \angle DCB$ B. $\angle BDC = 90^\circ$ C. $DB = DC$ D. $AD + DC = BC$

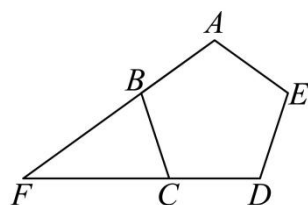
二、填空题 (每小题 3 分，共 15 分)

7. 因式分解： $a^2 - ab = \underline{\hspace{2cm}}$.

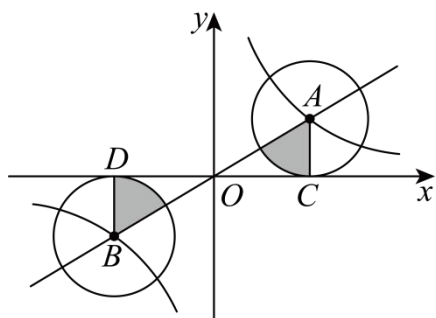
8. 计算： $\sqrt{3} + \sqrt{12} = \underline{\hspace{2cm}}$.

9. 《孙子算经》中记载了这样一道题：今有三人共车，二车空；二人共车，九人步。问车几何？其译文为：有若干人乘车，若每 3 人同乘一车，最终剩余 2 辆空车；若每 2 人同乘一车，最终剩下 9 人因无车可乘而步行。问有多少辆车？为解决此问题，设共有 x 辆车，可列方程为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. 如图，正五边形 $ABCDE$ 的边 AB, DC 的延长线交于点 F ，则 $\angle F$ 的大小为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度.



11. 如图，在平面直角坐标系中，过原点 O 的直线与反比例函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$ 的图象交于 A, B 两点，分别以点 A, B 为圆心，画半径为 1 的 $\odot A$ 和 $\odot B$. 当 $\odot A, \odot B$ 分别与 x 轴相切时，切点分别为点 C 和点 D ，连接 AC, BD ，则阴影部分图形的面积和为 $\underline{\hspace{2cm}}$. (结果保留 π)



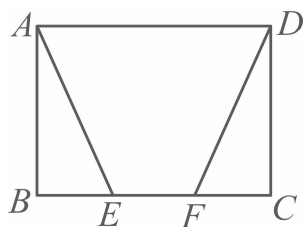
三、解答题 (本题共 11 小题, 共 87 分)

12. 先化简, 再求值: $\frac{a}{a-1} \cdot \frac{a^2-1}{a}$, 其中 $a=2025$.

13. 在“健康中国 2030”与“体重管理年”的行动引领下, 某校田径社团开展了“2025 健康长跑”活动. 由于参加的人数较多, 场地空间有限, 活动需分 A, B, C 三组进行, 每人只能被随机分配到其中一组, 分组工作由计算机软件完成. 请用画树状图或列表的方法, 求参与者小顺和小利被分配到同一组的概率.

14. 吉林省长白山盛产人参. 为促进我省特色经济的发展, 某公司现将人参加工成甲、乙两种盒装的商品出售, 甲、乙两种商品的售价分别为每盒 25 元和 20 元. 某游客购买了甲、乙两种商品共 10 盒, 花费 230 元. 求该游客购买甲种商品和乙种商品的盒数.

15. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E, F 在边 BC 上, 连接 AE, DF , $\angle BAE = \angle CDF$.



(1) 求证: $\triangle ABE \cong \triangle DCF$.

(2) 当 $AB=12$, $DF=13$ 时, 求 BE 的长.

16. 图①、图②均是 6×6 的正方形网格, 每个小正方形的顶点称为格点. $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 且点 A, B, C, O 均在格点上. 只用无刻度的直尺, 在给定的网格中按要求画图.

