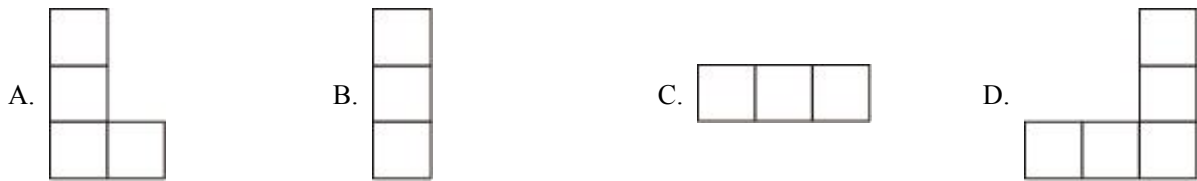
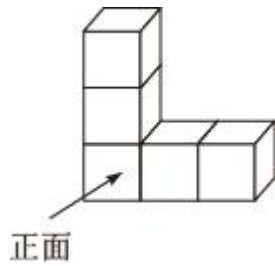


2022 年长春市初中学业水平考试数学

一、选择题（本大题共 8 小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. 图是由 5 个相同的小正方体组合而成的立体图形，其主视图是（ ）



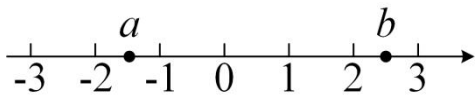
2. 长春轨道客车股份有限公司制造的新型奥运版复兴号智能动车组，车头采用鹰隼形的设计，能让性能大幅提升，一列该动车组一年运行下来可节省约 1800000 度电，将数据 1800000 用科学记数法表示为（ ）

- A. 18×10^5 B. 1.8×10^6 C. 1.8×10^7 D. 0.18×10^7

3. 不等式 $x+2>3$ 的解集是（ ）

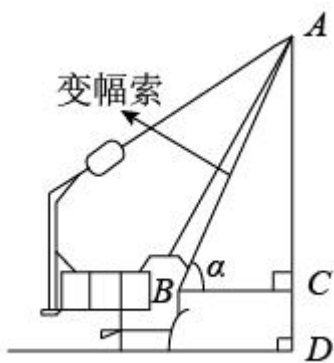
- A. $x < 1$ B. $x < 5$ C. $x > 1$ D. $x > 5$

4. 实数 a , b 在数轴上对应点的位置如图所示，下列结论正确的是（ ）



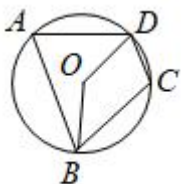
- A. $a > 0$ B. $a < b$ C. $b-1 < 0$ D. $ab > 0$

5. 如图是长春市人民大街下穿隧道工程施工现场的一台起重机的示意图，该起重机的变幅索顶端记为点 A ，变幅索的底端记为点 B ， AD 垂直地面，垂足为点 D ， $BC \perp AD$ ，垂足为点 C 。设 $\angle ABC = \alpha$ ，下列关系式正确的是（ ）



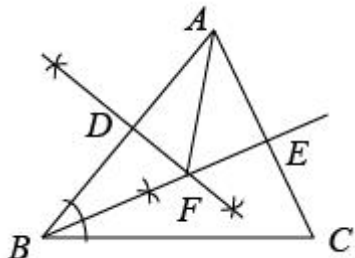
- A. $\sin \alpha = \frac{AB}{BC}$ B. $\sin \alpha = \frac{BC}{AB}$ C. $\sin \alpha = \frac{AB}{AC}$ D. $\sin \alpha = \frac{AC}{AB}$

6. 如图，四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形. 若 $\angle BCD = 121^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的度数为 ()



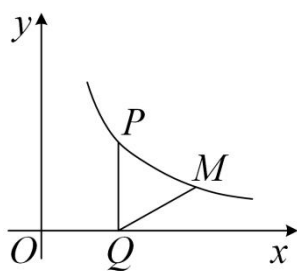
- A. 138° B. 121° C. 118° D. 112°

7. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，根据尺规作图痕迹，下列说法不一定正确的是 ()



