

吉林省 2022 年初中学业水平考试

数学试题

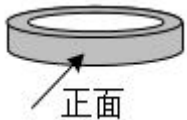
数学试题共 6 页，包括六道大题，共 26 道小题；全卷满分 120 分。考试时间 120 分钟；考试结束后，将本试题和答题卡一并交回

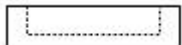
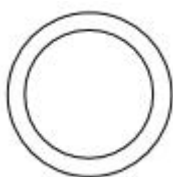
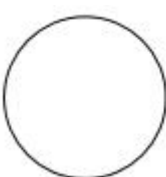
注意事项：

1. 答题前，请您将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上，并将条形码准确粘贴在条形码区域内
2. 答题时，请按照考试要求在答题卡上的指定区域内作答，在草稿纸、试题上答题无效

一、单项选择题（每小题 2 分，共 12 分）

1. 吉林松花石有“石中之宝”的美誉，用它制作的砚台叫松花砚，能与中国四大名砚媲美。下图是一款松花砚的示意图，其俯视图为（ ）



- A.  B.  C.  D. 

2. 要使算式 $(-1) \square 3$ 的运算结果最大，则“ $\square$ ”内应填入的运算符号为（ ）

- A. + B. - C. $\times$ D. $\div$

3. y 与 2 的差不大于 0，用不等式表示为（ ）

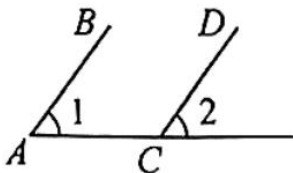
- A. $y - 2 > 0$ B. $y - 2 < 0$ C. $y - 2 \geq 0$ D. $y - 2 \leq 0$

4. 实数 a ， b 在数轴上对应点的位置如图所示，则 a ， b 的大小关系为（ ）



- A. $a > b$ B. $a < b$ C. $a = b$ D. 无法确定

5. 如图，如果 $\angle 1 = \angle 2$ ，那么 $AB \parallel CD$ ，其依据可以简单说成（ ）



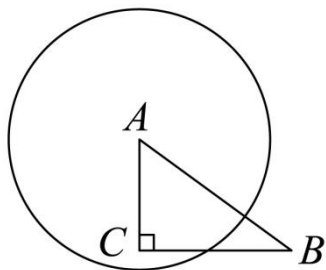
A. 两直线平行，内错角相等

B. 内错角相等，两直线平行

C. 两直线平行，同位角相等

D. 同位角相等，两直线平行

6. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $AB = 5$ ， $BC = 4$ ．以点 A 为圆心， r 为半径作圆，当点 C 在 $\odot A$ 内且点 B 在 $\odot A$ 外时， r 的值可能是 ()



A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

二、填空题 (每小题 3 分，共 24 分)

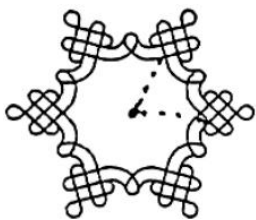
7. 实数 $-\sqrt{2}$ 的相反数是_____.

8. 计算： $a \cdot a^2 =$ _____.

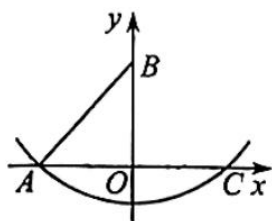
9. 篮球队要购买 10 个篮球，每个篮球 m 元，一共需要_____元. (用含 m 的代数式表示)

10. 《九章算术》中记载了一道数学问题，其译文为：有大小两种盛酒的桶，已知 5 个大桶加上 1 个小桶可以盛酒 3 斛 (斛，音 hú，是古代一种容量单位)，1 个大桶加上 5 个小桶可以盛酒 2 斛. 1 个大桶、1 个小桶分别可以盛酒多少斛？设 1 个大桶可以盛酒 x 斛、1 个小桶可以盛酒 y 斛. 根据题意，可列方程组为_____.