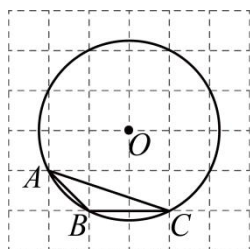


图 ①

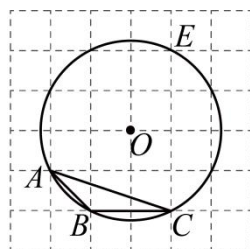


图 ②

(1) 在图①中找一个格点 D (点 D 不与点 C 重合), 画出 $\angle ADB$, 使 $\angle ADB = \angle ACB$.

(2) 在图②中找一个格点 E , 画出 $\angle AEC$, 使 $\angle AEC + \angle ABC = 180^\circ$.

17. 端午节是我国的传统节日. 某食品公司为迎接端午节的到来, 组织了“浓情端午, 粽叶飘香”的包粽子比赛, 规定: 粽子质量为 (150 ± 9) 克时, 其质量等级为合格; 粽子质量为 (150 ± 3) 克时, 其质量等级为优秀. 共有甲、乙两个小组参加比赛, 他们在相同时间内分别包了 220 个和 200 个粽子. 质检员小李从甲、乙两个参赛小组所包粽子中各随机抽检 10 个, 分别对它们的质量整理和分析, 得到如下信息:

被抽检粽子的质量（单位：克）分布

甲组	144	146	147	148	150	152	152	152	154	155
乙组	146		147	147	150	150	151	153	154	155

被抽检粽子质量的平均数和众数（单位：克）统计

参赛小组	平均数	众数
甲组	150	152
乙组	150	147

根据以上信息，回答下列问题：

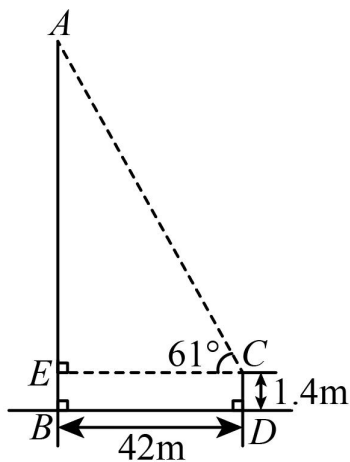
- (1) 在被抽检粽子的质量分布表中，有一个数据缺失，通过计算说明缺失数据对应的粽子的质量等级是否为优秀？
- (2) 此次比赛规定：相同时间内所包粽子中质量等级为优秀的个数较多的小组获得奖励．估计甲、乙两个参赛小组哪组能获得奖励，并说明理由．

18. 综合与实践：确定建筑物的3D打印模型的高度项目提出：图是某城市规划展览馆．树人中学的3D打印社团为展示城市文化，准备制作该城市规划展览馆的3D打印模型，需要测量并计算展览馆高度，为制作3D打印模型提供数据．



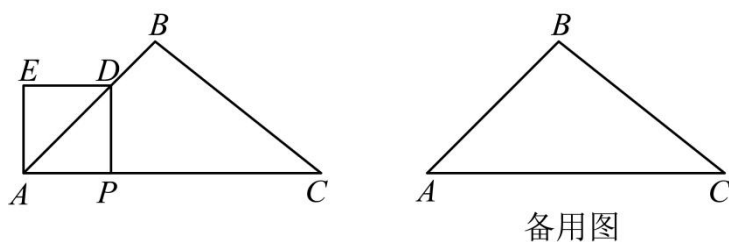
项目报告表 时间：2025 年 5 月 29 日

项目分析	活动目标	测量该城市规划展览馆的实际高度并换算其3D打印模型的高度
	测量工具	测角仪、皮尺
项目	任务一 测量数	以下是测得的相关数据，并画出了如图所示的测量草图. 1. 测出测角仪的高 $CD = 1.4\text{m}$.

实 施	据	2. 利用测角仪测出展览馆顶端 A 的仰角 $\angle ACE = 61^\circ$. 3. 测出测角仪 CD 底端 D 处到展览馆 AB 底端 B 处之间的距离 $DB = 42\text{m}$. 
	任务二 计算实 际高度	根据上述测得的数据, 计算该城市规划展览馆 AB 的高度. (结果精确到 1m) (参考数据: $\sin 61^\circ = 0.875$, $\cos 61^\circ = 0.485$, $\tan 61^\circ = 1.804$)
	任务三 换算模 型高度	将该城市规划展览馆 AB 的高度按 1:400 等比例缩小, 得到其 3D 打印模型的高度约为 _____ cm. (结果精确到 1cm)
项目结果		为社团制作城市规划展览馆的 3D 打印模型提供数据

请结合上表中的测量草图和相关数据, 帮助该社团完成任务二和任务三.