- A. $AF = BF$ B. $AE = \frac{1}{2} AC$
C. $\angle DBF + \angle DFB = 90^\circ$ D. $\angle BAF = \angle EBC$

8. 如图，在平面直角坐标系中，点 P 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0$, $x > 0$) 的图象上，其纵坐标为 2，过点 P 作 $PQ \parallel y$ 轴，交 x 轴于点 Q ，将线段 QP 绕点 Q 顺时针旋转 60° 得到线段 QM . 若点 M 也在该反比例函数的图象上，则 k 的值为 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 4

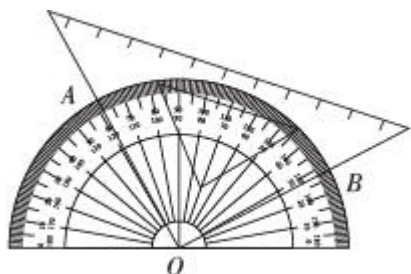
二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 3 分，共 18 分）

9. 分解因式： $m^2 + 3m =$ _____.

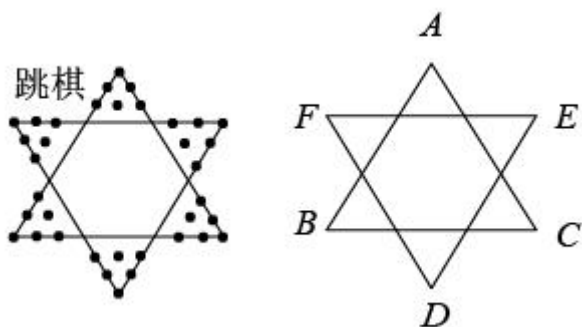
10. 若关于 x 的方程 $x^2 + x + c = 0$ 有两个相等的实数根，则实数 c 的值为_____.

11. 《算法统宗》是中国古代重要的数学著作，其中记载：我问开店李三公，众客都来到店中，一房七客多七客，一房九客一房空. 其大意为：今有若干人住店，若每间住 7 人，则余下 7 人无房可住；若每间住 9 人，则余下一间无人住，设店中共有 x 间房，可求得 x 的值为_____.

12. 将等腰直角三角板与量角器按如图所示的方式摆放，使三角板的直角顶点与量角器的中心 O 重合，且两条直角边分别与量角器边缘所在的弧交于 A 、 B 两点. 若 $OA = 5$ 厘米，则 $\widehat{AB}$ 的长度为_____厘米. (结果保留 π)



13. 跳棋是一项传统的智力游戏. 如图是一副跳棋棋盘的示意图, 它可以看作是由全等的等边三角形 ABC 和等边三角形 DEF 组合而成, 它们重叠部分的图形为正六边形. 若 $AB = 27$ 厘米, 则这个正六边形的周长为_____厘米.



14. 已知二次函数 $y = -x^2 - 2x + 3$ ，当 $a \leq x \leq \frac{1}{2}$ 时，函数值 y 的最小值为 1，则 a 的值为_____.

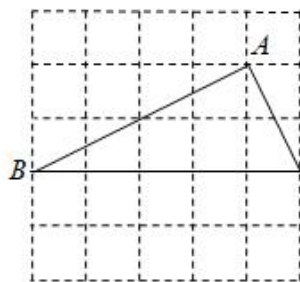
三、解答题（本大题共 10 小题，共 78 分）

15. 先化简，再求值： $(2+a)(2-a) + a(a+1)$ ，其中 $a = \sqrt{2} - 4$.

