

2026 年北京市初中学业水平考试

数学试卷

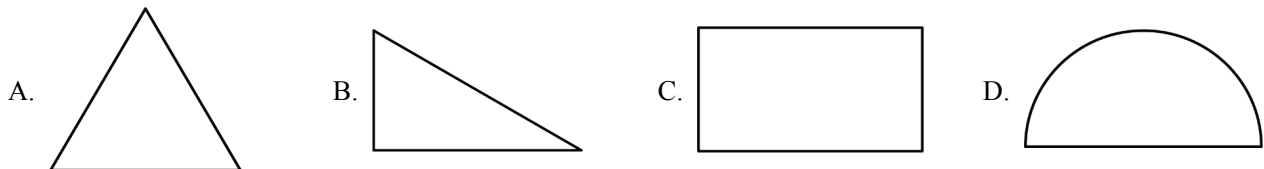
考生须知	1. 本试卷共 6 页，共两部分，三道大题，28 道小题满分 100 分。考试时间 120 分钟 2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束，将本试卷、答题卡和草稿纸一并交回。
------	--

第一部分 选择题

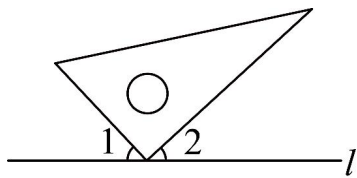
一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第1–8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 下列图形中，是中心对称图形的是（ ）

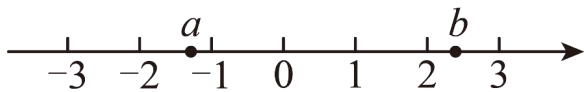


2. 如图，三角尺的直角顶点在直线 l 上。若 $\angle 1 = 48^\circ$ ，则 $\angle 2$ 的大小为（ ）



A. 30° B. 42° C. 45° D. 48°

3. 实数 a ， b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（ ）



A. $a > b$ B. $-a > b$ C. $|a| = -a$ D. $ab > 0$

4. 一个不透明的袋子中仅有 5 个球，其中有 1 个白球、1 个黄球，其余都是红球，这 5 个球除颜色外无其他差别。从袋子中随机摸出一个球，摸出的球是红球的概率是（ ）

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

5. 方程组 $\begin{cases} x+y=4 \\ 3x-2y=7 \end{cases}$ 的解为（ ）

A. $\begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=5 \\ y=1 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=5 \\ y=-1 \end{cases}$

6. 再生水利用提升工程是北京市“十五五”时期美丽北京建设的重大工程之一。北京市一家在建的再生水厂建成后每天能够供应 2×10^5 t 高品质再生水。若一年按 365 天计。则该再生水厂建成后，一年能够供应的高品质再生水的总量用科学记数法表示应为（ ）

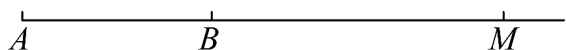
A. 0.73×10^8 t

B. 7.3×10^7 t

C. 7.3×10^{10} t

D. 730×10^5 t

7. 如图，点 B 在射线 AM 上，在射线 BM 上截取 $BC = BA$ ，分别以 A 、 B 为圆心， AB 长为半径画弧，两弧相交于点 D 。连接 BD ， CD ，则 $\angle BDC$ 的大小为（ ）



A. 30°

B. 45°

C. 60°

D. 90°

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(1,0)$ ， $B(1,t)$ ($t > 0$)。若点 C 不与点 A 重合，且以 B 、 O 、 C 为顶点的三角形与 $\triangle AOB$ 全等，则称 C 为 B 的“友好点”。给出下面四个结论：

①对于所有的点 B ，在 y 轴上都有 B 的“友好点”；

②能够找到点 B ，使得在 x 轴上有 B 的“友好点”；

③对于所有的点 B ，在第一象限内都有 B 的“友好点”；

④能够找到点 B ，使得在第四象限内有 B 的“友好点”。

上述结论中，所有正确结论的序号是（ ）

A. ①③

B. ①④

C. ②③

D. ②④

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 若代数式 $\frac{2}{x-2}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____。