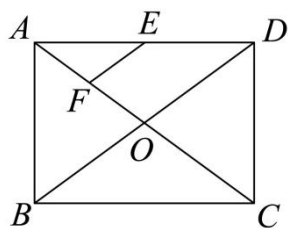
11. 第二十四届北京冬奥会入场式引导牌上的图案融入了中国结和雪花两种元素. 如图，这个图案绕着它的中心旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 360^\circ$) 后能够与它本身重合，则角 α 可以为_____度. (写出一个即可)



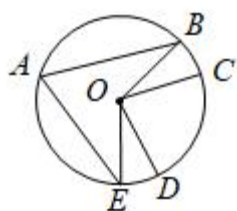
12. 如图，在平面直角坐标系中，点 A 的坐标为 $(-2, 0)$ ，点 B 在 y 轴正半轴上，以点 B 为圆心， BA 长为半径作弧，交 x 轴正半轴于点 C ，则点 C 的坐标为_____.



13. 如图，在矩形 $ABCD$ 中，对角线 AC ， BD 相交于点 O ，点 E 是边 AD 的中点，点 F 在对角线 AC 上，且 $AF = \frac{1}{4}AC$ ，连接 EF 。若 $AC = 10$ ，则 $EF =$ _____.

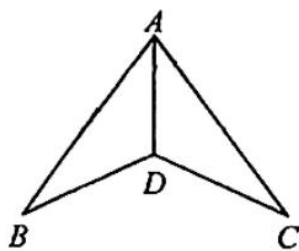


14. 如图，在半径为 1 的 $\odot O$ 上顺次取点 A ， B ， C ， D ， E ，连接 AB ， AE ， OB ， OC ， OD ， OE 。若 $\angle BAE = 65^\circ$ ， $\angle COD = 70^\circ$ ，则 $\widehat{BC}$ 与 $\widehat{DE}$ 的长度之和为_____。（结果保留 π ）。



三、解答题（每小题 5 分，共 20 分）

15. 如图， $AB = AC$ ， $\angle BAD = \angle CAD$ 。求证： $BD = CD$ 。



16. 下面是一道例题及其解答过程的一部分，其中 A 是关于 m 的多项式。请写出多项式 A ，并将该例题的解答过程补充完整。

例先去括号，再合并同类项： $m(A) - 6(m+1)$ 。

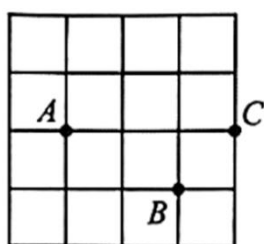
解： $m(A) - 6(m+1)$

$$= m^2 + 6m - 6m - 6$$

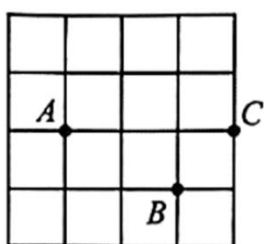
=_____.

17. 长白山国家级自然保护区、松花湖风景区和净月潭国家森林公园是吉林省著名的三个景区. 甲、乙两人用抽卡片的方式决定一个自己要去的景区. 他们准备了 3 张不透明的卡片, 正面分别写上长白山、松花湖、净月潭. 卡片除正面景区名称不同外其余均相同, 将 3 张卡片正面向下洗匀, 甲先从中随机抽取一张卡片, 记下景区名称后正面向下放回, 洗匀后乙再从中随机抽取一张卡片, 请用画树状图或列表的方法, 求两人都决定去长白山的概率.

18. 图①, 图②均是 4×4 的正方形网格, 每个小正方形的顶点称为格点. 其中点 A , B , C 均在格点上. 请在给定的网格中按要求画四边形.



