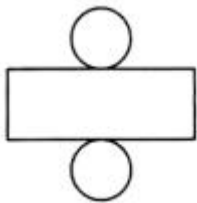


2021 年北京市中考数学试卷

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）第 1–8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 如图是某几何体的展开图，该几何体是（ ）

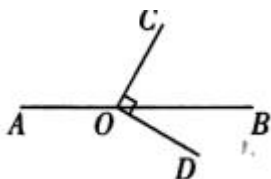


- A. 长方体 B. 圆柱 C. 圆锥 D. 三棱柱

2. 党的十八大以来，坚持把教育扶贫作为脱贫攻坚的优先任务。2014–2018 年，中央财政累计投入“全面改善贫困地区义务教育薄弱学校基本办学条件”专项补助资金 1692 亿元，将 169200000000 用科学记数法表示应为（ ）

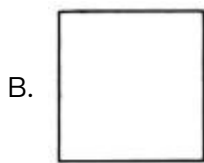
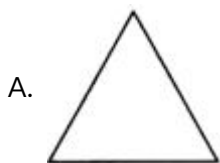
- A. 0.1692×10^{12} B. 1.692×10^{12} C. 1.692×10^{11} D. 16.92×10^{10}

3. 如图，点 O 在直线 AB 上， $OC \perp OD$ 。若 $\angle AOC = 120^\circ$ ，则 $\angle BOD$ 的大小为（ ）

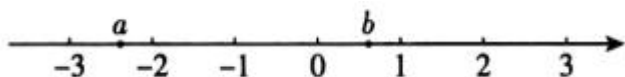


- A. 30° B. 40° C. 50° D. 60°

4. 下列多边形中，内角和最大的是（ ）



5. 实数 a, b 在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是（ ）



- A. $a > -2$ B. $|a| > b$ C. $a + b > 0$ D. $b - a < 0$

6. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币，则一枚硬币正面向上、一枚硬币反面向上的概率是（ ）

A. $\frac{1}{4}$

B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{2}$

D. $\frac{2}{3}$

7. 已知 $43^2 = 1849, 44^2 = 1936, 45^2 = 2025, 46^2 = 2116$. 若 n 为整数且 $n < \sqrt{2021} < n+1$, 则 n 的值为 ()

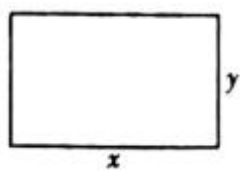
A. 43

B. 44

C. 45

D. 46

8. 如图, 用绳子围成周长为 10m 的矩形, 记矩形的一边长为 $x\text{m}$, 它的邻边长为 $y\text{m}$, 矩形的面积为 $S\text{m}^2$. 当 x 在一定范围内变化时, y 和 S 都随 x 的变化而变化, 则 y 与 x, S 与 x 满足的函数关系分别是 ()



A. 一次函数关系, 二次函数关系

B. 反比例函数关系, 二次函数关系

C. 一次函数关系, 反比例函数关系

D. 反比例函数关系, 一次函数关系

二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

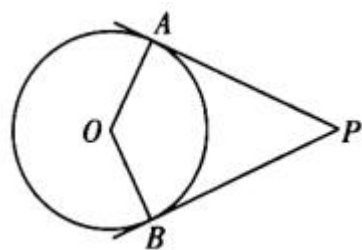
9. 若 $\sqrt{x-7}$ 在实数范围内有意义, 则实数 x 的取值范围是_____.

10. 分解因式: $5x^2 - 5y^2 =$ _____.

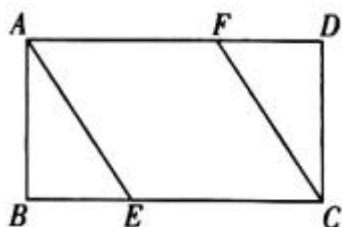
11. 方程 $\frac{2}{x+3} = \frac{1}{x}$ 的解为_____.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 若反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 $A(1, 2)$ 和点 $B(-1, m)$, 则 m 的值为_____.