10. 分解因式： $x^3 - 49x =$ _____。

11. 在凸五边形 $ABCDE$ 中， $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$ ， $\angle D = \angle E$ ，则 $\angle D =$ _____°。

12. 某学校共有 2000 名学生。为了解这些学生放假期间每周体育活动时间（单位：h）的情况，从中随机抽取了 100 名学生进行调查，数据整理如下：

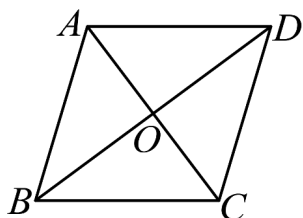
每周体育活动时间	$x < 8$	$8 \leq x < 10$	$10 \leq x < 12$	$12 \leq x < 14$	$x \geq 14$
学生人数	3	7	55	24	11

学校建议，每周体育活动时间小于 10 h 的学生应适当增加体育活动时间。根据以上信息，估计该学校 2000

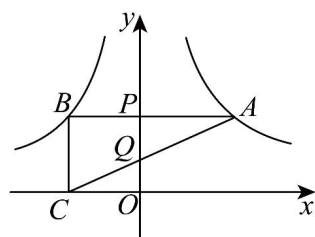
名学生中应适当增加体育活动时间的学生人数是_____.

13. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = x^2 + 4x + 4$ 的图象经过点 (m, y_1) 和 $(m+1, y_2)$. 若 $m > 0$, 则 y_1 _____ y_2 (填 “ $>$ ” “ $=$ ” 或 “ $<$ ”).

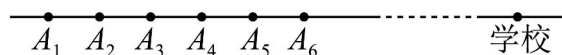
14. 如图, $\square ABCD$ 的两条对角线相交于点 O . 已知 $\square ABCD$ 的面积为 24, BD 的长为 8, 当 AO 的长为 _____ 时, $\square ABCD$ 是菱形.



15. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 过 y 轴正半轴上的点 P 作 x 轴的平行线, 分别交函数 $y = \frac{4}{x} (x > 0)$ 和 $y = -\frac{3}{x} (x < 0)$ 的图象于点 A 、 B , 过点 B 作 x 轴的垂线, 垂足为 C , 连接 AC 交 y 轴于点 Q , 则 $\frac{PQ}{QO}$ 的值为 _____.



16. 如图所示, 公路旁自西向东依次有 $A_1, A_2, \dots, A_6$ 共 6 处住宅和一所学校. 每个工作日早上, 每处住宅各有 1 名学生需乘同一辆校车前往该学校, 校车仅在设于某一住宅处的车站停车一次, 每名学生需从自家住宅沿公路步行至该车站乘车, 6 名学生都上车后, 校车沿公路向东行驶至学校.



已知每名学生在相邻两处住宅间的步行时间均为 2.5 min, 校车在相邻两处住宅间的行驶时间均为 1min, 校车从 A_6 处至学校的行驶时间为 20 min. 一名学生的理想通勤时间是指该学生从自家住宅至车站的步行时间与校车从车站至学校的行驶时间之和 (不考虑其他因素).

(1) 若车站设在 A_2 处, 则住在 A_6 处的学生的理想通勤时间为 _____ min;

(2) 若当车站设在 A_k 处时这 6 名学生的理想通勤时间之和最小, 则 $k =$ _____.

三、解答题 (共 68 分, 第 17~19 题每题 5 分, 第 20 题 6 分, 第 21 题 5 分, 第 22 题 6 分, 第 23 题 5 分, 第 24 题 6 分, 第 25 题 5 分, 第 26 题 6 分, 第 27~28 题每题 7 分)

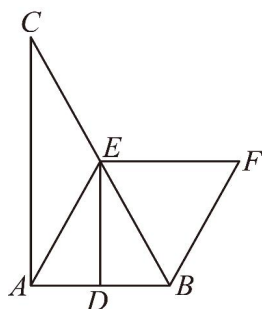
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $|- \sqrt{3}| - \sqrt{18} + (\pi - \sqrt{5})^0 + 6 \sin 45^\circ$.