图①



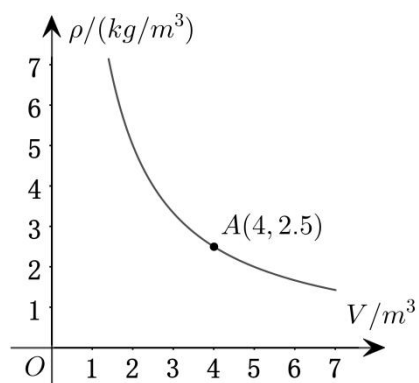
图②

- (1) 在图①中, 找一格点 D , 使以点 A , B , C , D 为顶点的四边形是轴对称图形;
- (2) 在图②中, 找一格点 E , 使以点 A , B , C , E 为顶点的四边形是中心对称图形.

四、解答题 (每小题 7 分, 共 28 分)

19. 刘芳和李婷进行跳绳比赛. 已知刘芳每分钟比李婷多跳 20 个, 刘芳跳 135 个所用的时间与李婷跳 120 个所用的时间相等. 求李婷每分钟跳绳的个数.

20. 密闭容器内有一定质量的气体, 当容器的体积 V (单位: m^3) 变化时, 气体的密度 ρ (单位: kg/m^3) 随之变化. 已知密度 ρ 与体积 V 是反比例函数关系, 它的图像如图所示.



- (1) 求密度 ρ 关于体积 V 的函数解析式;
- (2) 当 $V = 10\text{m}^3$ 时, 求该气体的密度 ρ .

21. 动感单车是一种新型的运动器械. 图①是一辆动感单车的实物图, 图②是其侧面示意图. $\triangle BCD$ 为主车架, AB 为调节管, 点 A, B, C 在同一直线上. 已知 BC 长为 70cm , $\angle BCD$ 的度数为 58° . 当 AB 长度调至 34cm 时, 求点 A 到 CD 的距离 AE 的长度 (结果精确到 1cm). (参考数据: $\sin 58^\circ = 0.85$, $\cos 58^\circ = 0.53$, $\tan 58^\circ = 1.60$)



图1

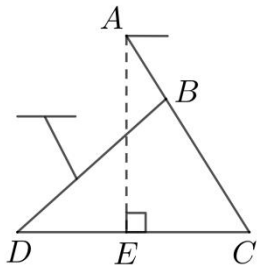
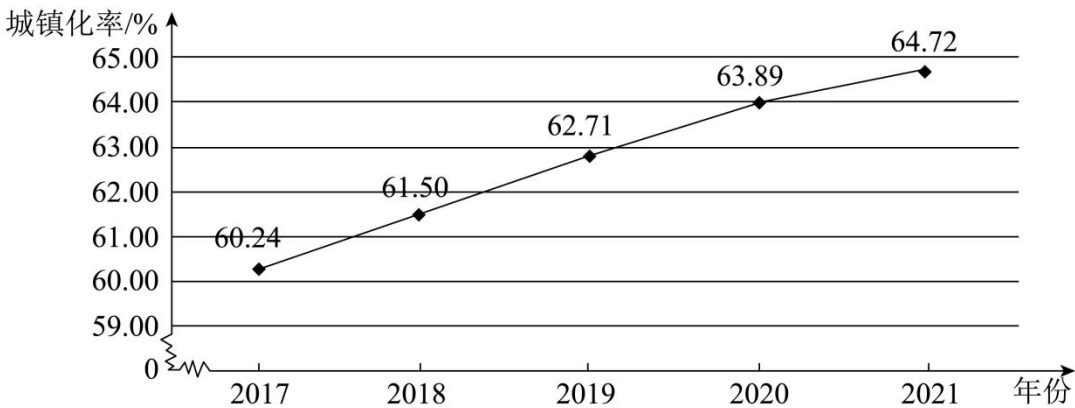


图2

22. 为了解全国常住人口城镇化率的情况, 张明查阅相关资料, 整理数据并绘制统计图如下:

2017-2021 年年末全国常住人口城镇化率



(以上数据来源于《中华人民共和国 2021 年国民经济和社会发展统计公报》)

注: 城镇化率 = $\frac{\text{城镇常住人口}}{\text{总人口}} \times 100\%$. 例如, 城镇常住人口 60.12 万人, 总人口 100 万人, 则总人口

城镇化率为 60.12% .