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3\sqrt{2}$, $BC = 5$, $\angle BAC = 45^\circ$. 动点 P 从点 A 出发, 沿边 AC 以每秒 1 个单位长度的速度向终点 C 匀速运动. 当点 P 出发后, 以 AP 为边作正方形 $APDE$, 使点 D 和点 B 始终在边 AC 同侧. 设点 P 的运动时间为 $x(s)$ ($x > 0$), 正方形 $APDE$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分图形的面积为 y (平方单位).



(1) AC 的长为_____.

- (2) 求 y 关于 x 的函数解析式，并写出自变量 x 的取值范围.
- (3) 当正方形 $APDE$ 的对称中心与点 B 重合时，直接写出 x 的值.

20. 【知识链接】实验目的：探究浮力的大小与哪些因素有关

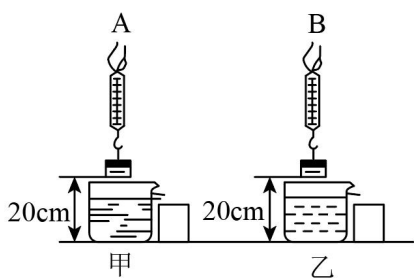
实验过程：如图①，在两个完全相同的溢水杯中，分别盛满甲、乙两种不同密度的液体，将完全相同的两个质地均匀的圆柱体小铝块分别悬挂在弹簧测力计 A ， B 的下方，从离桌面 20cm 的高度，分别缓慢浸入到甲、乙两种液体中，通过观察弹簧测力计示数的变化，探究浮力大小的变化. (溢水杯的杯底厚度忽略不计)

实验结论：物体在液体中所受浮力的大小，跟它浸在液体中的体积有关、跟液体的密度有关. 物体浸在液体中的体积越大、液体的密度越大，浮力就越大.

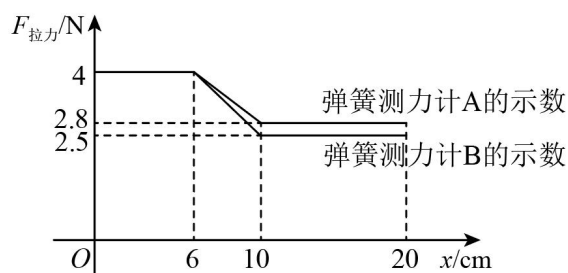
总结公式：当小铝块位于液面上方时， $F_{\text{拉力}} = G_{\text{重力}}$ ；

当小铝块浸入液面后， $F_{\text{拉力}} = G_{\text{重力}} - F_{\text{浮力}}$.

【建立模型】在实验探究的过程中，实验小组发现：弹簧测力计 A ， B 各自的示数 $F_{\text{拉力}}(\text{N})$ 与小铝块各自下降的高度 $x(\text{cm})$ 之间的关系如图②所示.