18. 解不等式组:
$$\begin{cases} 3(x+1) > x-3 \\ \frac{3x-4}{2} < x-1 \end{cases}$$
.

19. 已知 $x-2y-5=0$, 求代数式 $\frac{2(x+y)-6y}{x^2-4xy+4y^2}$ 的值.

20. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle CAB = 90^\circ$, D, E 分别为 AB, BC 的中点, $BC = 2BF$, $AE \parallel BF$.



(1) 求证: 四边形 $ABFE$ 是平行四边形;

(2) 若 $AB = 2$, $AC = 3$, 求四边形 $DBFE$ 的面积.

21. 在平面直角坐标系 xOy 中, 函数 $y = kx + b$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 $(-2, -1)$ 和 $(1, 5)$.

(1) 求 k, b 的值;

(2) 当 $-2 < x < 1$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx$ ($m \neq 0$) 的值小于函数 $y = kx + b$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

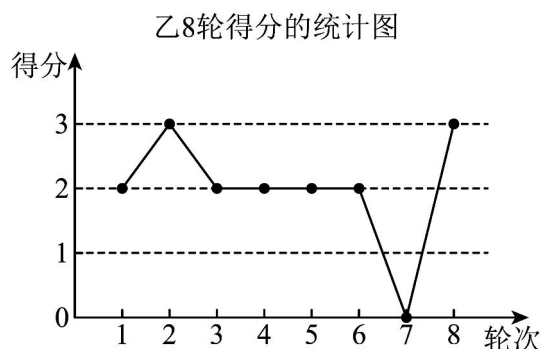
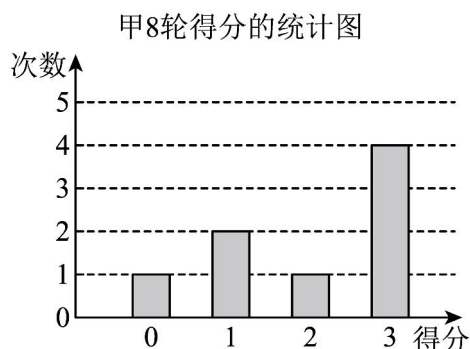
22. 在一次机器人跑步比赛中, 自主导航机器人 (以下称 A 类机器人) 与遥控机器人 (以下称 B 类机器人) 在同一赛道比赛, 统一排名. 为鼓励自主导航技术研发, 主办方制定了以下计算完赛成绩的规则:

·A 类机器人的完赛成绩为从起点跑到终点的时间 (包含途中维护时间);

·B 类机器人的完赛成绩为从起点跑到终点的时间 (包含途中维护时间) 的 1.2 倍.

已知比赛中, 一台 A 类机器人全程保持匀速, 途中没有维护, 完赛成绩为 60 min; 一台 B 类机器人起跑后, 前 25 min 保持匀速, 速度是这台 A 类机器人的 1.1 倍, 之后原地维护 10 min, 维护后匀速跑至终点, 速度比维护前增加了 70 m/min, 完赛成绩为 72 min. 求这台 A 类机器人的速度和此次比赛从起点到终点的路程.

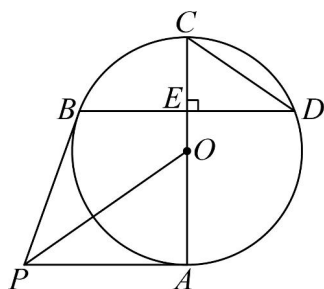
23. 若干名学生参加编程比赛, 比赛共 8 轮, 每轮有 3 道题, 每人每轮的得分为该轮答对题目的数量 (得分为整数). 已知甲、乙两名学生 8 轮得分的情况如下:



根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 甲 8 轮得分的平均数为_____，乙 8 轮得分的平均数为_____；
- (2) 记甲、乙 8 轮得分的方差分别为 $s_{\text{甲}}^2$ 和 $s_{\text{乙}}^2$ ，则 $s_{\text{甲}}^2$ _____ $s_{\text{乙}}^2$ (填 “>” “=” 或 “<”)；
- (3) 如果丙 8 轮得分的中位数为 2.5，那么丙 8 轮得分的平均数是不是一定大于乙 8 轮得分的平均数？若是，请说明理由；若不是，请举出反例.