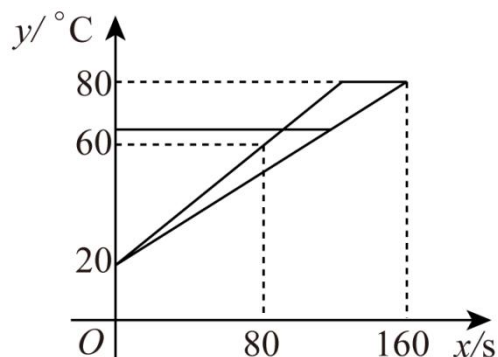
回答下列问题:

- (1) 2017-2021 年年末, 全国常住人口城镇化率的中位数是_____%;
 - (2) 2021 年年末全国人口 141260 万人, 2021 年年末全国城镇常住人口为_____万人; (只填算式, 不计算结果)
 - (3) 下列推断较为合理的是_____ (填序号).
- ①2017-2021 年年末, 全国常住人口城镇化率逐年上升, 估计 2022 年年末全国常住人口城镇化率高于 64.72% .
- ②全国常住人口城镇化率 2020 年年末比 2019 年年末增加 1.18% , 2021 年年末比 2020 年年末增加 0.83% ,

全国常住人口城镇化率增加幅度减小，估计 2022 年年末全国常住人口城镇化率低于 64.72%.

五、解答题 (每小题 8 分, 共 16 分)

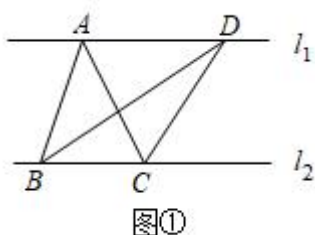
23. 李强用甲、乙两种具有恒温功能的热水壶同时加热相同质量的水，甲壶比乙壶加热速度快. 在一段时间内，水温 y ($^{\circ}\text{C}$) 与加热时间 x (s) 之间近似满足一次函数关系，根据记录的数据，画函数图象如下：



- (1) 加热前水温是_____ $^{\circ}\text{C}$ ；
- (2) 求乙壶中水温 y 关于加热时间 x 的函数解析式；
- (3) 当甲壶中水温刚达到 80°C 时，乙壶中水温是_____ $^{\circ}\text{C}$.

24. 下面是王倩同学的作业及自主探究笔记，请认真阅读并补充完整.

【作业】如图①，直线 $l_1 \parallel l_2$ ， $\triangle ABC$ 与 $\triangle DBC$ 的面积相等吗？为什么？



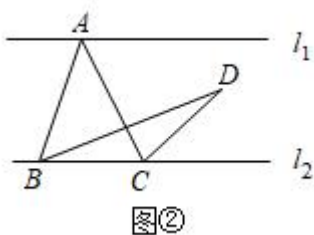
解：相等. 理由如下：

设 l_1 与 l_2 之间的距离为 h ，则 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}BC \cdot h$ ， $S_{\triangle DBC} = \frac{1}{2}BC \cdot h$.

$$\therefore S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DBC}.$$

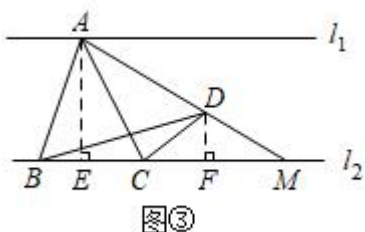
【探究】

- (1) 如图②，当点 D 在 l_1 ， l_2 之间时，设点 A ， D 到直线 l_2 的距离分别为 h ， h' ，则 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DBC}} = \frac{h}{h'}$.



证明: $\because S_{\triangle ABC}$ _____

(2) 如图③, 当点 D 在 l_1 , l_2 之间时, 连接 AD 并延长交 l_2 于点 M , 则 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DBC}} = \frac{AM}{DM}$.