图①

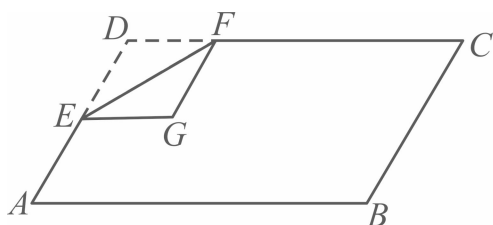


图②

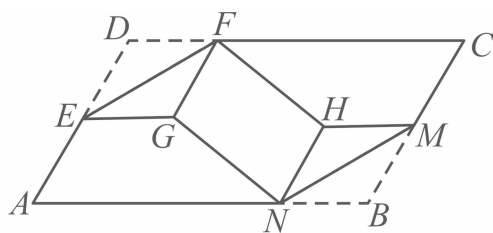
【解决问题】

- (1) 当小铝块下降 10cm 时，直接写出弹簧测力计 A 和弹簧测力计 B 的示数.
- (2) 当 $6 \leq x \leq 10$ 时，求弹簧测力计 A 的示数 $F_{\text{拉力}}$ 关于 x 的函数解析式.
- (3) 当弹簧测力计 A 悬挂的小铝块下降 8cm 时，甲液体中的小铝块受到的浮力为 $m(\text{N})$ ，若使乙液体中的小铝块所受的浮力也为 $m(\text{N})$ ，则乙液体中小铝块浸入的深度为 $n(\text{cm})$ ，直接写出 m ， n 的值.

21. 【问题背景】在学习了平行四边形后，某数学兴趣小组研究了有一个内角为 60° 的平行四边形的折叠问题. 其探究过程如下：



图①



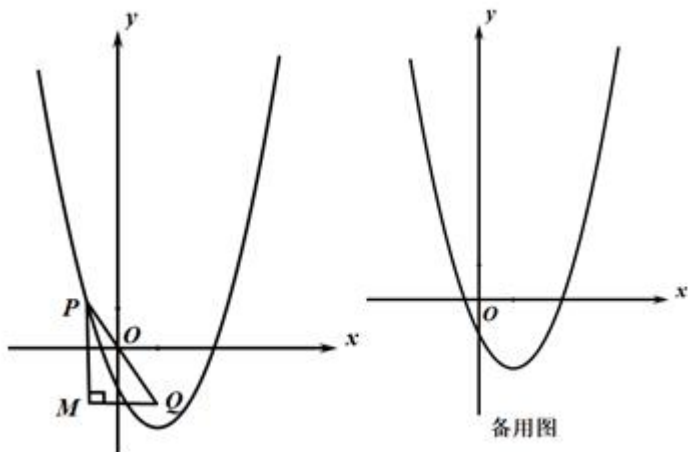
图②

【探究发现】如图①，在平行四边形 $ABCD$ 中， $\angle A = 60^\circ$ ， $AB > AD$ ， E 为边 AD 的中点，点 F 在边 DC 上，且 $DF = DE$ ，连接 EF ，将 $\triangle DEF$ 沿 EF 翻折得到 $\triangle GEF$ ，点 D 的对称点为点 G 。小组成员发现四边形 $DEGF$ 是一个特殊的四边形，请判断该四边形的形状，不需要说明理由。

【探究证明】取图①中的边 BC 的中点 M ，点 N 在边 AB 上，且 $BN = BM$ ，连接 MN ，将 $\triangle BMN$ 沿 MN 翻折得到 $\triangle HMN$ ，点 B 的对称点为点 H 。连接 FH ， GN ，如图②。求证：四边形 $GFHN$ 是平行四边形。

【探究提升】在图②中，四边形 $GFHN$ 能否成为轴对称图形。如果能，直接写出 $\frac{AD}{AB}$ 的值；如果不能，说明理由。

22. 如图，在平面直角坐标系中， O 为坐标原点，抛物线 $y = x^2 + bx - 1$ 经过点 $(2, -1)$ 。点 P 在此抛物线上，其横坐标为 m ，连接 PO 并延长至点 Q ，使 $OQ = 2PO$ 。当点 P 不在坐标轴上时，过点 P 作 x 轴的垂线，过点 Q 作 y 轴的垂线，这两条垂线交于点 M 。



- (1) 求此抛物线对应的函数解析式。
- (2) $\triangle PQM$ 被 y 轴分成的两部分图形的面积比是否保持不变。如果不变，直接写出这个面积比；如果变化，说明理由。
- (3) 当 $\triangle PQM$ 的边 MQ 经过此抛物线的最低点时，求点 Q 的坐标。
- (4) 当此抛物线在 $\triangle PQM$ 内部的点的纵坐标 y 随 x 的增大而减小时，直接写出 m 的取值范围。