24. 如图，过点 P 作 $\odot O$ 的两条切线，切点分别为 A, B ， AC 为 $\odot O$ 的直径，过点 B 作 AC 的垂线，垂足为 E ，交 $\odot O$ 于点 D ，连接 OP ， CD 。

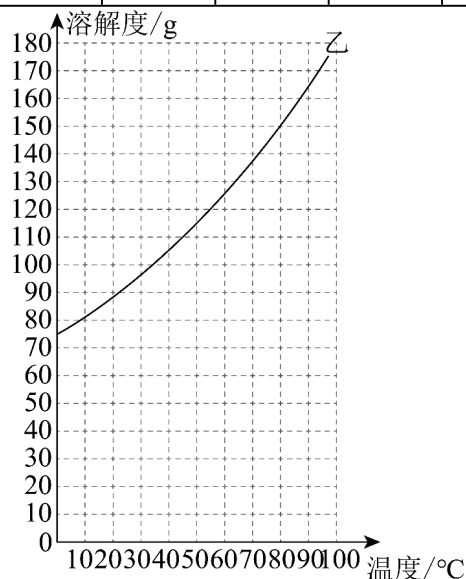


- (1) 求证： $\angle ACD = \angle POA$ ；
- (2) 连接 PC 交 BD 于点 F ，若 $CE = 2$ ， $\tan \angle ACD = \sqrt{2}$ ，求 BF 的长.

25. 在一定温度下，向一定量溶剂里加入某种溶质，当溶质不能继续溶解时，所得到的溶液叫作这种溶质的饱和溶液. 固体的溶解度表示在一定温度下，某固态物质在 100g 溶剂里达到饱和状态时所溶解的质量. 小云通过查阅资料，得到了溶剂为水时物质甲（硝酸钾）在不同温度下的溶解度数据和溶剂为水时物质乙（硝酸钠）的溶解度曲线，如下所示：

温度 ℃	0	10	20	30	40	50	60	70	80
甲的 溶解	13.3	20.9	31.6	45.8	63.9	85.5	110	138	169

度 g									
-----	--	--	--	--	--	--	--	--	--



- (1) 根据表中数据，在图中画出 $0^{\circ}\text{C} \sim 80^{\circ}\text{C}$ 范围内甲的溶解度曲线；
- (2) 当温度为 _____ $^{\circ}\text{C}$ (精确到个位) 时，甲和乙的溶解度相同，均为 $n\text{g}$ 。在该温度下，将 $n\text{g}$ 乙加入 100g 水中，充分搅拌使其全部溶解后，将温度降至 10°C ，此时会有 _____ g (精确到个位) 乙从水中析出；
- (3) 当温度为 10°C 时，小云将 100g 甲加入到装有 100g 水的 1 号杯中，将 100g 乙加入到装有 100g 水的 2 号杯中，充分搅拌后，发现两种物质均不能全部溶解。为使两种物质均能全部溶解，小云考虑了以下两种方案：
- 方案一：将温度提升至 $T^{\circ}\text{C}$ ，充分搅拌后使两种物质均能全部溶解；
- 方案二：保持温度不变，向 1 号杯中再加入 $m_1\text{g}$ 水，向 2 号杯中再加入 $m_2\text{g}$ 水，充分搅拌后使两种物质均能全部溶解。
- ① 方案一中， T 的最小值为 _____ (精确到个位)；
- ② 方案二中， $m_1 + m_2$ 的最小值为 _____ (精确到个位)。