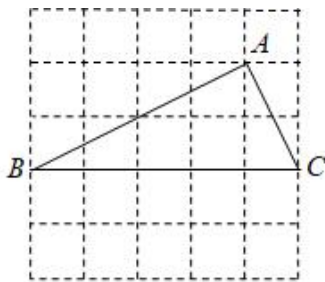
16. 抛掷一枚质地均匀的普通硬币，仅有两种可能的结果：“出现正面”或“出现反面”. 正面朝上记 2 分，反面朝上记 1 分. 小明抛掷这枚硬币两次，用画树状图（或列表）的方法，求两次分数之和不大于 3 的概率.

17. 为了让学生崇尚劳动，尊重劳动，在劳动中提升综合素质，某校定期开展劳动实践活动. 甲、乙两班在一次体验挖土豆的活动中，甲班挖 1500 千克土豆与乙班挖 1200 千克土豆所用的时间相同. 已知甲班平均每小时比乙班多挖 100 千克土豆，问乙班平均每小时挖多少千克土豆？

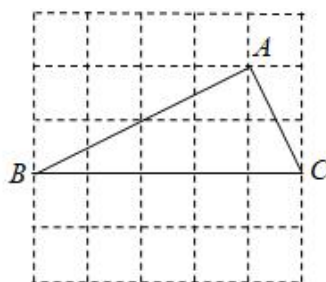
18. 如图①、图②、图③均是 5×5 的正方形网格，每个小正方形的边长均为 1，其顶点称为格点， $\triangle ABC$ 的顶点均在格点上. 只用无刻度的直尺，在给定的网格中，按下列要求作图，保留作图痕迹.



图①

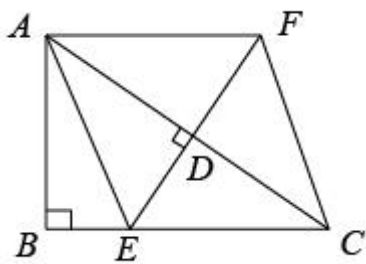


图②



图③

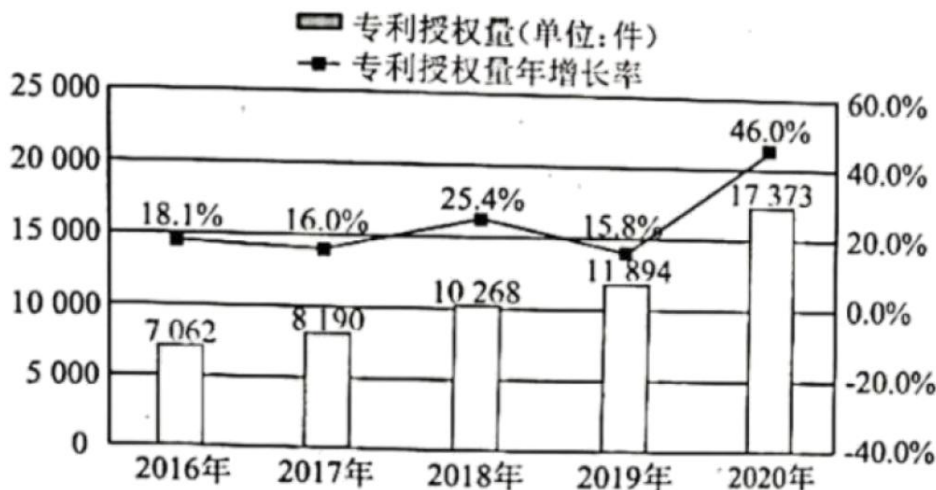
- (1) 网格中 $\triangle ABC$ 的形状是_____；
 - (2) 在图①中确定一点 D ，连结 DB 、 DC ，使 $\triangle DBC$ 与 $\triangle ABC$ 全等；
 - (3) 在图②中 $\triangle ABC$ 的边 BC 上确定一点 E ，连结 AE ，使 $\triangle ABE \sim \triangle CBA$ ；
 - (4) 在图③中 $\triangle ABC$ 的边 AB 上确定一点 P ，在边 BC 上确定一点 Q ，连结 PQ ，使 $\triangle PBQ \sim \triangle ABC$ ，且相似比为 1: 2.
19. 如图，在 $Rt\triangle ABC$ 中， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $AB < BC$. 点 D 是 AC 的中点，过点 D 作 $DE \perp AC$ 交 BC 于点 E . 延长 ED 至点 F ，使得 $DF = DE$ ，连接 AE 、 AF 、 CF .