13. 如图, PA, PB 是 $\odot O$ 的切线, A, B 是切点. 若 $\angle P = 50^\circ$, 则 $\angle AOB =$ _____.



14. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, 点 E, F 分别在 BC, AD 上, $AF = EC$. 只需添加一个条件即可证明四边形 $AECF$ 是菱形, 这个条件可以是_____ (写出一个即可).



15. 有甲、乙两组数据，如表所示：

甲	11	12	13	14	15
乙	12	12	13	14	14

甲、乙两组数据的方差分别为 $s_{\text{甲}}^2, s_{\text{乙}}^2$ ，则 $s_{\text{甲}}^2$ _____ $s_{\text{乙}}^2$ (填 “>”，“<” 或 “=”).

16. 某企业有 A, B 两条加工相同原材料的生产线. 在一天内， A 生产线共加工 a 吨原材料，加工时间为 $(4a+1)$ 小时；在一天内， B 生产线共加工 b 吨原材料，加工时间为 $(2b+3)$ 小时. 第一天，该企业将 5 吨原材料分配到 A, B 两条生产线，两条生产线都在一天内完成了加工，且加工时间相同，则分配到 A 生产线的吨数与分配到 B 生产线的吨数的比为_____. 第二天开工前，该企业按第一天的分配结果分配了 5 吨原材料后，又给 A 生产线分配了 m 吨原材料，给 B 生产线分配了 n 吨原材料. 若两条生产线都能在一天内加工完各自分配到的所有原材料，且加工时间相同，则 $\frac{m}{n}$ 的值为_____.

三、解答题 (共 68 分，第 17–20 题，每题 5 分，第 21–22 题，每题 6 分，第 23 题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27–28 题，每题 7 分) 解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

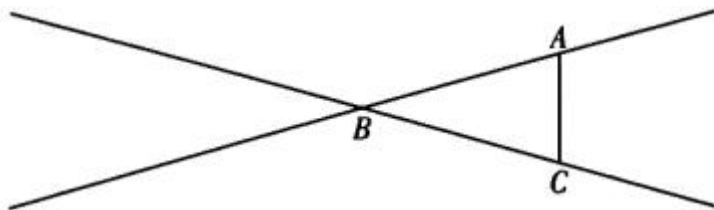
17. 计算： $2\sin 60^\circ + \sqrt{12} + |-5| - (\pi + \sqrt{2})^0$.

18. 解不等式组：
$$\begin{cases} 4x - 5 > x + 1 \\ \frac{3x - 4}{2} < x \end{cases}$$

19. 已知 $a^2 + 2b^2 - 1 = 0$ ，求代数式 $(a-b)^2 + b(2a+b)$ 的值.

20. 《淮南子·天文训》中记载了一种确定东西方向的方法，大意是：日出时，在地面上点 A 处立一根杆，在地面上沿着杆的影子的方向取一点 B ，使 B, A 两点间的距离为 10 步 (步是古代的一种长度单位)，在点 B 处立一根杆；日落时，在地面上沿着点 B 处的杆的影子的方向取一点 C ，使 C, B 两点间的距离为 10 步，在点 C 处立一根杆. 取 CA 的中点 D ，那么直线 DB 表示的方向为东西方向.

(1) 上述方法中, 杆在地面上的影子所在直线及点 A, B, C 的位置如图所示. 使用直尺和圆规, 在图中作 CA 的中点 D (保留作图痕迹);



(2) 在如图中, 确定了直线 DB 表示的方向为东西方向. 根据南北方向与东西方向互相垂直, 可以判断直线 CA 表示的方向为南北方向, 完成如下证明.

证明: 在 $\triangle ABC$ 中, $BA =$ _____, D 是 CA 的中点,

$\therefore CA \perp DB$ (_____) (填推理的依据).