证明: 过点 A 作 $AE \perp BM$, 垂足为 E , 过点 D 作 $DF \perp BM$, 垂足为 F , 则 $\angle AEM = \angle DFM = 90^\circ$,

$\therefore AE \parallel$ _____.

$\therefore \triangle AEM \sim$ _____.

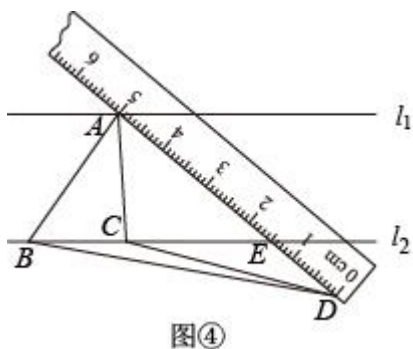
$\therefore \frac{AE}{DF} = \frac{AM}{DM}$.

由【探究】(1) 可知 $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DBC}} =$ _____,

$\therefore \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DBC}} = \frac{AM}{DM}$.

(3) 如图④, 当点 D 在 l_2 下方时, 连接 AD 交 l_2 于点 E . 若点 A , E , D 所对应的刻度值分别为 5, 1.5,

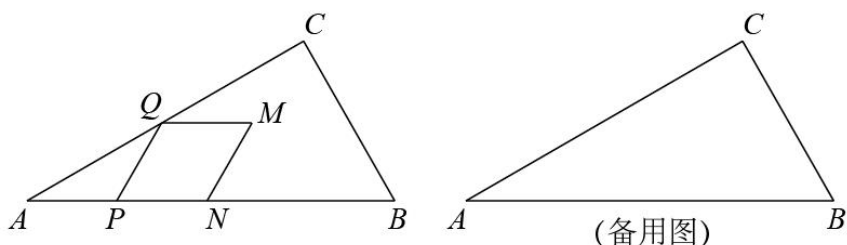
0, $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle DBC}}$ 的值为 _____.



图④

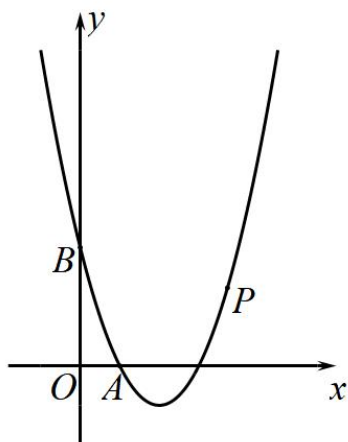
六、解答题 (每小题 10 分, 共 20 分)

25. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $AB = 6\text{ cm}$. 动点 P 从点 A 出发, 以 2 cm/s 的速度沿边 AB 向终点 B 匀速运动. 以 PA 为一边作 $\angle APQ = 120^\circ$, 另一边 PQ 与折线 $AC - CB$ 相交于点 Q , 以 PQ 为边作菱形 $PQMN$, 点 N 在线段 PB 上. 设点 P 的运动时间为 $x(\text{s})$, 菱形 $PQMN$ 与 $\triangle ABC$ 重叠部分图形的面积为 $y(\text{cm}^2)$.



- (1) 当点 Q 在边 AC 上时, PQ 的长为 _____ cm ; (用含 x 的代数式表示)
- (2) 当点 M 落在边 BC 上时, 求 x 的值;
- (3) 求 y 关于 x 的函数解析式, 并写出自变量 x 的取值范围.

26. 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ (b, c 是常数) 经过点 $A(1, 0)$, 点 $B(0, 3)$. 点 P 在此抛物线上, 其横坐标为 m .



- (1) 求此抛物线的解析式;

(2) 当点 P 在 x 轴上方时, 结合图象, 直接写出 m 的取值范围;

(3) 若此抛物线在点 P 左侧部分 (包括点 P) 的最低点的纵坐标为 $2-m$.

①求 m 的值;

②以 PA 为边作等腰直角三角形 PAQ , 当点 Q 在此抛物线的对称轴上时, 直接写出点 Q 的坐标.