(1) 求证：四边形 $AECF$ 是菱形；

(2) 若 $\frac{BE}{EC} = \frac{1}{4}$ ，则 $\tan \angle BCF$ 的值为_____.

20. 党的十八大以来，我国把科技自立自强作为国家发展的战略支撑，科技事业发生了历史性、整体性、格局性变化，成功跨入创新型国家的行列，专利项目多项指数显著攀升. 如图是长春市 2016 年到 2020 年专利授权情况的统计图.



根据以上信息回答下列问题:

(1) 长春市从 2016 年到 2020 年，专利授权量最多的是_____年；

(2) 长春市从 2016 年到 2020 年，专利授权量年增长率的位数是_____；

(3) 与 2019 年相比，2020 年长春市专利授权量增加了_____件，专利授权量年增长率提高了_____个百分点；(注：1%为 1 个百分点)

(4) 根据统计图提供的信息，有下列说法，正确的画“√”，错误的画“×”.

①因为 2019 年的专利授权量年增长率最低，所以 2019 年的专利授权量的增长量就最小. ()

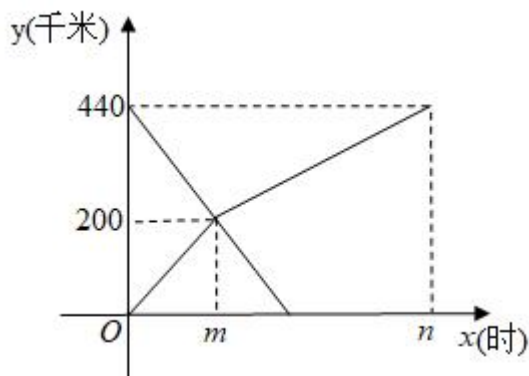
②与 2018 年相比，2019 年的专利授权量年增长率虽然下降，但专利授权量仍然上升. 这是因为专利授权量

年增长率 = $\frac{\text{当年专利授权量} - \text{上一年专利授权量}}{\text{上一年专利授权量}} \times 100\%$ ，所以只要专利授权量年增长率大于零，当年

专利授权量就一定增加. ()

③通过统计数据，可以看出长春市区域科技创新力呈上升趋势，为国家科技自立自强贡献吉林力量. ()

21. 已知 A 、 B 两地之间有一条长 440 千米的高速公路. 甲、乙两车分别从 A 、 B 两地同时出发, 沿此公路相向而行, 甲车先以 100 千米/时的速度匀速行驶 200 千米后与乙车相遇, 再以另一速度继续匀速行驶 4 小时到达 B 地; 乙车匀速行驶至 A 地, 两车到达各自的目的地后停止. 两车距 A 地的路程 y (千米) 与各自的行驶时间 x (时) 之间的函数关系如图所示.

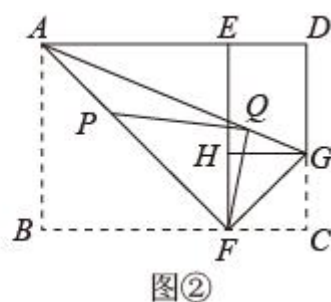
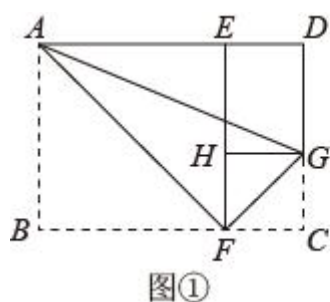


(1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) 求两车相遇后, 甲车距 A 地的路程 y 与 x 之间的函数关系式;

(3) 当乙车到达 A 地时, 求甲车距 A 地的路程.