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $C_1: y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $\left(0, \frac{1-a}{a}\right)$ ，对称轴为 $x = \frac{1}{a}$ 。

- (1) 求 b 的值，并用含 a 的式子表示 c ；
- (2) 已知 M 是抛物线 C_1 上的点， M 的横坐标为 t ，抛物线 C_2 的顶点为 M ，且可以由抛物线 C_1 平移得到 (特别地，当 M 是 C_1 的顶点时， C_2 即为 C_1)。若无论 t 为何值，抛物线 C_2 都不经过点 O ，求 a 的取值范围。

27. 在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC$ ， $\angle BAC = \alpha$ ($0^{\circ} < \alpha < 60^{\circ}$)，过 AC 的中点 D 作 AC 的垂线 l ，交 AB 于点 E ，

点 M 在 DE 的延长线上, $\angle ABM = 30^\circ$.

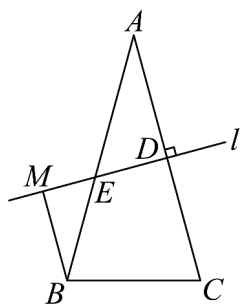


图1

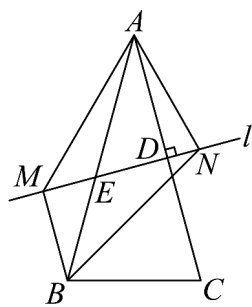


图2

(1) 如图1, $\alpha = 30^\circ$, 求证: $AB = 2DM$;

(2) 如图2, 点 N 在 ED 的延长线上, $\angle ABN = 30^\circ$, 连接 AM , AN , 直接写出 $\angle MAN$ 的大小, 并证明.

28. 对于不共线的三点 A, B, C , 连接 AB, AC , 并作劣弧 $\widehat{BC}$, 使得 $\widehat{BC}$ 所在圆的圆心在过点 A 且与 BC 平行的直线上, 称由 AB, AC 和 $\widehat{BC}$ 组成的图形为单弧三角形, 记作 $\triangle A - \widehat{BC}$, 其中 $\widehat{BC}$ 所在圆的圆心称为 $\triangle A - \widehat{BC}$ 的弧心.

在平面直角坐标系 xOy 中,

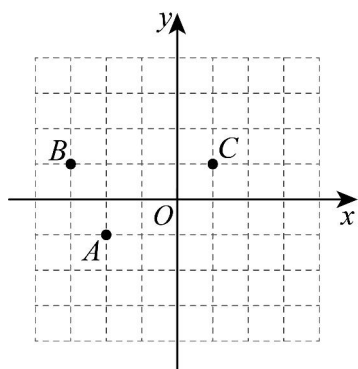


图1

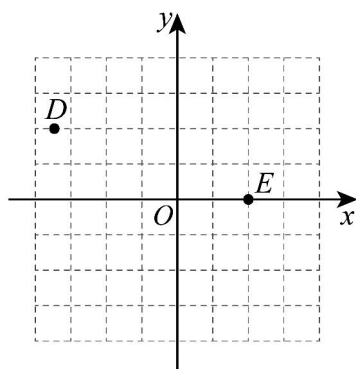


图2

(1) 如图1, 点 $A(-2, -1)$, $B(-3, 1)$, $C(1, 1)$, 直接写出 $\triangle A - \widehat{BC}$ 的弧心的坐标及 $\widehat{BC}$ 的长;

(2) 如图2, 点 $D(-2\sqrt{3}, 2)$, $E(2, 0)$, 当 $\triangle D - \widehat{EF}$ 的弧心为 O 时, 求点 F 的坐标;

(3) 已知点 $M(1, 0)$, 对于平面内的点 N , 存在点 P, Q 满足 $\triangle P - \widehat{MN}$ 和 $\triangle Q - \widehat{MN}$ 的弧心均为 O , $\triangle PMN$ 和 $\triangle QMN$ 都不是钝角三角形, 且 $PQ = 1$, 记 N 的横坐标为 t , 直接写出 t 的取值范围.