$\therefore$ 直线 DB 表示的方向为东西方向,

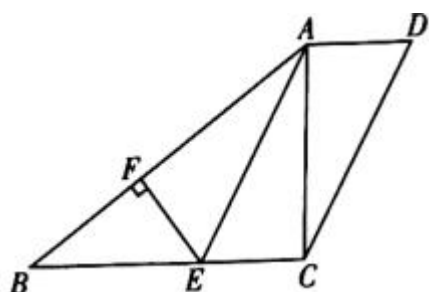
$\therefore$ 直线 CA 表示的方向为南北方向.

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4mx + 3m^2 = 0$.

(1) 求证: 该方程总有两个实数根;

(2) 若 $m > 0$, 且该方程的两个实数根的差为 2, 求 m 的值.

22. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ACB = \angle CAD = 90^\circ$, 点 E 在 BC 上, $AE \parallel DC$, $EF \perp AB$, 垂足为 F .



(1) 求证: 四边形 $AECD$ 是平行四边形;

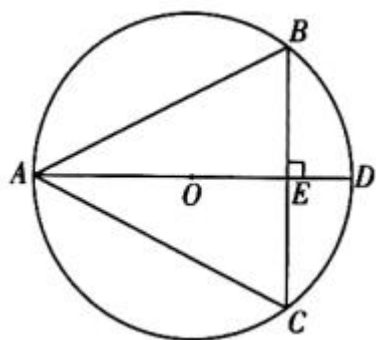
(2) 若 AE 平分 $\angle BAC$, $BE = 5$, $\cos B = \frac{4}{5}$, 求 BF 和 AD 的长.

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 一次函数 $y = kx + b (k \neq 0)$ 的图象由函数 $y = \frac{1}{2}x$ 的图象向下平移 1 个单位长度得到.

(1) 求这个一次函数的解析式;

(2) 当 $x > -2$ 时, 对于 x 的每一个值, 函数 $y = mx (m \neq 0)$ 的值大于一次函数 $y = kx + b$ 的值, 直接写出 m 的取值范围.

24. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AD 是 $\odot O$ 的直径, $AD \perp BC$ 于点 E .



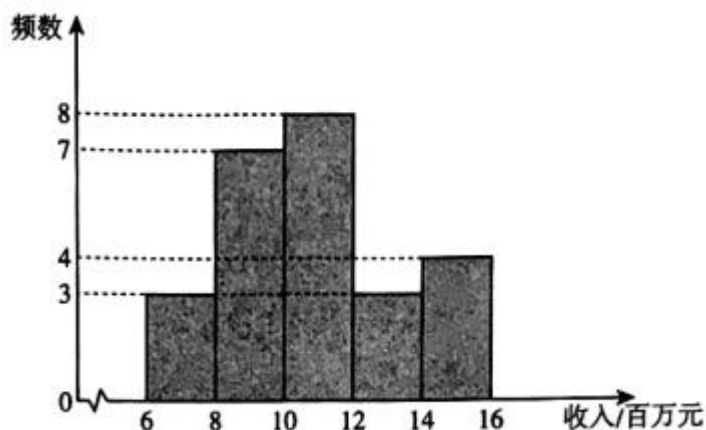
(1) 求证: $\angle BAD = \angle CAD$;

(2) 连接 BO 并延长, 交 AC 于点 F , 交 $\odot O$ 于点 G , 连接 GC . 若 $\odot O$ 的半径为 5, $OE = 3$, 求 GC 和 OF 的长.

25. 为了解甲、乙两城市的邮政企业 4 月份收入的情况, 从这两座城市的邮政企业中, 各随机抽取了 25 家邮政企业, 获得了它们 4 月份收入 (单位: 百万元) 的数据, 并对数据进行整理、描述和分析. 下面给出了部分信息.

a. 甲城市邮政企业 4 月份收入的数据的频数分布直方图如下 (数据分成 5 组:

$6 \leq x < 8, 8 \leq x < 10, 10 \leq x < 12, 12 \leq x < 14, 14 \leq x \leq 16$):



b. 甲城市邮政企业 4 月份收入的数据在 $10 \leq x < 12$ 这一组的是: 10.0, 10.0, 10.1, 10.9, 11.4, 11.5, 11.6, 11.8

c. 甲、乙两座城市邮政企业 4 月份收入的数据的平均数、中位数如下:

	平均数	中位数
甲城市	10.8	m

乙城市	11.0	11.5
-----	------	------

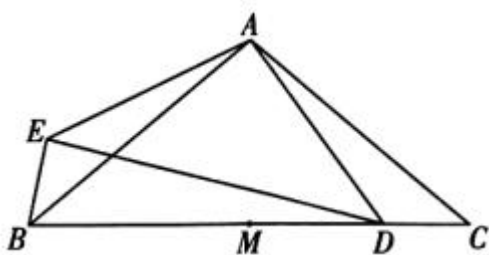
根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 写出表中 m 的值；
- (2) 在甲城市抽取的邮政企业中，记 4 月份收入高于它们的平均收入的邮政企业的个数为 p_1 ．在乙城市抽取的邮政企业中，记 4 月份收入高于它们的平均收入的邮政企业的个数为 p_2 ．比较 p_1, p_2 的大小，并说明理由；
- (3) 若乙城市共有 200 家邮政企业，估计乙城市的邮政企业 4 月份的总收入（直接写出结果）．

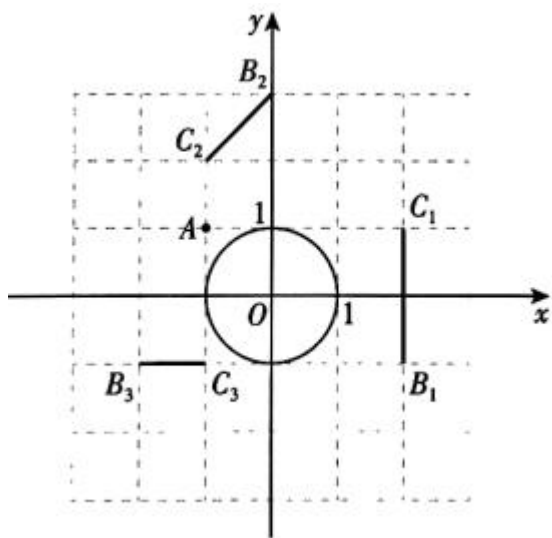
26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点 $(1, m)$ 和点 $(3, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx (a > 0)$ 上．

- (1) 若 $m = 3, n = 15$ ，求该抛物线的对称轴；
- (2) 已知点 $(-1, y_1), (2, y_2), (4, y_3)$ 在该抛物线上．若 $mn < 0$ ，比较 y_1, y_2, y_3 的大小，并说明理由．

27. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB = AC, \angle BAC = \alpha, M$ 为 BC 的中点，点 D 在 MC 上，以点 A 为中心，将线段 AD 顺时针旋转 α 得到线段 AE ，连接 BE, DE ．



- (1) 比较 $\angle BAE$ 与 $\angle CAD$ 的大小；用等式表示线段 BE, BM, MD 之间的数量关系，并证明；
 - (2) 过点 M 作 AB 的垂线，交 DE 于点 N ，用等式表示线段 NE 与 ND 的数量关系，并证明．
28. 在平面直角坐标系 xOy 中， $\odot O$ 的半径为 1，对于点 A 和线段 BC ，给出如下定义：若将线段 BC 绕点 A 旋转可以得到 $\odot O$ 的弦 $B'C'$ （ B', C' 分别是 B, C 的对应点），则称线段 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”．



- (1) 如图, 点 $A, B_1, C_1, B_2, C_2, B_3, C_3$ 的横、纵坐标都是整数. 在线段 B_1C_1, B_2C_2, B_3C_3 中, $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”是_____;
- (2) $\triangle ABC$ 是边长为 1 的等边三角形, 点 $A(0, t)$, 其中 $t \neq 0$. 若 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”, 求 t 的值;
- (3) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=1, AC=2$. 若 BC 是 $\odot O$ 的以点 A 为中心的“关联线段”, 直接写出 OA 的最小值和最大值, 以及相应的 BC 长.