22. 【探索发现】在一次折纸活动中, 小亮同学选用了常见的 A4 纸, 如图①, 矩形 $ABCD$ 为它的示意图. 他查找了 A4 纸的相关资料, 根据资料显示得出图①中 $AD = \sqrt{2}AB$. 他先将 A4 纸沿过点 A 的直线折叠, 使点 B 落在 AD 上, 点 B 的对应点为点 E , 折痕为 AF ; 再沿过点 F 的直线折叠, 使点 C 落在 EF 上, 点 C 的对应点为点 H , 折痕为 FG ; 然后连结 AG , 沿 AG 所在的直线再次折叠, 发现点 D 与点 F 重合, 进而猜想 $\triangle ADG \cong \triangle AFG$.



【问题解决】

(1) 小亮对上面 $\triangle ADG \cong \triangle AFG$ 的猜想进行了证明, 下面是部分证明过程:

证明: 四边形 $ABCD$ 是矩形,

$$\therefore \angle BAD = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ.$$

由折叠可知, $\angle BAF = \frac{1}{2} \angle BAD = 45^\circ$, $\angle BFA = \angle EFA$.

$$\therefore \angle EFA = \angle BFA = 45^\circ.$$

$$\therefore AF = \sqrt{2}AB = AD.$$

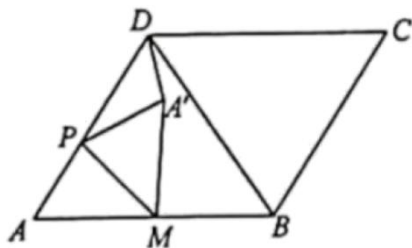
请你补全余下的证明过程.

【结论应用】

(2) $\angle DAG$ 的度数为_____度, $\frac{FG}{AF}$ 的值为_____;

(3) 在图①的条件下, 点 P 在线段 AF 上, 且 $AP = \frac{1}{2}AB$, 点 Q 在线段 AG 上, 连结 FQ 、 PQ , 如图②, 设 $AB = a$, 则 $FQ + PQ$ 的最小值为_____. (用含 a 的代数式表示)

23. 如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = BD = \sqrt{13}$, 点 M 为边 AB 的中点, 动点 P 从点 A 出发, 沿折线 $AD - DB$ 以每秒 $\sqrt{13}$ 个单位长度的速度向终点 B 运动, 连结 PM . 作点 A 关于直线 PM 的对称点 A' , 连结 $A'P$ 、 $A'M$. 设点 P 的运动时间为 t 秒.



- (1) 点 D 到边 AB 的距离为_____;
- (2) 用含 t 的代数式表示线段 DP 的长;
- (3) 连结 $A'D$, 当线段 $A'D$ 最短时, 求 $\triangle DPA'$ 的面积;
- (4) 当 M 、 A' 、 C 三点共线时, 直接写出 t 的值.

24. 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2 - bx$ (b 是常数) 经过点 $(2, 0)$. 点 A 在抛物线上, 且点 A 的横坐标为 m ($m \neq 0$). 以点 A 为中心, 构造正方形 $PQMN$, $PQ = 2|m|$, 且 $PQ \perp x$ 轴.

- (1) 求该抛物线对应的函数表达式;
- (2) 若点 B 是抛物线上一点, 且在抛物线对称轴左侧. 过点 B 作 x 轴的平行线交抛物线于另一点 C , 连接 BC . 当 $BC = 4$ 时, 求点 B 的坐标;
- (3) 若 $m > 0$, 当抛物线在正方形内部的点的纵坐标 y 随 x 的增大而增大时, 或者 y 随 x 的增大而减小时, 求 m 的取值范围;
- (4) 当抛物线与正方形 $PQMN$ 的边只有 2 个交点, 且交点的纵坐标之差为 $\frac{3}{4}$ 时, 直接写出 m 的值.

